

$$\frac{\pi}{10}$$

- गणित अध्ययन विकास में उनागर संख्याकन पद्धति छत्तीसगढ़ की एक देन•

प्रखण्ड 1\3

अंक गणित एवं वाणिज्य गणित सोपान

पंचराम केशरिया

•गणित अध्ययन विकास में उनागर संख्याकन पद्धति छत्तीसगढ़ की एक देन•

प्रखण्ड 1/3

अंक गणित एवं वाणिज्य गणित सोपान

लेखक एवं मुद्रक  
पंचराम केशरिया

प्रकाशक

संशोधित एवं परिवर्धित प्रथम डिजिटल प्रिंट में प्रस्तुति रामनवमी दिनांक 27-03-2026

⊙ सर्वाधिकार सुरक्षित

आवरण सज्जा  
संतोषकुमार मुन्देरा

सहयोग राशि 1999 रुपये मात्र



मेरे ईष्ट...

श्रीनिवास रामानुजन  
(संसार के महान भारतीय गणितज्ञ)

जन्म : 22 दिसम्बर 1887

मृत्यु : 26 अप्रैल 1920



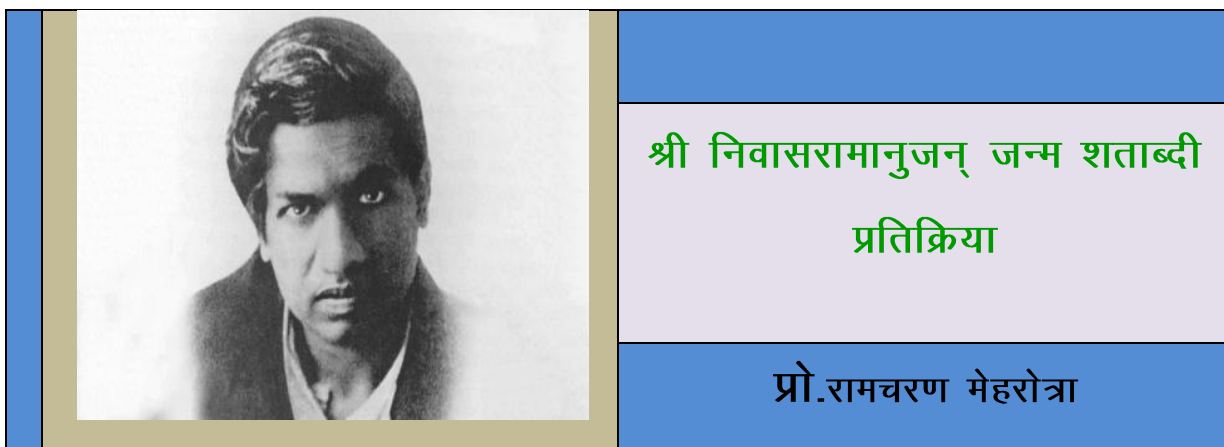
सादर समर्पित...

पिताश्री स्व. जगतराम केशरिया

जन्म : 02 अक्टूबर 1932

मृत्यु : 02 जनवरी 1979

## •श्री निवास रामानुजन्•



यह स्वाभाविक है कि रामानुजन की जन्म शताब्दी के अवसर पर हम विशेष अनुराग तथा पैनी दृष्टि से उनके कार्यों का विश्लेषण करें। इसमें संदेह नहीं कि महान गणितज्ञ रामानुजन की उपलब्धि को याद करके हम सबके हृदय में राष्ट्र अभिमान की भावना जागृत हो जाती है। इसमें भी संदेह नहीं कि प्राचीन काल में हमारे देश ने केवल दर्शनशास्त्र, समाजशास्त्र, और राजनीति आदि में ही विशेष योगदान नहीं दिया था वरन् विज्ञान की उन शाखाओं में भी जिन्हें " आधुनिक " कहा जाता है, अद्वितीय कार्य किया था। विज्ञान में इतनी प्रगति हो जाने के बाद आज भी संसार भर में त्रिकोण मिति आर्यभट्ट की विधि से ही पढ़ाई जाती है। हमारे देश में विकसित शून्य की अवधारणा पर आधारित दशमलव पद्धति मानव के समस्त क्रियाकलाप की आधारशिला बनी हुई है।

यद्यपि मेकाले की अंग्रेजी के माध्यम से शिक्षा देने की नीति से हमारी प्राचीन परम्पराओं को धक्का पहुँचा तथा हमारी सम्पूर्ण विचार-पद्धति बदलने लगी पर उससे हमारी ओजस्वी शक्ति समाप्त नहीं हुई। यद्यपि मेकाले की शिक्षा नीति का मुख्य उद्देश्य " केवल सफेद कालर वाले " बाबुओं एवं क्लर्कों की सहायता से गुलामी की जंजीरों को मजबूत करना था परन्तु उस काल में भी " रामानुजन, रमन, मेघनाथ साहा, कृष्णन, साहनी, भामा, प्रफुल्लचन्द्र रे, सत्येन बोस जैसे वैज्ञानिक " उत्पन्न हुये जिन्होंने प्रतिकूल परिस्थितियों पर विजय पाकर गणित तथा विज्ञान के अन्य क्षेत्रों में अपने योगदान से संसार को चकित कर दिया।

अब 40 वर्षों से हम स्वतंत्र है परन्तु क्या मानसिक स्तर पर भी हम स्वतंत्र हो पाये है ? अपनी वर्तमान शिक्षा पद्धति की कमियों के लिये हम मेकाले को दोष देते हैं पर हमारे दोषारोपण पर मेकाले की आत्मा, कब्र में भी शायद मुस्कराती होगी।

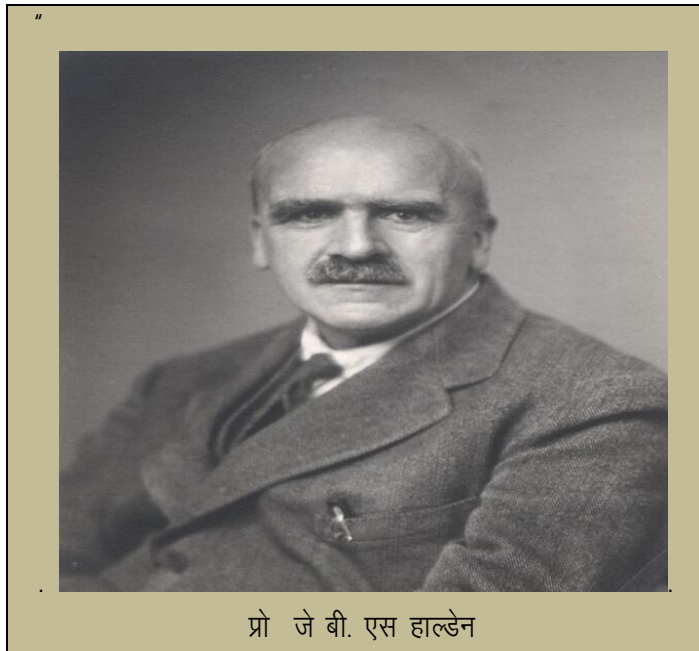
यदि रामानुजन के जन्म शताब्दी के इस अवसर पर हम अपने आसपास के वातावरण को देखे तो हमें कही न कही किसी गुदड़ी के लाल रामानुजन जैसा छिपा मिल सकता है। पर क्या अब भी हमारे विद्वान ऐसी प्रतिभा को पहचान पायेंगे। आज भी हमारी शिक्षा पद्धति और नौकरी देन के तरीके ऐसे नहीं हैं कि रामानुजन जैसे जन्मजात प्रतिभासम्पन्न पर बिना डिग्री धारी व्यक्ति को शिक्षक बना सकें या उन्हें किसी शोध संस्थान में प्रवेश दिला सके। ऐसी स्थिति में समुचित डिग्री के अभाव में आज भी कितने जीनियस उसी तरह दर-दर भटकते रहेंगे जैसे रामानुजन भटके थे।

मुझे ब्रिटेन में जन्में, पर स्वेच्छा से भारत के नागरिक बन गये महान वैज्ञानिक प्रो. जे. बी. एस. हाल्डेन की उस श्रद्धांजली की याद आती है, जो उन्होंने अपनी मृत्यु से कुछ वर्ष पूर्व रामानुजन को दी थी। निश्चय ही यह श्रद्धांजली प्रो. हाल्डेन की अपनी व्यंगात्मक शैली में है।

श्री निवास रामानुजन के बारे में समारोह आयोजित करने का उस समय तक कोई लाभ नहीं है जब तक उनके जीवन से शिक्षा ग्रहण नहीं करते। पाँच वर्ष तक भारत में रहने के बाद मुझे एकदम स्पष्ट हो गया है कि भारतीय सरकारी संस्थानों और विश्वविद्यालयों ने इस बारे में कोई शिक्षा ग्रहण नहीं की है।

..... आज अगर रामानुजन भारत में होते तब गाँव के किसी कालेज में लेक्चरारशिप नहीं मिलती क्योंकि उनके पास कोई डिग्री नहीं थी। संघ लोक सेवा आयोग के माध्यम से कोई पद मिलने की कोई बात ही नहीं उठती। यह वास्तविकता भारत के लिये

शर्म की बात है। मुझे मालूम है कि रायल सोसायटी के सदस्य मनोनीत हो जाने के बाद ही उन्हें भारत में प्राचार्य का पद प्रदान किया गया था। पर यह लज्जाजनक बात थी कि भारत की एक महान विभूति को विदेशी मान्यता प्राप्त होने तक इंतजार करना पड़ा। यदि रामानुजन के कार्यों को भारत में उतनी जल्दी मान्यता मिल जाती जितनी जल्दी इंग्लैण्ड में मिली थी, तब कदाचित वे



प्रो. जे. बी. एस. हाल्डेन

विदेश प्रवास में न जाते और आज भी जीवित होते। रामानुजन की प्रतिभा को मान्यता प्रदान न करने के लिये हम ब्रिटिशराज को दोष दे सकते हैं। पर हम ऐसा इसलिये नहीं कर सकते क्योंकि आज भी ऐसा होता है। रामानुजन के एक मित्र ने हाल में लिख था कि "रायल सोसायटी में उनका मनोनयन अनियमित था। पर ऐसा नहीं था। उनका मनोनयन नियमानुसार था। रायल सोसायटी डिग्रियों को अहमियत नहीं देती क्योंकि आरंभिक काल में उसके कुछ ही सदस्य डिग्रीधारी थे। रामानुजन के बाद, एक माली एम. बी. केन को, जिनके पास कोई डिग्री नहीं थी, फलदार वृक्षों पर की गई उनकी खोजों पर सदस्य मनोनीत कर दिया गया था।

"..... यदि भारत रामानुजन को सम्मानित करना चाहता है, जैसा कि उसे करना चाहिये, तब पहला कदम उन जैसे लोगों के लिये, जिनके पास कोई डिग्री नहीं है

पर जिन्होंने महत्वपूर्ण योगदान दिया है, गणित और अन्य सैद्धांतिक विषयों में पद दिलाने के लिये उपाय करना चाहिये। जब तक ऐसा नहीं करते तब तब हम ब्रिटिश साम्राज्यवादी परम्पराओं को जीवित रखेंगे और अपने अत्यंत गौरवशाली युवक युवतियों को हताश करते रहेंगे।

डॉ. रामशरण मेहरोत्रा. रसायन विभाग, राजस्थान विश्व विद्यालय जयपुर (राज),

#### ● उन्होंने स्वयं अपना आविष्कार किया था ●

गणित के आधुनिक इतिहास में रामानुजन रोमांचकारी व्यक्ति थे— एक ऐसे व्यक्ति जिनका पूरा जीवन विरोधाभासी और असंगतियों से भरा हुआ था। उन्होंने उन सब नियमों को झूटलाया था जिनसे हम एक—दूसरे को परखने के आदी हैं.....।

एक तरह से रामानुजन की खोज मैंने की भी, पर मैंने उनका आविष्कार नहीं किया था। अन्य महान विभूतियों की भाँति उन्होंने स्वयं अपना आविष्कार किया था। पर मुझे गर्व है कि मैं ही पहला वह व्यक्ति था जो उनके कार्यों को सही तरीके से समझा सका। मुझे जब भी यह याद आता है कि रामानुजन के रूप में कितनी अनमोल विभूति दूढ़ निकाली थी मेरा हृदय आनंद से भर उठता है।

" प्रो. जी. एच. हार्डी. टै. वल्व लेक्चर्स. रामानुजन " से

साभार— विज्ञान प्रगति पत्रिका कां रामानुजन्, जन्म शताब्दी विशेषांक दिसम्बर 1987 में प्रकाशित लेख

#### "रामानुजन् का गणित"

प्रस्तुति— गुणाकर मुले — वैज्ञानिक विषयों एवं कालजयी ग्रंथ कृति संसार के महान गणितज्ञ के महान लेखक

## प्रस्तावना

वर्तमान युग का 21 वीं सदी मोबाइल ,कम्प्यूटर, लेपटाप टेबलेट, नेट वर्क का अनुप्रयोग का समय है । भविष्य में लिखे जाने वाले इतिहास के पन्नों में नई सूचना क्रांति सदी के नाम से स्वर्णाक्षरित होगा। जिसका लाभ ही लाभ विश्वपटल पर दर्शित होगा। मानव किसी भी प्रश्न का उत्तर केवल नेट से ही प्राप्त करना चाहेगा। नेट का इस कदर गुलाम हों जायेगा कि जिस प्रश्न का उत्तर जेहन में है (जैसे  $10 + 5 = ?$  का आत्मसाती उत्तर 15 ) उसके लिए भी नेट का अनुप्रयोग किये बगैर संतुष्ट नहीं होगा। एक विकार ही होगा। परिणाम मानव में तर्कशक्ति एवं आत्मविश्वास की कमी दर्ज होना स्वभाविक है। यह कथन अध्ययन प्रयोग में प्रमाणित भी हो रहा है। तर्क विज्ञान शास्त्र के अनुसार मानव मस्तिष्क में तर्कशक्ति विकसित करने में सभी भाषाओं कलाओं एवं विज्ञानों शास्त्रों की सोलह शृंगारों से शृंगारित गणित विज्ञान शास्त्र का अध्ययन आवश्यक ही नहीं अति आवश्यक है। इस प्रकार अति आवश्यक विषय गणित के प्रारंभिक अध्ययन में ही समुन्नत होने से बहुत दूर ही होते जा रहा है। आदिकाल से भविष्य के लिए आकलन एवं चिंतन का ही विषय है। इस ओर आदि से तात्कालीन प्रारंभिक गणित अध्ययन की ओर दृष्टिगत होने पर पायेंगे कि गणित अध्ययन की प्रारंभिक विधा मूलभूत संक्रिया (जोड़ना ,घटाना ,गुणा एवं भाग) में एकैक विधि ही प्रतिपादित है। जो सिखने सिखाने में विविधता के अभाव को प्रमाणित करता है।

कार्यालयीन एवं व्यापारिक लेन-देन में योग की बड़ी बड़ी संख्याओं की लम्बी सूची होती है। जिससे इकट्ठे हासिल प्राप्त होने से संक्रिया परिणाम में त्रुटि सम्भव है। ऐसे त्रुटि को जाँचने की कोई सटीक विधि भी तो नहीं हैं। अतः जाँच के नाम पर पुनः योग संक्रिया दोहराते तिहराते हैं। किसी दूसरे तीसरे महानुभाव को जाँचवाते हैं। हालांकि आधुनिक इलेक्ट्रॉनिक युग में त्रुटि शब्द प्रचलन मुक्त हो चुका है। अब हम अपने द्वारा की गई संक्रिया से प्राप्त परिणाम को तभी स्वीकारते हैं जब गणक (कैलकुलेटर) स्वीकारता है। गणक से प्राप्त परिणाम को किसी ने जाँचने की सोचा भी नहीं होगा। इस प्रकार डगमगाता आत्मविश्वास गणित सिखने सिखाने के प्रारंभिक चरण (जोड़ना –घटाना गुणा– भाग ) में ही कमजोर हो रहा है। जिसका परिणाम हम सब के सामने है। पूरा विश्व समुदाय गणित मास्टर की कमी से जूझ रहा है। अतः गणित सिखने सिखाने के प्रारंभिक चरण जोड़ना –घटाना गुणा–भाग में ही ऐसा कर दिखाना होगा ,जिससे बच्चों में आत्म विश्वास बढ़े। विडम्बना है आधुनिक गणित के प्रारंभिक अध्ययन में पढ़ाने जाने वाले परिभाषितशब्दावली (जैसे पूर्ववर्ती संख्या, परवर्ती संख्या, n अंकों की सबसे छोटी एवं सबसे बड़ी संख्या ,....) का अनुप्रयोग अध्ययन में कतई नहीं हो पाया है जैसा कि जगत गुरु शंकराचार्य स्वामी तीर्थराज जी महाराज ने अपनी महान कृति वैदिकगणित में कर दिखाये जो चमत्कारी गणित ग्रंथ के रूप जाना जा रहा है। उक्त कृति में प्रयुक्त 16सूत्र और 13 उपसूत्र का आधार केवल आधुनिक गणित के प्रारंभिक अध्ययन में पढ़ाये जाने वाले परिभाषित एवं व्यवहारिक शब्दावली का देवभाषा अथवा वेद भाषा संस्कृत से लिए शब्दों का अनुप्रयोग ही है। इसी परिपेक्ष्य में अध्ययन संकलन को संशोधित एवं परिवर्धित करते हुए छत्तीसगढ़ राज्य की मातृ बोली/भाषा छत्तीसगढ़ी में निहित गणितीय शब्दों एवं संकेताक्षरों के लिए ऑग्ल भाषा अक्षर एवं अंकन का चयन कर राष्ट्रभाषा हिन्दी में टीका कर एक गणित ग्रंथ रूप देने का प्रयास किया है। इस ग्रंथ के प्रथम सोपान में गणित की मूलभूत संक्रिया, एवं प्रारंभिक वाणिज्य गणित का ट्रिक्स या जादुई हल द्वितीय सोपान में प्रारंभिक बीजगणित तृतीय सोपान में त्रिभुजांक एवं बीजांक आधारित श्री सिद्ध प्रारंभिक त्रिकोणमिति भाग 1और 2 प्रस्तुत है।अध्ययन क्रम सुग्राह्यता की दृष्टि से आवश्यकतानुसार आधुनिक गणित अध्ययन सामग्री को सम्मिलित करने उचित ही माना है। शीतलामाता की आशीष स्वरूप मैं पाद-पूज्य गुरुदेव डा. नरेन्द्रपुरी रीडर सिविल इंजीयरिंग विश्वविद्यालय रूड़की और मेरे आदर्श संसार के महान गणितज्ञों में स्वर्णाक्षरित भारतीय गणितज्ञ श्रीनिवास रामानुजन् का सतत् अभारी रहूँगा । जिनके दृश्यादृश्य कृपा होने पर ही डिग्री एवं अर्थाभाव के हीन भावना को त्याग कर लाभ हानि से परे एकलव्य भाव से यह प्रयास प्रस्तुत करने का साहस कर पा रहा हूँ। इस ग्रंथ को पूरा करने में मेरी पत्नी श्रीमती श्यामा केशरिया की मीठी झिड़किया एवं उल्लहाने लेखन के प्रति कर्मयोगी बने रहने का बल ही प्रदान करता रहा है।

स्व. श्री चन्द्रकुमार जी चन्द्राकर प्राचार्य संत राजाराम शदाणी नागरिक महाविद्यालय डौडीलोहारा एवं लेखक वृहत छत्तीसगढ़ी भाषा शब्दकोष व व्याकरणविद्. का आत्मीय चरणवन्दन है, जिन्होंने इस पूरे प्रयास का आत्मीय भाव से व्याकरणीय जाँच किये है।

आपका  
स्नेहांकाक्षी  
पंचराम केशरिया

## विषय सूची

अंकगणित सोपान			
क्रमांक	अध्याय	विषय	पृष्ठ
1	2	3	4
1	1	<b>उनागर संख्या पद्धति</b> उनागर संख्या की ओर, उनागर संख्या, आदर्श उनागर संख्या, उनागर संख्या का अनुप्रयोग क्षेत्र विस्तार, दसपुरनी एवं नौपुरनी अंक जोड़ी, सामान्य अध्ययन में प्रयुक्त दशाधारी संख्याओं को उनागर संख्या में निरूपित करना, उनागर संख्या को सामान्य अध्ययन में प्रयुक्त दशाधारी संख्या में निरूपित करना, छत्तीसगढ़ियों का संख्या प्रदर्शन का आधार, कोरी आधारी संख्या को स्पष्ट रूप में दर्शित करना, कोरी आधारी संख्या को दशाधारी संख्या में बदलना, दशाधारी संख्यांकन की संख्या अन्तर्राष्ट्रीय संख्या को कोरी (20)आधारी संख्या में बदलना, आधारमिति संख्यांकन में $z, m, n$ का गोपनीय रहस्य ।	1-11
2	2	<b>पूर्णांको का संकलन संक्रिया</b> पूर्णांको का संकलन (योग करना), पूर्णांको का संकलन(योग करना या जोड़ना) एवं व्यवकलन (घटाना)संक्रिया में कर्ता संकेत $[-]$ पूर्णांको का संकलन(योग करना या जोड़ना) की संक्रिया के संदर्भ में कर्ता संकेत $[-]$ की प्रयुक्त स्थिति, कर्ता संकेत $[-]$ का दर्शित स्थान।	12-15
3	3	<b>सामान्य संख्यांकन की संख्या में व्यवकलन (घटाना) की संक्रिया</b> संख्या X में से संख्या Y घटाने की स्थिति, सरल व्यवकलन या कर्तामुक्त व्यवकलन, कर्तायुक्त व्यवकलन सिद्धांत, कर्ता का उना सिद्धांत, कर्ता का आगर सिद्धांत, A0, A00, A000, A0000 ---सदृश्य संख्या में से संख्या घटाना।	16-21
4	4	<b>उनागर संख्यांकन की संख्या में संकलन की संक्रिया</b> उनागर संख्यांकन की संख्या में संकलन की संक्रिया में कर्ता संकेत $[-]$ ।	22-23
5	5	<b>उनागर संख्यांकन की संख्या में व्यवकलन (घटाना) की संक्रिया</b> उनागर संख्यांकन की संख्या में व्यवकलन (घटाना) की संक्रिया में उना एवं आगर सिद्धांत, उनागर संख्यांकन की संख्या में व्यवकलन (घटाना) की संक्रिया में योज्य प्रतिलोम का नियम, योग एवं घटाने की मिश्रित संक्रिया।	24-26
6	6	<b>तलिका (पहाड़ा) की रचना</b> 1(एक) के पहाड़ा द्वारा 2, 3, 4, --- का पहाड़ा विस्तार, संख्या प्रसार, संख्या प्रसार द्वारा दो या दो से अधिक अंकीय संख्या के पहाड़ा विस्तार, उनागर पद्धति द्वारा पहाड़ा (तालिका) की रचना।	27-31
7	7	<b>गुणा की संक्रिया</b> गुणन संक्रिया, गुणनसंक्रिया की विधियाँ, गोमूत्री विधि, उनागर विधि, घुचांक विधि, उर्ध्व-तिर्यक विधि, गुणन संक्रिया प्रारम्भ पूर्व याद रखे।	32-34
8	8	<b>गुणन संक्रिया में घुचांक विधि का विस्तारित अध्ययन</b> गुण्य एवं गुणक के सापेक्ष आधार संख्या चयन, मूलाधार और उपाधार, आधार के सापेक्ष ऋणात्मक एवं धनात्मक घुचांक, गुणन संक्रिया घुचांक विधि- [A] जब गुण्य और गुणक में कोई एक या दोनों चयनित आधार के निकटतर संख्या हो, उपाधार चयन कर गुणनफल प्राप्त करना, गुण्य एवं गुणक के सापेक्ष अलग-अलग मूलाधार लिये जाने पर।	35-44
9	9	<b>देखते देखत गुणा</b> गुण्य एवं गुणक में कोई एक अथवा दोनों 10, 100, 1000, 10000 ----- मूलाधार की संख्या अर्थात् 2, 3, 4, -----n अंकों की सबसे छोटी संख्या हो, गुण्य एवं गुणक दोनो प्रखण्ड का अथवा इनमें किसी एक प्रखण्ड का एक प्रत्येक अंक 9-9 होने के प्रति, गुण्य एवं गुणक दोनो में अंकों की स्थान संख्या	45-48

		बराबर एवं अलग-अलग होने पर, गुण्य एवं गुणक का सभी अंक 1-1 होने पर।	
10	10	<b>गुणा की व्यापक विधि</b> गुणन संक्रिया विश्लेषण- गुण्य एवं गुणक में अंको की स्थान संख्या समान होने पर, गुण्य एवं गुणक में अंको की स्थान संख्या असमान (अलग-अलग)हो।	49-56
11	11	<b>उनागर संख्यांकन की गुण्य एवं गुणक का गुणनफल</b> आधार के पास वाली गुण्य और गुणक का गुणनफल 1- घुचांक विधि 2- व्यापक विधि विशेष गुणन प्रमेय।	57-60
12	12	<b>वर्ग संख्या</b> वर्ग संख्या, संख्याओं का वर्ग मान ज्ञात करने की विधियाँ- मूलाधार के पास की संख्याओं का वर्ग की घुचांक विधि, उन संख्याओं का वर्गमान ज्ञात करना जिनका सभी अंक 1 -1 हो, उन संख्याओं का वर्गमान ज्ञात करना जिनका सभी अंक 9-9 हो, संख्याओं का वर्गमान ज्ञात करने आधारमिति का अनुप्रयोग - 1• उन संख्याओं का वर्गमान ज्ञात करना जिनका इकाई अंक 5 हो, 2• उन संख्याओं का वर्गमान ज्ञात करना जिनके इकाई एवं दहाई अंक से बनी संख्या 25 हो, 3• उन संख्याओं का वर्गमान ज्ञात करना जिनके इकाई ,दहाई एवं सैकड़ा के अंक से बनी संख्या 125 हो, 4• उन संख्याओं का वर्गमान ज्ञात करना जिनके इकाई ,दहाई एवं सैकड़ा के अंक से बनी संख्या 525 हा व्यापक विधि, संशोधित व्यापक विधि, द्वयात्मक संयोजन का स्वरूप, गुणन संक्रिया में वर्गिक संख्या का अनुप्रयोग, उपाधार $(a * 10^x)$ के निकटतर संख्याओं का वर्गमान।संख्या में स्थित अंकों का स्थानीय मान,संख्या-प्रसार, किसी द अंकीय संख्या के पहाड़ा(तातिका) विस्तार में संख्या-प्रसार का अनुप्रयोग। दो प्रमागत संख्याओं के प्रति वर्ग प्रमेय। तीन प्रमागत संख्याओं के प्रति वर्ग प्रमेय।	61-74
13	13	<b>भाग की संक्रिया</b> भाग की संक्रिया, सतत् घटाने के अर्थ में, तुलना के अर्थ में, भाग संक्रिया गणन षब्दावली, भाग संक्रिया गणन की विधियाँ, 1- अनुभाग विभाजन विधि (देखते -देखत या विलोकनम् विधि ) का स्थिति वार अध्ययन, स्थिति 1- यदि भाजक 10, 100 ,1000,10000 - - - - हो, स्थिति 2- $(x > y)$ के लिए यदि च्गद्ध अंकीय भाज्य और च्चलद्ध भाजक के बाँयी ओर से प्रथम p अंक से बनी संख्या बराबर हो, स्थिति 3 - यदि भाजक n अंकों की सबसे बड़ी संख्या (9, 99, 999, 9999- - - - ) होने पर।	75-84
14	14	<b>सुभाजक द्वारा भाग संक्रिया</b> भाजक के प्रति सुभाजक, भाग संक्रिया गणना में भाज्य का भागफल एवंशेषफल अनुभाग, भाग संक्रिया गणना, गुणित भाजक, गुणित भाजक के प्रति गुणित सुभाजक द्वारा भाग संक्रिया।	85 -94
15	15	<b>भाग गणन संक्रिया की सार्वभौमिक राजमणि विधि</b> (धजांक सह खड़ी-तिरछा विधि) प्रस्तावना, n अंकीय धजांक और x अंकीय भागफल अनुभाग के प्रति खड़ा तिरछागुना योग C. P. गणना प्रक्रम और अभीष्ट शेषफल गणना के संदर्भ में व्याख्या, का एवं कोष्टक का अनुप्रयोग, व्यापक एवं प्रतिबंधित प्रश्नों के हल के लिए का , मूलभूत संक्रिया (+, -, *, ÷) एव कोष्टकों का हल क्रम, संक्रिया संकेतन की उत्पत्ति का स्वयं का तर्क।	95-103
16	16	<b>मूलांक या एकअंकीययोग गणित</b> मूलांक या एक अंकीय योग, किसी संख्या का मूलांक प्राप्त करने मे 9 का महत्व, मूलांको का उपयोग, अंक ज्योतिष शास्त्र में, मूलभूत गणितीय संक्रिया की जाँच में , विभाज्यता जाँच में भाज्य संख्या के मूलांक को दृष्टिगत करते हुये भाजक संख्या 3, 6 और 9 के द्वारा पूरा-पूरा (शून्य शेष पर) विभाज्य होने	104-107

		का कथन।	
17	17	<b>विभाज्यता जाँच की आश्लेषक विधि</b> आधुनिक सरल विभाज्यता जाँच, विभाज्यता जाँच की आश्लेषक विधि, आगर आश्लेषक, 1, 3, 7 इकाई अंक वाले भाजकों के प्रति आगर आश्लेषक प्राप्त करना, कुछ जटिल भाजकों के लिए आगर आश्लेषक, उना आश्लेषक, 3, 7, 9 इकाई अंक वाले भाजकों के प्रति उना आश्लेषक प्राप्त करना, कुछ जटिल भाजकों के लिए उना आश्लेषक, आगर आश्लेषक, उना आश्लेषक और भाजक में सम्बंध, आश्लेषक स्तर $r$ पर आगर आश्लेषक $P_r$ और उना आश्लेषक $N_r$ के लिए भाजक का गुणज विस्तार प्राप्त करना एवं आगर आश्लेषक $P_r$ और आश्लेषक $N_r$ सुनिश्चित करना, विभाज्यता जाँच में आश्लेषकों का अनु प्रयोग, भाजक 11 द्वारा विभाज्यता जाँच नियम का गणितीय मूलभूत संक्रिया जाँच हेतु अनुप्रयोग,	108–126
18	18	<b>गुणज,अभाज्य गुणनखण्ड, लघुत्तमसमापवर्त्य एवं महत्तमसमावर्तक</b> गुणज संख्या, यर्थाथ भाजक, गुणनखण्ड, लघुत्तम समापवर्त्य, ल.स. ज्ञात करने की विधियाँ, महत्तम समापवर्तक, म.स. ज्ञात करने की विधियाँ, दो संख्याओं के लघुत्तम समापवर्त्य और महत्तम समापवर्तक के विषयक महत्वपूर्ण कथन।	127–133
19	19	<b>संख्या जगत समुच्चय</b> , शून्य की खोज, योज्य प्रतिलोम संख्या, योज्य प्रतिलोम संख्या, पूर्णाकों का परिमेय निरूपण, भिन्न का श्रोत, भिन्न के प्रकार, भिन्नों का तुलना नियम, विभिन्न हर वाले दो भिन्नों के हर समान कर, उनकी तुलना करना तथा योग, एवं व्यवकलन की संक्रिया में महत्तम समापवर्तक और में तिरछा (तिर्यक) गुणा विधि का अनुप्रयोग, दो या दो से अधिक से अधिक दिये भिन्नों की तुलना योग एवं योगव्यकलन की संयुक्त संक्रिया में महत्तम समापवर्तक एवं (पंक्तिक एवं तिर्यक) गुणा विधि, दो भिन्नोंके बीच मूलभूत संक्रियाओं का ग्राफ चित्र प्रदर्शन, दो भिन्नों के बीच स्थित भिन्नों की संख्या का एवं कोष्टक का अनुप्रयोग, व्यापक एवं प्रतिबंधित प्रश्नों के हल के लिए का मूलभूत संक्रिया (+, -, *, ÷) एवं कोष्टकों का हल क्रम।	134–152
20	20	<b>दशमलव भिन्न</b> दशमलव भिन्न के अध्ययन के संदर्भ गणितीय संक्रिया/ शब्द विश्लेषण संख्या विशेष का घात (पावर)बढ़ाना, दशमलव संख्या की ओर, दशमलव भिन्न में पूर्णांश एवं अपूर्णांश खण्ड के अंकों का स्थानीय मान, दशमलव भिन्न का वाचन, विशुद्ध दशमलव भिन्न, किसी बटे $\frac{a}{b}$ भिन्न का दशमलव निरूपण, आधुनिक गणित अध्ययन में किसी भी बटे भिन्न $\frac{a}{b}$ का दशमलव भिन्न निरूपण। $\frac{a}{11111-----1111}$ एवं $\frac{a}{100000----0001}$ का आर्वत दशमलव निरूपण	153–162
21	21	<b>पूर्ण आवर्ती दशमलव निरूपण की आश्लेषक विधि (एक जादुई विधि)</b> संदर्भित शब्दावली, आगर या घनात्मक आश्लेषक के द्वारा पूर्ण आवर्ती दशमलव में निरूपण, उना या ऋणात्मक आश्लेषक के संदर्भ में पूर्ण आवर्ती दशमलव निरूपण, आश्लेषकों द्वारा पूर्ण आवर्ती दशमलव में निरूपण के संदर्भ में सत्य कथन, दशमलव निरूपण में न्यूनता का नियम और आगर आश्लेषक, दशमलव निरूपण में न्यूनता का नियम और उना आश्लेषक, भिन्न $\frac{a}{b}$ का दशमलव निरूपण के लिए भिन्न $\frac{a}{b}$ का सहायक भिन्न। पूर्ण आवर्ती दशमलव निरूपण के समस्त अंकों के स्थान संख्या के प्रति स्वयं का अनुमान। । आवर्ती दशमलव निरूपण के प्रति छ 0159सगढ गणित दर्यान में प्रश्न पवित।	163–188
22	22	<b>वैदिक कूट भाषा और दशमलव भिन्न</b> प्रस्तावना, शब्दों का कूट संख्यांकन,	189–193

		संख्याओं का शब्द निरूपण करना एवं सार्थक वाक्य की रचना करना ,आवर्ती दशमलव और कूटभाषा।	
23	23	शांत दशमलव भिन्न में मूल भूत संक्रिया ध्यानाकर्षण बिन्दु।	194–197
24	24	आवर्ती दशमलव भिन्न में मूल भूत संक्रिया ध्यानाकर्षण।	198–202
25	25	क्रमगुणित समुच्चय और क्रमचय एवं संचय क्रमगुणित n का अर्थ, क्रमचय, संचय।	203–213
26	26	अंकपाश—अंकपाश, संख्या के भेदों एवं समस्त भेद मान संख्याओं का योगमान का अंक पाश, गुणनफल तुल्यता संख्यापाशजं	214–217
		आध्यत्मिक गणित समिका— वो = तुम = में	218-219

### वणिज्य गणित सोपान

1	1	अनुपात अनुपात, दो अनुपातों में तुलना, पूर्वपद और परपद का अनुपात दर्शन, अनुपातों का संयोजन।	1– 4
2	2	अनुक्रमानुपाती एवं व्युत्क्रमानुपाती प्रस्तावना, विचरण, अनुक्रमानुपाती एवं व्युत्क्रमानुपाती विचरण,,बहु विचरण गुणा समिका का प्रतिपादन, दो स्थानों के बीच की निश्चित दूरी ज्ञात करने विषयक महत्वपूर्ण क्रमकय, किसी सुनिश्चित काम को पूरा करने के प्रति व्यक्ति या व्यक्ति समूह का शक्तिमान समिका।	5–1 4
3	3	समानुपात समानुपात, समानुपात विषयक महत्वपूर्ण अभिग्रहीत समिका एवं समानुपात केतहत् प्रमेय, समानुपात के नियम,, समानुपात के नियम, के तहत एक चरीय बीजीय व्यजकों का हल।	15 – 23
4	4	विततानुपाती विततानुपात और विततानुपात में k का नियम विततानुपात नियम के तहत बीजीय समिका विस्तारों को सिद्ध करने अभ्यास माला।	24– 24
5	5	प्रतिशतता प्रस्तावना प्रतिशतता की परिभाषा एवं अध्ययन संकेत, प्रतिशतता हल समीकरण।	25– 27
6	6	लाभ—हानि क्रय मूल्य ,विक्रय मूल्य एवं लाभ हानि, प्रतिशत लाभ हानि क्रय मूल्य , विक्रय मूल्य एवं लाभ हानि पर अनुपात विचरण नियम तथा हल समीकरण। x वस्तु का क्रय मूल्य = y वस्तु का विक्रय मूल्य होने के प्रति लाभ हानि गणना प्रमेय।	28– 34
7	7	कमीशन कमीशन पर व्यापार गणित, कमीशन पर व्यापार गणित,में प्रतिशतता का अनुप्रयोग।	35– 36
8	8	लघुगुणक log की व्याख्या, आधार संख्या c के प्रति log विषयक गणना की मूल समिका सवह विषयक गणन समिका, log <sub>10</sub> या सवह विषयक गणन समिका, प्रतिलघुगुणक Antilog(y) गणना नियम।	37– 44
9	9	साधारण एवं चक्रवृद्धि ब्याज साधारण एवं चक्रवृद्धि ब्याज, उधार राशि लेनदेन पर व्यवसायिक शब्दावली, ब्याजदार गणना के प्रकार, साधारण ब्याज गणना पर मूलधन एवं मिश्रधन विषयक प्रमेय, चक्रवृद्धि ब्याज, चक्रवृद्धि मिश्रधन गणन समिका।	45– 56
10	10	किश्त योजना साधारण ब्याज गणना नियम पर किश्त योजना प्रमेय, चक्रवृद्धि ब्याज गणना नियम पर किश्त योजना प्रमेय, साधारण ब्याज गणना नियम एवं चक्रवृद्धि ब्याज गणना नियम पर अमानक एवं मानक किश्त योजना का तुलनात्मक अध्ययन, वेलकम या स्वागतम् गणना सूची।	57– 67

11	11	<b>करारोपण एवं उपभोग</b> वस्तु के उत्पादन / विक्रय में कर वृद्धि /कमी से वस्तु के उपभोग(मांग) में होने वाले वृद्धि /कमी का प्राप्त पूर्व राजस्व पर प्रभाव, कर परिवर्तन के प्रति परिवर्तन कर्ता (सरकार) का गणितीय व्यवहार।	68– 71
12	12	<b>बजट संतुलन</b> बजट संतुलन, बजट संतुलन प्रमेय।	72– 73