

$$\frac{\pi}{10}$$

- गणित अध्ययन विकास में उनागर संख्याकन पद्धति छत्तीसगढ़ की एक देन •

प्रखण्ड 2\3

# बीजगणित सोपान

पंचराम केशरिया

•गणित अध्ययन विकास में उनागर संख्याकन पद्धति छत्तीसगढ़ की एक देन•

प्रखण्ड 2/3  
बीज गणित सोपान

लेखक एवं मुद्रक  
पंचराम केशरिया

प्रकाशक

पुनः संशोधित एवं परिवर्धित प्रथम डिजिटल प्रिंट में प्रस्तुति रामनवमी दिनांक 27-03-2026

⦿ सर्वाधिकार सुरक्षित

आवरण सज्जा  
संतोषकुमार मुन्देरा

सहयोग राशि 2100 रूपये मात्र



मेरे ईष्ट...

श्रीनिवास रामानुजन  
(संसार के महान भारतीय गणितज्ञ)

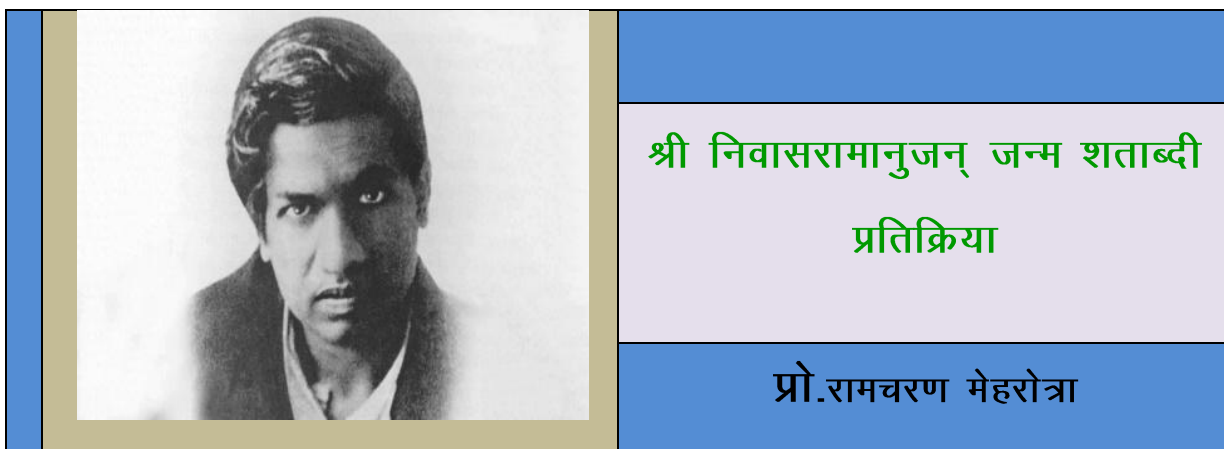
जन्म : 22 दिसम्बर 1887

मृत्यु : 26 अप्रैल 1920



सादर समर्पित...  
पिताश्री स्व. जगतराम केशरिया  
जन्म : 02 अक्टूबर 1932  
मृत्यु : 02 जनवरी 1979

## •श्री निवास रामानुजन्•



यह स्वाभाविक है कि रामानुजन् की जन्म शताब्दी के अवसर पर हम विशेष अनुराग तथा पैनी दृष्टि से उनके कार्यों का विश्लेषण करें। इसमें संदेह नहीं कि महान गणितज्ञ रामानुजन् की उपलब्धि को याद करके हम सबके हृदय में राष्ट्र अभिमान की भावना जागृत हो जाती है। इसमें भी संदेह नहीं कि प्राचीन काल में हमारे देश ने केवल दर्शनशास्त्र, समाजशास्त्र, और राजनीति आदि में ही विशेष योगदान नहीं दिया था वरन् विज्ञान की उन शाखाओं में भी जिन्हें " आधुनिक " कहा जाता है, अद्वितीय कार्य किया था। विज्ञान में इतनी प्रगति हो जाने के बाद आज भी संसार भर में त्रिकोण मिति आर्यभट्ट की विधि से ही पढ़ाई जाती है। हमारे देश में विकसित शून्य की अवधारणा पर आधारित दशमलव पद्धति मानव के समस्त क्रियाकलाप की आधारशिला बनी हुई है।

यद्यपि मेकाले की अंग्रेजी के माध्यम से शिक्षा देने की नीति से हमारी प्राचीन परम्पराओं को धक्का पहुँचा तथा हमारी सम्पूर्ण विचार-पद्धति बदलने लगी पर उससे हमारी ओजस्वी शक्ति समाप्त नहीं हुई। यद्यपि मेकाले की शिक्षा नीति का मुख्य उद्देश्य " केवल सफेद कालर वाले " बाबुओं एवं क्लर्कों की सहायता से गुलामी की जंजीरों को मजबूत करना था परन्तु उस काल में भी " रामानुजन्, रमन, मेघनाथ साहा, कृष्णन, साहनी, भामा, प्रफुल्लचन्द्र रे, सत्येन बोस जैसे वैज्ञानिक " उत्पन्न हुये जिन्होंने प्रतिकूल परिस्थितियों पर विजय पाकर गणित तथा विज्ञान के अन्य क्षेत्रों में अपने योगदान से संसार को चकित कर दिया।

अब 40 वर्षों से हम स्वतंत्र हैं परन्तु क्या मानसिक स्तर पर भी हम स्वतंत्र हो पाये हैं ? अपनी वर्तमान शिक्षा पद्धति की कमियों के लिये हम मेकाले को दोष देते हैं पर हमारे दोषारोपण पर मेकाले की आत्मा, कब्र में भी शायद मुस्कराती होगी।

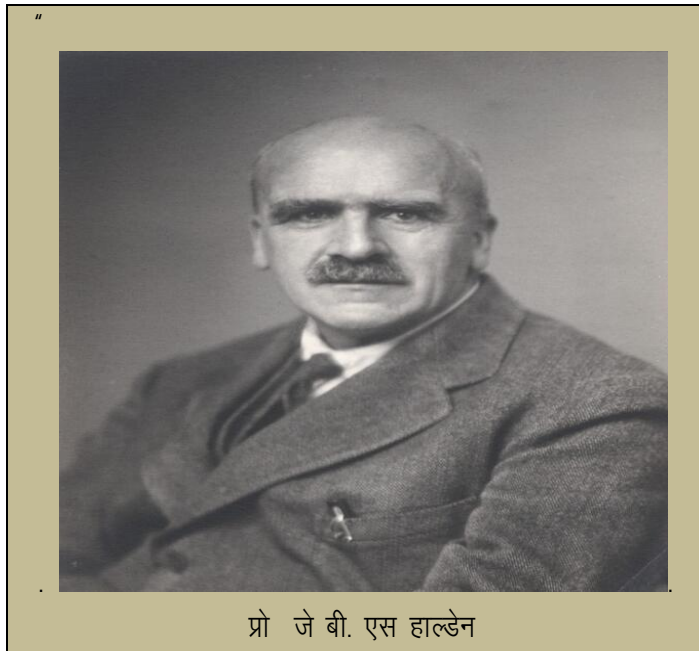
यदि रामानुजन् के जन्म शताब्दी के इस अवसर पर हम अपने आसपास के वातावरण को देखे तो हमें कही न कही किसी गुदड़ी के लाल रामानुजन् जैसा छिपा मिल सकता है। पर क्या अब भी हमारे विद्वान ऐसी प्रतिभा को पहचान पायेंगे। आज भी हमारी शिक्षा पद्धति और नौकरी देन के तरीके ऐसे नहीं हैं कि रामानुजन् जैसे जन्मजात प्रतिभासम्पन्न पर बिना डिग्री धारी व्यक्ति को शिक्षक बना सकें या उन्हें किसी शोध संस्थान में प्रवेश दिला सके। ऐसी स्थिति में समुचित डिग्री के अभाव में आज भी कितने जीनियस उसी तरह दर-दर भटकते रहेंगे जैसे रामानुजन् भटके थे।

मुझे ब्रिटेन में जन्में, पर स्वेच्छा से भारत के नागरिक बन गये महान वैज्ञानिक प्रो. जे. बी. एस. हाल्डेन की उस श्रद्धांजली की याद आती है, जो उन्होंने अपनी मृत्यु से कुछ वर्ष पूर्व रामानुजन् को दी थी। निश्चय ही यह श्रद्धांजली प्रो. हाल्डेन की अपनी व्यंग्गात्मक शैली में है।

श्री निवास रामानुजन् के बारे में समारोह आयोजित करने का उस समय तक कोई लाभ नहीं है जब तक उनके जीवन से शिक्षा ग्रहण नहीं करते। पाँच वर्ष तक भारत में रहने के बाद मुझे एकदम स्पष्ट हो गया है कि भारतीय सरकारी संस्थानों और विश्वविद्यालयों ने इस बारे में कोई शिक्षा ग्रहण नहीं की है।

..... आज अगर रामानुजन् भारत में होते तब गाँव के किसी कालेज में लेक्चररशिप नहीं मिलती क्योंकि उनके पास कोई डिग्री नहीं थी। संघ लोक सेवा आयोग के माध्यम से कोई पद मिलने की कोई बात ही नहीं उठती। यह वास्तविकता भारत के लिये

शर्म की बात है। मुझे मालूम है कि रायल सोसायटी के सदस्य मनोनीत हो जाने के बाद ही उन्हें भारत में प्राचार्य का पद प्रदान किया गया था। पर यह लज्जाजनक बात थी कि भारत की एक महान विभूति को विदेशी मान्यता प्राप्त होने तक इंतजार करना पड़ा। यदि रामानुजन के कार्यों को भारत में उतनी जल्दी मान्यता मिल जाती जितनी जल्दी इंग्लैण्ड में मिली थी, तब कदाचित वे



प्रो. जे. बी. एस. हाल्डेन

विदेश प्रवास में न जाते और आज भी जीवित होते। रामानुजन की प्रतिभा को मान्यता प्रदान न करने के लिये हम ब्रिटिशराज को दोष दे सकते हैं। पर हम ऐसा इसलिये नहीं कर सकते क्योंकि आज भी ऐसा होता है। रामानुजन के एक मित्र ने हाल में लिखा था कि "रायल सोसायटी में उनका मनोनयन अनियमित था। पर ऐसा नहीं था। उनका मनोनयन नियमानुसार था। रायल सोसायटी डिग्रियों को अहमियत नहीं देती क्योंकि आरंभिक काल में उसके कुछ ही सदस्य डिग्रीधारी थे। रामानुजन के बाद, एक माली एम. बी. केन को, जिनके पास कोई डिग्री नहीं थी, फलदार वृक्षों पर की गई उनकी खोजों पर सदस्य मनोनीत कर दिया गया था।

"..... यदि भारत रामानुजन को सम्मानित करना चाहता है, जैसा कि उसे करना चाहिये, तब पहला कदम उन जैसे लोगों के लिये, जिनके पास कोई डिग्री नहीं है

पर जिन्होंने महत्वपूर्ण योगदान दिया है, गणित और अन्य सैद्धांतिक विषयों में पद दिलाने के लिये उपाय करना चाहिये। जब तक ऐसा नहीं करते तब तब हम ब्रिटिश साम्राज्यवादी परम्पराओं को जीवित रखेंगे और अपने अत्यंत गौरवशाली युवक युवतियों को हताश करते रहेंगे।

डॉ. रामशरण मेहरोत्रा. रसायन विभाग, राजस्थान विश्व विद्यालय जयपुर (राज),

#### ● उन्होंने स्वयं अपना आविष्कार किया था ●

गणित के आधुनिक इतिहास में रामानुजन रोमांचकारी व्यक्ति थे— एक ऐसे व्यक्ति जिनका पूरा जीवन विरोधाभासी और असंगतियों से भरा हुआ था। उन्होंने उन सब नियमों को झूटलाया था जिनसे हम एक—दूसरे को परखने के आदी हैं.....।

एक तरह से रामानुजन की खोज मैंने की भी, पर मैंने उनका आविष्कार नहीं किया था। अन्य महान विभूतियों की भाँति उन्होंने स्वयं अपना आविष्कार किया था। पर मुझे गर्व है कि मैं ही पहला वह व्यक्ति था जो उनके कार्यों को सही तरीके से समझ सका। मुझे जब भी यह याद आता है कि रामानुजन के रूप में कितनी अनमोल विभूति दूढ़ निकाली थी मेरा हृदय आनंद से भर उठता है।

" प्रो. जी. एच. हार्डी. टै. वल्व लेक्चर्स. रामानुजन " से

साभार— विज्ञान प्रगति पत्रिका कां रामानुजन्, जन्म शताब्दी विशेषांक दिसम्बर 1987 में प्रकाशित लेख

**"रामानुजन् का गणित"** प्रस्तुति— गुणाकर मुले — वैज्ञानिक विषयों एवं कालजयी ग्रंथ कृति संसार के महान गणितज्ञ के महान लेखक ।

## दो शब्द

चराचर जगत में समस्त प्रकार के बोली-भाषा, ज्ञान-विज्ञान, कला-अकलाओं का विकास एवं पतन की अनुभूति, आकलन एवं निष्कर्ष का आधार उनमें व्याप्त शाखा एवं प्रशाखाओं में सम्बंधों का जाल बनाये रखने उनके बीच निहित मानक संख्या मानों का सम्बंध ही है। इन संबंधों के प्रति किये जाने वाले गणना अध्ययन को गणित<sup>✘</sup> करना कहा गया। इस गणित करने की क्रिया को सम्पन्न करने की व्याप्त जटिलताओं का अध्ययन स्वयं एक अध्ययन का विषय बन गया जिसे गणित कहा जाता है। इस प्रकार गणित की शाखा प्रशाखाओं का विकास बोली-भाषा, ज्ञान-विज्ञान, कला-अकलाओं के अनन्त विकास यात्रा क्रम में अनन्ती ही होगा। व्याप्त जटिलताओं का अध्ययन शब्दकोष के जाल में स्वमेव उलझने लगा है। इस जटिल उलझन से बचाव के खोज स्वरूप संकेत भाषा के रूप आकृति और भाषा जनित अक्षरों का अनुप्रयोग होने लगा। आकृति बिन्दु जनित रेखीय होती है। अतः रेखीय आकृति के विविध प्रकारों में आकृति संकेत स्वयं में एक सार्वभौमिक नवीन गणित विषय रेखागणित की शाखा-प्रशाखाओं में विस्तारित होने की ओर अग्रसर है। जिसके अध्ययन विस्तार में भी भाषा जनित अक्षरों का ही संकेतन चुना गया। अक्षर को बीज (उत्पत्ति का मूल तत्त्व स्वरूप) कहा जाता है। अतः गणित की जटिलताओं के निराकरण में चर एवं अचर राशियों के प्रति बीज संकेतन का अनुप्रयोग विकसित हुआ। इस प्रकार बीज संकेतन के प्रति संख्या (अंकों का विस्तारित मान) के संगत व्याख्या क्रम अध्ययन बीज गणित कहलाता है। सम्पूर्ण गणित की आत्मा अंक है तो बीज और रेखा इसकी शक्ति स्वरूप है। जो समोन्नत भाषा या भाषाओं के समिश्रण में ही आत्मसाती होने को होगा। अन्तराष्ट्रीय संकेतन में ऑग्ल, लेटिन एवं ग्रीक भाषा के बीज (अक्षर) को लिया गया है। जिनका आवश्यकतानुसार अनुप्रयोग कर अपने निज भाषा भाव भंगिमा में श्रृंगारित करने का एक प्रयास आप सब विज्ञानियों को सादर प्रस्तुत है। त्रुटियों का होना स्वाभाविक है। आपका ज्ञान प्रसाद आत्मसाती होगा।

आपका

स्नेहांकाक्षी

पंचराम केशरिया

✘ सर्वोच्च गणित और गणितज्ञ तो वह परमपिता परमेश्वर ही हैं जिन्होंने चराचर सम्पूर्ण लौलिक-अलौलिक लोक-परालोक की रचना किया है। गणित की खोज लाभ-हानि, सफलता-असलता से परे परमपिता परमेश्वर की खोज जैसा ही मानें।

श्री निवासरामानुजन् संसार के महान गणितज्ञों में स्वर्णाक्षरित विभूतियों में से अपने आप में एक विशिष्ट प्रतिनिधित्व करते हैं। वस्तुतः एक विषयी प्रतिभा के धनी गुदड़ी के लाल ही हैं। जिन्होंने स्वयं अपना आविष्कार किया था। उक्त समर्पित भाव में ही गणित की खोज परमपिता परमेश्वर की खोज मानकर करते रहे।

## विषय स२ची

अध्याय	विषय	पृष्ठ
<b>1 बीजगणित प्रवेशाध्याय</b>	प्रस्तावना। बीजगणित अध्ययन सुविधा। अक्षर संख्याओं और संख्याओं पर मूल-भूत संक्रियाएँ। घातांकी संक्रिया के संदर्भ। अचर और चर राशि। बीजीय पदों का मूलभूत संक्रिया। बीजीय व्यंजक। किसी बीजीय व्यंजक का मान ज्ञात करना	1-16
<b>2 गुणनखण्ड</b>	गुणनखण्ड। गुणनखण्ड प्राप्त करने की विधियाँ। व्यापक द्विघाती त्रिपद व्यंजकों का द्विखण्डी गुणनखण्ड। जटिल द्विघाती व्यंजको का द्विखण्डी गुणनखण्ड प्राप्त करने विलोपन एवं उभयनिष्ठ का नियम। $n \geq 2$ प्रकार के चर राशियों के वर्ग पद, इनमें से दो-दो चर राशियों का गुणनफल पद, इन चर राशियों का एकघाती पद एवं अचर राशिपद युक्त व्यंजक का चर एवं अचर राशि पद युक्त अभीष्ट द्विखण्डी गुणनखण्ड प्राप्त करने। यदि $n$ प्राकृत संख्या का अवयव हो तो व्यंजक $A^{4n} + A^{2n}B^{2n} + B^{4n}$ का द्विखण्डी गुणनखण्ड ज्ञात करने पूर्ण वर्ग रूप देने एवं योगान्तर गुणनखण्ड का नियम।	17 - 32
<b>3 कलन, और फलन</b>	कलन। संकलन। व्यवकलन। चलन कलन। चलनकलन का अध्ययन शाखा। अवकल गणित। फलन। राशियाँ। अचर राशि। निरपेक्ष या पूर्ण अचर राशियाँ। स्वेच्छ अचर राशि। चर राशि। सम्बद्ध राशि। स्वतंत्र चर राशि। परतंत्र चर राशि। फलन का मान। फलन का मानचित्र प्रदर्शन। क्षेत्र और परास। फलन के प्रकार।	33-35
<b>4 शेषफल प्रमेय</b>	बीजीय फलन का मान। शेषफल प्रमेय। बीजीय फलन $p(x)$ घातांक $n \geq 2$ का एक बहुपद व्यंजक का एकघाती द्विपद व्यंजक $(x-a)$ द्वारा शून्य शेषफल पर विभाजित होने शून्य शेषफल प्रमेय। गुणनखण्ड का शेषफल प्रमेय। बीजीयफलन $p(x) =$ अचर पद युक्त त्रिघाती बहुपद व्यंजक का गुणनखण्ड ज्ञात करना। विशिष्ट प्रकार के त्रिघात व्यंजक का गुणनखण्ड। व्यापकता में $n \geq 2$ के प्रतिबंध पर बीजीयफलन $p(x) =$ अचर पद युक्त $n$ घाती बहुपद व्यंजक का गुणनखण्ड ज्ञात करना।	36-52
<b>5 बीजीय व्यंजकों का लघुत्तमसमापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक</b>	लघुत्तम समापवर्त्य। दो या दो से अधिक बीजीय व्यंजकों का ल.स. ज्ञात करने की गुणनखण्ड विधि। महत्तम समापवर्तक। म.स. ज्ञात करने की विधियाँ - गुणनखण्ड विधि। भागाविधि। लुकाना या छिपाना विधि। महत्तमसमापवर्तक के संदर्भ में लुकाना या छिपाना विधि का सिद्धांत। अभीष्ट महत्तम समापवर्तक होने का प्रमाणिक विश्लेषण। विवेचना।	53-59

<p><b>6 समिका या समीकरण</b></p>	<p>बीजगणित समिका या समीकरण की ओर। समीकरण का हल करने के संदर्भ में लुकाना या छिपाना विधि में तुला सिद्धांत एवं उनका अनुप्रयोग। बीजगणित समिका या समीकरण। कथनों का समीकरण में निरूपण। समीकरण का हल करने के संदर्भ में पक्ष बदलने या पक्षान्तरण का सिद्धांत एवं उनका अनुप्रयोग। एक चर राशि का एकघाती समीकरण हल करने में श्रीसिद्ध (ट्रिक्स) प्रमेय। सामान्य स्तर के आत्मसाती समीकरण। द्विघात सदृश्य समीकरण। शून्य साम्य पद समुच्चय हल देने वाले समीकरण। सर्वनिष्ठ गुणनखण्डीय पद समुच्चय वाले एक चर राशि का एकघाती समीकरण सरल, कठिन एवं अतिकठिनतर छिपाव के साथ शून्य साम्य पद समुच्चय हल देने वाले द्विघाती समीकरण। घन(त्रिघात) एवं चतुर्थघात सदृश्य समीकरण एकघाती समीकरण। व्यापकता में <math>2n</math> घात सदृश्य समीकरण एकघाती समीकरण। इबारती प्रश्न। अचर एवं चर पदों के बीजीय संकेतन वाले एकघाती समीकरण विषयक 7 प्रमेय।</p>	<p>60–83</p>
<p><b>7 विलयनीय एवं विलयन समीकरण</b></p>	<p>विलयनीय समीकरण। विलयन समीकरण। खण्डीय विलयनीय एवं विलयन का <math>(n-1)</math> घाती समीकरण प्रमेय। विलयनीय एवं विलयन समीकरण का स्तर एवं स्तर के सापेक्ष समीकरण का घातांकी निरूपण। विलयनीय एवं विलयन समीकरण का न्यूनतम स्तर। द्विखण्डीय विलयनीय एवं एकघाती विलयन समीकरण प्रमेय। सरल छिपाव में द्विखण्डीय विलयनीय एवं विलयन का एकघाती समीकरण। त्रिखण्डीय विलयनीय एवं विलयन का द्विघात (वर्ग) समीकरण प्रमेय। त्रिखण्डीय विलयनीय एवं विलयन का एकघात समीकरण प्रमेय। सरल छिपाव में त्रिखण्डीय विलयनीय समीकरण का सीधा द्विखण्डीय विलयन में एकघाती समीकरण।</p>	<p>84 – 93</p>
<p><b>8 एकघाती समीकरण के विविध स्वरूप</b></p>	<p>चक्रीय क्रम समीकरण। चर राशि का गुणांक समान होने पर। सरलछुपाव में चक्रीय समीकरण। कठिनतर छुपाव में चक्रीय समीकरण। समांतर श्रेढिक समीकरण। सरल छुपाव में समांतर श्रेढिक समीकरण। हरात्मक श्रेढिक समीकरण। हरात्मक श्रेढी। हरात्मक संख्या श्रेढी का योग प्रगुण। अनुपात एवं स्वतंत्र अचर राशि पद का एकघाती समीकरण।</p>	<p>94–110</p>
<p><b>9 द्विपद प्रमेय</b></p>	<p>पूर्वाध्ययन। संचय। क्रमचय और संचय में भेद। संचयों की संख्या ज्ञात करना। पूरक संचय प्रमेय। द्विपद का <math>n</math> घाती विस्तार प्रमेय। <math>(x + y)^n</math> के विस्तार के समस्त पदों के गुणांकों का योग मान। पास्कल का त्रिभुज। <math>(x + y)^n</math> के विस्तार में सैं दो क्रमागत <math>[r</math>वाँ एवं <math>(r+1)</math> वाँ ] पद में अनुपात सम्बंध।</p>	<p>111–117</p>
<p><b>10 बीजीय फलनों का अवकलन एवं पुनरावृत्तिक द्विपद गुणनखण्ड</b></p>	<p>पूर्वाध्ययन। फलन <math>y = f(x)</math> का प्रथम अवकल गुणांक या अवकलन मान। <math>1 \leq r \leq n</math> के लिए फलन <math>y = f(x) = x^n</math> का <math>r</math> वाँ क्रम अवकलन मान ज्ञात करने क्रमगुणित के अन्तर्गत क्रमचय एवं उना सूत्र का अनुप्रयोग। अवकलन विषयक व्यापक समिका। एक चरीय <math>n</math>घाती बीजीय फलन का गुणनखण्ड एवं अवकलन में सम्बंध। पुनरावृत्तिकद्विपद गुणनखण्ड। पुनरावृत्तिक द्विपद गुणनखण्ड नियम। पुनरावृत्तिक द्विपद गुणनखण्ड के साथ अपुनरावृत्तिक द्विपद गुणनखण्ड की गणना।</p>	<p>118–127</p>

<b>11 n वाँ मूल एवं nघाती एक चरीय व्यंजक समीकरण</b>	n वाँ मूल। n वाँ मूल प्राप्त करने की ओर व्यापक विधि विश्लेषण। पूर्ण n घाती संख्याओं का प्राप्त nवाँ मूल के सही होने की जाँच। विवेचना।	128–135
<b>12 वर्ग एवं वर्गमूल</b>	वर्ग एवं वर्गमूल। संख्याओं के पूर्ण वर्ग होने बुनियादी प्रतिबंध और उनका वर्गमूल ज्ञात होने सम्बंध। वर्गमूल ज्ञात करने की विधियाँ— अभाज्य गुणनखण्ड विधि, भाग विधि, व्यापक विधि। वे संख्याएँ जो पूर्ण वर्ग नहीं का वर्गमूल ज्ञात करना। ट्रिक्स।	136-152
<b>13 वर्ग समीकरण</b>	समीकरण का प्रतिरूपण एवं प्रतिरूपानुसार समीकरण का विविक्तकर और उनके दोनों मूल तालिका। विविक्तकर D के हल मान पर वर्ग समीकरण के मूलों की प्रकृति समीकरण के मूलों का योग एवं गुणनफल ज्ञात होने पर अभीष्ट समीकरण की रचना। समीकरण के मूल तथा मूलों का योगफल एवं गुणनफल तालिका। स्वर्णानुपात समीकरण – प्रथम स्वर्णानुपात समीकरण , द्वितीय स्वर्णानुपात समीकरण। वर्ग समीकरण के मूलों का सीधे दशमलव संख्यांकन में हल प्राप्त करना। वर्ग समीकरण के हल गणना में ध्वजांक का अनुप्रयोग ।	153–168
<b>14 वर्ग समीकरण के विविध स्वरूप</b>	वर्ग समीकरण का प्रतिरूपण। वर्ग समीकरण के मूल। वर्ग समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ में अचर राशि a, b, c की प्रकृति और समीकरण के मूलों का प्रमेय। A • चर राशि p और q केवल शून्यतर पूर्णांक $[\bar{w}, \bar{w}-1, \bar{w}-2, \dots, \bar{w}-3, \bar{w}-2, \bar{w}-1, 1, 2, 3, \dots, (w-2), (w-1), w]$ अवयव होने पर। वर्ग समीकरण $x^2 + bx + c = 0$ का हल प्रमेय। B • व्यापकता में। समीकरण $\frac{ax+m}{bx+n} = \frac{cx+p}{dx+q}$ का वर्ग समीकरण होने की जाँच एवं हल। समीकरण $x + \frac{1}{x} = \frac{a}{b}$ का हल।	169–175
<b>15 घन एवं घनफल</b>	घन एवं घनफल। घनफल ज्ञात करना। आधार से घुचांक विधि। तीन संख्याओं के गुणनफल ज्ञात करने के संदर्भ में आधार से घुचांक विधि। मूलाधार के पास की संख्याओं का घनफल। उपाधार के पास की संख्याओं का घनफल। द्विपद प्रमेय विस्तार में द्विपद के त्रिघाती विस्तार में निहित अनुपात नियम द्वारा। n अंकों की सबसे बड़ी संख्या (9, 99, 999, 9999- - - - ) का घनफल। (11,101,1001,10001 - - - - -) का घनफल। (11,111,1111,11111 - - - - -) का घनफल ज्ञात करने ट्रिक्स। विवेचना।	176–185
<b>16 घनमूल</b>	घनमूल ज्ञात करना। अभाज्य गुणनखण्डविधि। विलोपन विधि। n अंकीय संख्या एवं उसके घनफल को बीजीय व्यंजक में दर्शित करना। विलोपन सिद्धांत। चक्रवर्ती भाग विधि। सामान्य भागविधि। सामान्य भाग विधि से ऊन संख्याओं का घनमूल ज्ञात करना जो पूर्ण घन संख्या नहीं है। व्यापक विधि।	186–220
<b>17 त्रिघात समीकरण का हल</b>	त्रिघात समीकरण। त्रिघात समीकरण हल करने की विधियाँ। गुणनखण्ड विधि। त्रिघाती व्यंजकों के गुणन खण्ड प्राप्त करने के शेषफल एवं तर्क विधि का अनुप्रयोग। विशिष्ट प्रकार के त्रिघात समीकरण। त्रिघाती व्यंजकों के गुणन खण्ड प्राप्त करने विखण्डन नियम का अनुप्रयोग। व्यापक विधि— त्रिघात समीकरण का कम से कम एक मूल सीधे दशमलव संख्यांकन में हल प्राप्त करना।	221–234

<b>18 चतुर्थघात एवं चतुर्थमूल</b>	चतुर्थ घात एवं चतुर्थ मूल संख्या। किसी संख्या का चतुर्थ घात मान संख्या ज्ञात करना। (9, 99, 999, 9999- - - - ) का चतुर्थमान,पंचघात,षष्ठघात,, अष्ठघात ज्ञात करने का ट्रिक्स।। चतुर्थमूल घात करने की विधियाँ। व्यापक विधि।	235–238
<b>19 चतुर्थघात समीकरण का हल</b>	चतुर्थघात समीकरण। चतुर्थघात समीकरण हल करने की विधियाँ। योगान्तर में द्विपदों का चतुर्थघात का योग समीकरण का हल। समीकरण $(y + 1)^4 + (y - 1)^4 = c$ योगान्तर द्विपदों का चतुर्थघात का योग समीकरण का हल गणना। दो अलग-अलग द्विपद के चतुर्थघात का योग समीकरण का हल।	239–244
<b>20 सरल युगपद समीकरण</b>	सरल युगपद समीकरण। सरलयुगपद समीकरण के प्रकार- रैखिक या केवल एक रेखा के अध्ययन का युगपद समीकरण, परस्पर प्रतिच्छेदी होने वाले रेखा युग्म का युगपद समीकरण युग्म। परस्पर अप्रतिच्छेदी (समांतर) होने वाले रेखा का युगपद समीकरण युग्म। अहलित या अन्तर तलीय युगपद समीकरण युग्म। विशिष्ट प्रकार के सरलयुगपद समीकरण के हल।	245–250
<b>21 शून्य साम्य समीकरण</b>	शून्य साम्य समीकरण।शून्य साम्य समीकरणों के प्रति अनुपातिक हल प्राप्त करना।शून्य साम्य समीकरण में परिवर्तनीय समीकरण। विवेचना।	251–253
<b>22 बहुपद समीकरण</b>	बहु पद समीकरण। व्यापकता में बहु युगपद समीकरण के प्रकार -शून्य साम्य समीकरण युक्त बहु युगपद समीकरण सरल बहुपद समीकरण।शून्य साम्य समीकरण सारणिक हल विधि• विलोपन एवं प्रतिस्थापन, पक्षांतर एवं प्रतिस्थापन, चक्रीय सारणिक प्रबंध विधि एवं शून्य साम्य समीकरण विधि। पूरोगामी एवं व्युत्क्रम पूरोगामी विधि चक्रीय सारणिक प्रबंध विधि। विशिष्ट प्रकार के बहु पद समीकरण।	254–266
<b>23 सरल युगपद द्विघात समीकरण</b>	सरल युगपद द्विघात समीकरण। प्रकार एवं हल विधियाँ। पक्षांतर एवं प्रतिस्थापन सह गुणनखण्ड विधि। सरल विस्तार विधि। सरल तर्क द्वारा विलोकनम् (देखने) मात्र से।	267–270
<b>24 श्री निवासरामानुजन का युगपद समीकरण</b>	प्रस्तावना।श्री निवासरामानुजन का युगपद समीकरण की व्यापकता। अभिगृहीत कथन। हल विधियाँ• पक्षांतर सह प्रतिस्थापन विधि, प्रतिस्थापन सह विविक्तिकर विधि।	271–279
<b>25 श्रेढ़िया</b>	श्रेढ़ी। संख्या श्रेढ़ी के प्रकार।समान्तर श्रेढ़ी शब्दावली। समान्तर श्रेढ़ी विषयक हल समिका। समान्तर श्रेढ़ी प्रमेय। महत्वपूर्ण कथन। हरात्मक श्रेढ़ी की ओर। हरात्मक श्रेढ़ी। प्रमेय – हरात्मक संख्या श्रेढ़ी का योग प्रगुण। गुणोत्तर श्रेढ़ी।गुणोत्तर श्रेढ़ी शब्दावली। गुणोत्तर श्रेढ़ी विषयक हल समिकाएँ। महत्वपूर्ण कथन। गुणोत्तर श्रेढ़ी प्रमेय। गुणोत्तर श्रेढ़ी में परिवर्तनीय विशिष्ट संख्या श्रेढ़ी। क्रमित गुणन संख्या श्रेढ़ी। क्रमित गुणन संख्या श्रेढ़ी का योग मान श्रेढ़ी प्रमेय।1 से क्रमागत n पद तक के क्रमागत अवयवों का 1ए2ए एवं 3 घटांकी योग-योग श्रेढ़ी।योग-योग संख्या श्रेढ़ी की उत्पत्ति। फिबोनिकी संख्या। फिबोनिकी स्वरूप संख्या या बीजीय फिबोनिकी संख्या। लुकस संख्या।योग-योग संख्या श्रेढ़ी का स्तर। प्रथम योग-योग संख्या श्रेढ़ी। योग-योग संख्या श्रेढ़ी (a,b) A और फिबानकी संख्या श्रेढ़ी (1,1)F के मध्य सम्बंध। करणी गत संख्या श्रेढ़ी। स्वर्णानुपात एवं स्वर्णानुपात के	280-318

	<p>गुणनप्रतिलोम की ओर। गुणोत्तर सह योग-योग संख्या श्रेणी।</p> <p>करणीगत संख्या श्रेणी-</p> $\sqrt{a * \sqrt{a * \sqrt{a * \sqrt{a} \text{-----}}}}$ $\sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a} \text{-----}}}}$ $\sqrt{a - \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a} \text{-----}}}} \quad \text{का हल।}$ <p><math>n \geq 3</math> के प्रति</p> <p>1 ■ <math>\sqrt[n]{a + \sqrt[n]{a + \sqrt[n]{a + \sqrt[n]{a} \text{-----}}}}</math> का व्यापक हल मान</p> <p>2 ■ <math>\sqrt[n]{a - \sqrt[n]{a + \sqrt[n]{a + \sqrt[n]{a} \text{-----}}}}</math> का व्यापक हल मान</p>	
<p><b>26 (111---n स्मानिक)<sup>p</sup> का हलमान</b></p>	<p><b>(111---n स्मानिक)<sup>p</sup> का हलमान मात्र p=2,3,4 और 5 के प्रति क्रमगुणित का नियम। हलमान गणना प्रतिबंध।</b></p>	<p>319-327</p>
<p><b>27 आंशिक भिन्न</b></p>	<p>आंशिक भिन्न के संदर्भ में अलग-अलग <math>n (n \geq 2)</math> वास्तविक बीजीय व्यंजक भिन्नों के संकलन व्यवकलन या संकलन -व्यवकलन की संयुक्त संक्रिया का विस्तारित अध्ययन, आंशिक भिन्न में प्रतिरूपण, आंशिक भिन्न प्रतिरूपण प्रतिबंध, आंशिक भिन्नप्रतिरूपण की विधियाँ- [1]n घाती हर का अलग-अलग एकघाती द्विपद गुणनखण्ड के n गुणनखण्ड दर्शित होने पर- 1 ■ तुलना विधि, 2A ■ विलोपन एवं प्रतिस्थापन विधि, 2B ■ अवकलन एवं प्रतिस्थापन विधि, 3 ■ देखते-देखत या विलोकनम् विधि, [2] हर एकघाती द्विपद का n घाती <math>[(x + a)^n]</math> दर्शित होने पर- (शून्येतर m) <math>\leq (n - 1)</math> के प्रतिबंध पर आंशिक भिन्न प्रतिरूपण की विधियाँ- 1 ■ तुलना विधि, 2 ■ पक्षांतर एवं प्रतिस्थापन विधि, 3 ■ अवकलन विधि।</p>	<p>328-347</p>
<p><b>28_ लघुगुणक एवं प्रतिलघुगुणक</b></p>	<p>लघुगुणक, log की व्याख्या, आधार संख्या e के प्रति log विषयक गणन कीमूल समिका, log<sub>a</sub> विषयक गणन समिका, log<sub>10</sub> या log गणन समिका log पत्रक द्वारा log(x) का मान ज्ञात करने x का स्वरूप,, log पत्रक द्वारा log(x) का मान ज्ञात करना, प्रतिलघुगुणक,, Antilog गणना नियम।</p>	<p>348-355</p>

<b>29 बीजीफलनों का समाकलन</b>	बीजीफलनों के समाकलन के परिपेक्ष्य में और समाकलन विस्तार, लघुगुणक,फलन का अवकलन, समाकलन, $1 \leq r < n$ के लिए फलन $y=f(x)=x^n$ का $r$ वाँ क्रम समाकलन मान प्राप्त करने क्रमगुणित के अन्तर्गत क्रमचय और आगर सूत्र का अनुप्रयोग, शून्य का समाकलन बहुपद व्यंजकों का समाकलन, अवकलन विषयक व्यापक समिका, दो फलनों के गुणा संक्रिया का समाकलन दो फलनों के भाग संक्रिया का समाकलन।	356 – 359
<b>आलेख</b>	• मै $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ स्वर्णानुपात हूँ •	350 – 363