

## S=505

। प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन की ओर ।

प्रतिबंध

[A] सामान्य, / सामान्य रंगीन / विशिष्ट प्रकार के रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति-  
 $N*N$  का जादुई-वर्ग रचना के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की भूमिका से पूर्णतः परिचित हो चुके हैं। जादुई-वर्ग के पंक्ति, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डब्बों (खानों) में स्थित  $N-N$  अवयवों का योगमान  $S -$   
 $N$  के सम एवं विषम मानों के प्रति  $S > [N * \frac{N^2+1}{2}]$  होने के प्रति  $N$  के यथार्थ भाजकों को दृष्टिगत कर  
 $N*N$  का जादुई-वर्ग रचना के तारतम्य में प्रथम आधार-वर्ग की विस्तारित श्रृंखला प्राप्ती की ओर  
 अलग-अलग सरल समिका आगे अध्ययन क्रम में विस्तारित है।

जादुई-वर्ग रचना के प्रति प्रथम आधार-वर्ग से विस्तारित आधार-वर्ग के प्रकारों की संख्या-

उपरोक्तानुसार प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की विस्तारित श्रृंखला के किसी भी प्रथम  
 आधार-वर्ग के अवयवों को नियमानुसार स्थान क्रम बदलकर नवीन आधार-वर्ग श्रृंखला माला परोया जा  
 सकता है। निम्नानुसार प्राप्त कीजिये।

[1] विषम ' विषम  $(2x+1) * (2x+1)$  के प्रति

1 ■ सामान्य जादुई-वर्ग रचना के प्रति सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या

$(2x+1)$  के समस्त यथार्थ भाजक की कुल संख्या  $m$  होने के प्रति-

1. यथार्थ भाजक 1 और  $(2x+1)$  के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4m[!(2x) - 1]$

2. यथार्थ भाजक 1 और  $(2x+1)$  के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजक के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4(m-1)[!(2x) - 1]$  होगा।

2 ■ रंग धारिता प्रगुण के अधीन रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या

(1)  $(2x+1)$  3 द्वारा अविभाजित होने के प्रति- समस्त यथार्थ भाजक की कुल संख्या  $m$  होने के प्रति-

1. यथार्थ भाजक 1 और  $(2x+1)$  के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4m[(!x * 2^x) - 1]$

2. यथार्थ भाजक 1 और  $(2x+1)$  के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजक के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4(m-1)[(!x * 2^x) - 1]$  होगा।

(2)  $(2x+1)$  3 द्वारा विभाजित होने के प्रति- समस्त यथार्थ भाजक की कुल संख्या  $m$  होने के प्रति-

1. यथार्थ भाजक 1, 3,  $\frac{(2x+1)}{3}$  और  $(2x+1)$  के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4m[(!x * 2^x) - 1]$

2. यथार्थ भाजक 1, 3,  $\frac{(2x+1)}{3}$  और  $(2x+1)$  के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजक के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4(m-1)[(!x * 2^x) - 1]$  होगा।

[2A]  $x \geq 3$  विषम संख्या होने के प्रतिबंध पर 4 से अविभाजित सम\*सम  $2x * 2x$  के प्रति

1 ■ रंग धारिता प्रगुण के अधीन रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों  
 की संख्या

1. यथार्थ भाजक 1 और  $2x$  के प्रति- आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4m[(!x * 2^x) - 1]$

2. यथार्थ भाजक 1 और  $2x$  के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजकों के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4(m-1)[(!x * 2^x) - 1]$

**2■ विशिष्ट आधार-वर्ग की ओर सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या**

1. यथार्थ भाजक 1 और  $2x$  के प्रति— आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4m$

2. यथार्थ भाजक  $x$  के प्रति—

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4(m-1)$

3. यथार्थ भाजक 1,  $x$  और  $2x$  के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजक के प्रति—

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4(m-3)$  होगा।

[2B]  $x \geq 2$  सम संख्या होने के प्रतिबंध पर 4 से विभाजित सम\*सम  $2x * 2x$  के प्रति

**1■ रंग धारिता प्रगुण के अधीन रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या**

1. यथार्थ भाजक 1, 2,  $x$  और  $2x$  के प्रति— आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4m[(!x * 2^x) - 1]$

2. यथार्थ भाजक 1, 2,  $x$  और  $2x$  के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजकों के प्रति—

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4(m-1)[(!x * 2^x) - 1]$

**2■ विशिष्ट आधार-वर्ग की ओर सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या**

1. यथार्थ भाजक 1, 2,  $x$  और  $2x$  के प्रति— आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4m$

2. यथार्थ भाजक 1, 2,  $x$  और  $2x$  के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजक के प्रति—

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4(m-1)$  होगा।

[3] केवल और केवल  $4*4$  के प्रति—

**1■ रंग धारिता प्रगुण से मुक्त सामाय जादुई-वर्ग रचना के प्रति—**

4 के तीनों यथार्थ भाजक 1, 2 और 4 के प्रति—

सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या— 276 होगा।

**1■ सामाय रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति—**

4 के तीनों यथार्थ भाजक 1, 2 और 4 के प्रति—

सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या— 84 होगा।

**2■ विशिष्ट आधार-वर्ग की ओर सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या**

4 के तीनों यथार्थ भाजक 1, 2 और 4 के प्रति—

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या = 12

टीप— स्थान क्रम बदलकर नवीन आधार-वर्ग श्रृंखला माला पिरोने का प्रतिबंध—

[1]  $x$  के विषम मानों के प्रति  $2x * 2x$  के जादुई-वर्ग रचना क्रम में  $2x$  के यथार्थ भाजक 1 और  $2x$  के अतिरिक्त किसी यथार्थ भाजक  $m$  के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग के अवयवों का स्थान क्रम बदलकर स्वयं यथार्थ भाजक  $m$  के प्रति नवीन आधार-वर्ग श्रृंखला माला पिरोना जाना यथेष्ट नहीं होगा।

[2]  $(2x+1) 3$  से अविभाजित होने के प्रति  $(2x+1) * (2x+1)$  के जादुई-वर्ग रचना क्रम में के यथार्थ भाजक 1 और  $(2x+1)$  के अतिरिक्त किसी यथार्थ भाजक  $m$  के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग के अवयवों का स्थान क्रम बदलकर स्वयं यथार्थ भाजक  $m$  के प्रति नवीन आधार-वर्ग श्रृंखला माला पिरोना जाना यथेष्ट नहीं होगा।

## य. भा. 1 सा.आ. व.

1	4	7	10	13	16	19	22
25	28	31	34	37	40	43	46
49	52	55	58	61	64	67	70
73	76	79	82	85	88	91	94
3	6	9	12	15	18	21	24
27	30	33	36	39	42	45	48
51	54	57	60	63	66	69	72
75	78	81	84	87	90	93	96

S= 388 य. भा. 1 वि.आ.. व.

1	25	49	73	4	28	52	76
7	31	55	79	10	34	58	82
13	37	61	85	16	40	64	88
19	43	67	91	22	46	70	94
3	27	51	75	6	30	54	78
9	33	57	81	12	36	60	84
15	39	63	87	18	42	66	90
21	45	69	93	24	48	72	96

S= 388 य. भा. 2 सा. व.

1	7	13	19	25	31	37	43
49	55	61	67	73	79	85	91
3	9	15	21	27	33	39	45
51	57	63	69	75	81	87	93
4	10	16	22	28	34	40	46
52	58	64	70	76	82	88	94
6	12	18	24	30	36	42	48
54	60	66	72	78	84	90	96

S= 388 य. भा. 2 वि.आ.. व.

1	49	3	51	7	55	9	57
13	61	15	63	19	67	21	69
25	73	27	75	31	79	33	81
37	85	39	87	43	91	45	93
4	52	6	54	10	58	12	60
16	64	18	66	22	70	24	72
28	76	30	78	34	82	36	84
40	88	42	90	46	94	48	96

S= 388 य. भा. 4 सा. व.

1	13	25	37	49	61	73	85
3	15	27	39	51	63	75	87
4	16	28	40	52	64	76	88
6	18	30	42	54	66	78	90
7	19	31	43	55	67	79	91
9	21	33	45	57	69	81	93
10	22	34	46	58	70	82	94
12	24	36	48	60	72	84	96

## रं. जा.-व.

1	93	7	87	84	16	78	22
46	28	66	63	34	57	43	25
27	67	55	39	36	64	30	70
3	21	88	82	85	9	6	94
73	76	18	12	15	79	91	34
49	45	33	58	61	42	52	48
72	54	31	37	60	40	69	25
5	4	90	10	13	81	19	96

वि. रं. जा.-व.

1	72	49	24	93	28	45	79
82	31	42	18	79	63	58	15
9	64	61	12	81	40	33	88
94	54	46	91	22	51	27	3
78	43	30	75	6	68	70	19
13	60	57	85	16	36	37	84
90	39	55	10	87	34	66	7
21	25	48	73	4	69	52	96

रं. जा.-व.

1	90	13	78	72	31	60	43
91	55	36	30	67	18	85	6
52	39	15	76	70	33	58	45
93	40	81	69	75	16	10	4
46	57	34	22	28	63	87	51
3	88	64	21	27	82	9	94
48	12	61	73	24	79	42	49
54	7	84	19	25	66	37	96

वि. रं. जा.-व.

1	48	3	46	90	55	88	57
69	61	82	34	63	30	21	28
16	33	27	22	66	79	64	81
93	12	91	87	43	6	52	4
60	85	58	54	10	39	45	37
25	24	18	75	31	70	73	72
84	76	15	19	78	67	36	13
40	49	94	51	7	42	9	96

रं. जा.-व.

1	84	25	60	48	61	24	85
87	15	70	58	39	34	75	10
9	76	28	57	45	64	21	88
90	79	66	42	54	31	19	7
91	18	67	43	55	30	78	6
4	81	33	40	52	69	16	93
94	22	27	51	46	63	82	3
12	13	72	37	49	36	73	96

S= 388 य. भा. 4 वि.आ.. व.

1	3	4	6	13	15	16	18
25	27	28	30	37	39	40	42
49	51	52	54	61	63	64	66
73	75	76	78	85	87	88	90
7	9	10	12	19	21	22	24
31	33	34	36	43	45	46	48
55	57	58	60	67	69	70	72
79	81	82	84	91	93	94	96

वि. रं. जा.-व.

1	94	4	91	84	15	81	18
42	27	69	67	30	58	40	55
31	64	52	43	36	63	33	66
90	22	87	78	85	10	9	7
24	75	21	12	19	76	88	73
49	46	34	54	61	45	51	48
72	57	28	37	60	39	70	25
79	3	93	6	13	82	16	96

S= 388 य. भा. 8 सा.आ. व.

1	25	49	73	3	27	51	75
4	28	52	76	6	30	54	78
7	31	55	79	9	33	57	81
10	34	58	82	12	36	60	84
13	37	61	85	15	39	63	87
16	40	64	88	18	42	66	90
19	43	67	91	21	45	69	93
22	46	70	94	24	48	72	96

रं. जा.-व.

1	72	49	24	94	27	46	75
78	28	45	21	76	67	54	19
16	57	55	18	88	33	40	81
84	63	36	82	12	61	37	13
87	34	39	85	15	58	60	10
7	66	64	79	9	42	31	90
93	43	52	6	91	30	69	4
22	25	48	73	3	70	51	96

S= 388 य. भा. 8 वि.आ.. व.

1	4	7	10	25	28	31	34
49	52	55	58	73	76	79	82
3	6	9	12	27	30	33	36
51	54	57	60	75	78	81	84
13	16	19	22	37	40	43	46
61	64	67	70	85	88	91	94
15	18	21	24	39	42	45	48
63	66	69	72	87	90	93	96

वि. रं. जा.-व.

1	93	7	87	72	28	66	34
82	52	42	39	58	21	79	15
61	33	9	85	70	30	64	36
84	43	78	60	75	19	16	13
46	54	40	22	37	57	81	51
3	91	67	12	27	88	6	94
48	38	55	73	24	76	45	49
63	4	90	10	25	69	31	96

उभयच्छिदत सर्वान्तर  $d=3$  पर , 16 पदी 4 समान्तर श्रेढी जिनके प्रथम पद a,b,c और d समान्तर श्रेढी के अवयव होने के प्रति सर्वान्तर 50 होने के प्रति a,b,c और d क्रमशः (1, 51, 101, और 151) के प्रति  $S=788$  की जादुई-वर्ग के प्रकारों के विस्तार विषयक जाँच-

य. भा. 1 सा.आ. व.

1	4	7	10	13	16	19	22
25	28	31	34	37	40	43	46
51	54	57	60	63	66	69	72
75	78	81	84	87	90	93	96
101	104	107	110	113	116	119	122
125	128	131	134	137	140	143	146
151	154	157	160	163	166	169	172
175	178	181	184	187	190	193	196

रं. जा.-व.

1	193	7	187	164	16	178	22
46	28	166	163	34	157	43	151
125	69	57	137	134	66	128	72
96	119	90	84	87	107	104	101
122	78	116	110	113	81	93	75
51	143	131	60	63	140	54	146
172	154	31	37	160	40	169	25
175	4	190	10	13	181	19	196

य. भा. 1 वि.आ. व.

वि. रं. जा.-व

1	25	51	75	4	28	54	78
7	31	57	81	10	34	60	84
13	37	63	87	16	40	66	90
19	43	69	93	22	46	72	96
101	125	151	175	104	128	154	178
107	131	157	181	110	134	160	184
113	137	163	187	116	140	166	190
119	143	169	193	122	146	172	196

य. भा. 2 सा.आ. व.

1	172	51	122	193	28	143	78
84	31	140	116	81	163	60	113
107	66	63	110	181	40	131	90
96	154	46	93	22	151	125	101
178	43	128	175	104	69	72	19
13	160	157	87	16	134	37	184
190	137	57	10	187	34	166	7
119	25	146	75	4	169	54	196

रं. जा.-व.

1	7	13	19	25	31	37	43
51	57	63	69	75	81	87	93
101	107	113	119	125	131	137	143
151	157	163	169	175	181	187	193
4	10	16	22	28	34	40	46
54	60	66	72	78	84	90	96
104	110	116	122	128	134	140	146
154	160	166	172	178	184	190	196

य. भा. 2 वि.आ. व.

1	190	13	178	172	31	160	42
93	57	134	128	69	116	87	104
54	137	113	28	22	131	60	143
193	40	181	168	175	16	10	4
46	157	34	22	28	163	187	151
101	90	66	119	125	84	107	96
146	110	63	75	122	81	140	51
154	7	184	19	25	166	37	198

वि. रं. जा.-व

1	51	101	151	7	57	107	157
13	63	113	163	19	69	119	169
25	75	125	175	31	81	131	181
37	87	137	187	43	93	143	193
4	54	104	154	10	60	110	160
16	66	116	166	22	72	122	172
28	78	128	178	34	84	134	184
40	90	140	190	46	96	146	196

5.य. भा. 4 सा.आ. व.

1	146	101	46	190	57	90	157
169	63	84	34	163	128	119	28
16	131	125	22	166	81	66	181
193	110	93	187	43	104	54	4
160	87	60	154	10	137	143	37
25	122	116	175	31	72	75	172
184	78	113	19	178	69	134	13
40	51	96	151	7	140	107	196

रं. जा.-व.

1	13	25	37	51	63	75	87
101	113	125	137	151	163	175	187
4	16	28	40	54	66	78	90
104	116	128	140	154	166	178	190
7	19	31	43	57	69	81	93
107	119	131	143	157	169	181	193
10	22	34	46	60	72	84	96
110	122	134	146	160	172	184	196

य. भा. 4 वि.आ. व.

वि. रं. जा.-व

1	101	4	104	13	113	16	116
25	125	28	128	37	137	40	140
51	151	54	154	63	163	66	166
75	175	78	178	87	187	90	190
7	107	10	110	19	119	22	122
31	131	34	134	43	143	46	146
57	157	60	160	69	169	72	172
81	181	84	184	93	193	96	196

1	96	4	93	184	113	181	116
140	125	169	69	128	60	40	57
31	66	54	43	134	163	131	166
190	22	187	178	87	10	107	7
122	175	119	110	19	78	90	75
51	46	34	154	63	143	151	146
172	157	28	37	160	137	72	25
81	101	193	104	13	84	16	196

य. भा. 8 सा.आ. व.

1	25	51	75	101	125	151	175
4	28	54	78	104	128	154	178
7	31	57	81	107	131	157	181
10	34	60	84	110	134	160	184
13	37	63	87	113	137	163	187
16	40	66	90	116	140	166	190
19	43	69	93	119	143	169	193
22	46	72	96	122	146	172	196

रं. जा.-व.

1	172	51	122	96	125	46	175
178	28	143	119	78	69	154	19
16	157	57	116	90	131	40	181
184	163	134	84	110	63	37	13
187	34	137	87	113	60	160	10
7	166	66	81	107	140	31	190
193	43	54	104	93	128	169	4
22	25	146	75	101	72	151	196

य. भा. 8 वि.आ. व.

1	4	7	10	25	28	31	34
51	54	57	60	75	78	81	84
101	104	107	110	125	128	131	134
151	154	157	160	175	178	181	184
13	16	19	22	37	40	43	46
63	66	69	72	87	90	93	96
113	116	119	122	137	140	143	146
163	166	169	172	187	190	193	196

वि. रं. जा.-व

1	193	7	187	172	28	166	34
84	54	140	137	60	119	81	113
63	131	107	87	72	128	66	134
184	43	178	160	175	19	16	13
46	154	40	22	37	157	181	151
101	93	69	110	125	90	104	96
146	116	57	75	122	78	143	51
163	4	190	10	25	169	31	198

[3] केवल और केवल 4\*4 के प्रति-

(1) रंगधारिता प्रगुण के परिपालन से मुक्त होने के प्रति-

4 के तीनों यथार्थ भाजक 1,2,4 के प्रति -

सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या- 276 होगा

(2) रंगधारिता प्रगुण के परिपालन से युक्त होने के प्रति-

1■ सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति-

4 के तीनों यथार्थ भाजक 1,2 और 4 के प्रति-

सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या- 84 होगा ।

2■ विशिष्ट 1ए आधार-वर्ग की ओर सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या

4 के तीनों यथार्थ भाजक 1,2 और 4 के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या =जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =12

**ध्यानाकर्षण**—  $N * N$  वै जादुई -वर्ग के पंक्ति एवं स्तम्भिक एवं तिर्यक  $N$  अवयवों का योगमान  $S$  होने के प्रति-प्रतिबंधानुसार प्रखुक्त गणन समिका के तारतम्य में किसी उभयनिष्ठ सर्वान्तर मान  $d$  के लिये प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की संख्या  $P$  होने के प्रति उपरोक्त गण समिहा कके अनुसार प्राप्त विस्तारित आधार-वर्ग का  $P$  गुना होगा ।तब उक्त प्रगुण के परिपालन में  $S$  के ज्ञात मान को दृष्टि करते हुये सामान्य, / सामान्य रंगीन / विशिष्ट प्रकार के रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति प्रथम सामान्य आधार-वर्ग रचना की कुल प्रस्तुति वि व्यापकता में सर्वमान्य नियम प्रतिपादन विषयक समिका निम्नानुसार होगा। जिनके प्रति उदाहरणार्थ **सर्वसद्धि** यंत्र दशरथ नन्दन दशानन तारक श्री राम यंत्र का संख्यांक मान **505** के प्रति  $4*4$ ,  $5*5$  एवं  $10*10$  का जादुई -वर्ग रचना चिषयक प्रथम आधार-वर्ग की रचना में समिका परिपालन विदित कराया गया है।1■  $N$  के यथार्थ भाजक 1 (एक ) के प्रति- $2S \div N$  की भक्रिया पूर्णतः अशेष विभाजित होने के प्रतिबंध पर-  $N*N$  का आधार-वर्ग के सभी  $N^2$  अचयव का प्रथम पदमान  $a$  एवं एक उभय निष्ठ सर्वान्तर  $d$  पर  $N^2$  पदी यमांतर श्रेढी के अवयव होंगे ।

$$\text{तब } N*S = N^2 * a + \frac{N^2-1}{2} * N^2 * d \Rightarrow 2S = 2N*a + N*(N^2 - 1) * d$$

$$\Rightarrow 2a = \frac{2S}{N} - (N^2 - 1) * d \text{ में } S \text{ और } N \text{ के ज्ञात मान प्रतिस्थापित कर}$$

समिका  $2a = \frac{2S}{N} - (N^2 - 1) * d$  को सरल करें। फिर  $d$  के प्राकृत संख्या मानों के प्रति  $a$  का मान प्राप्त कीजिये।

**सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_m$  के प्रति**

$$d_m = \frac{2S}{N} \div 2(N^2 - 1) = \frac{S}{N} \div (N^2 - 1) \text{ की संक्रिया से - शून्येतर शेषफल के प्रति प्राप्त भागफल } r \text{ होगा। जबकि}$$

शून्य शेषफल के प्रति प्राप्त भागफल  $r$  का उना  $(r-1)$  होगा।

प्रथम आधार-वर्ग के प्रकारों की संख्या  $n = \left[ \text{यमिका } 2a = \frac{2S}{N} - (N^2 - 1) * d \text{ को संतुलित करने में} \right.$   
 $\left. \text{प्राप्त सर्वान्तर } d \text{ के प्रकारों की संख्या} \right]$

$N$  के यथार्थ भजको की संख्या  $m$  होने के प्रति प्रथम आधार-वर्ग से विस्तारित आधार-वर्ग प्रकारों की कुल संख्या **w** उपरोक्त नियमानुसार प्राप्त कीजिये।

संख्या  $S=505$  के अनुपालन में-

**{1}  $5*5$  के प्रति- समिका  $2a = \frac{2S}{N} - (N^2 - 1) * d$  के तारतम्य में-**

a	a+d	a+2d	a+3d	a+4d
a+5d	a+6d	a+7d	a+8d	a+9d
a+10d	a+11d	a+12d	a+13d	a+14d
a+15d	a+16d	a+17d	a+18d	a+19d
a+20d	a+21d	a+22d	a+23d	a+24

$S=505$ ,  $N=5$  प्रति स्थापित करने पर-

$$2a = \frac{2S}{N} - (5^2 - 1) * d$$

$$\Rightarrow 2a = \frac{2*505}{5} - 24d$$

$$\Rightarrow a = 101 - 12d$$

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_r = \left[ \frac{2+505}{5} \div (5^2 - 1) \right] = [202 \div 24] = [101 \div 12]$  की संक्रिया से-  
 शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r=8$  होगा।

प्रतिबंधानुसार हल तालिका

S-N	1	2	3	4	5	6	7	8
„d =	1	2	3	4	5	6	7	8
a =	89	77	65	53	41	29	17	5

सामान्य जादुई-वर्ग के प्रति -

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या **8**

प्रथम आधार-वर्ग से विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या  **$8*184=1474$**

रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति - प्रथम आधार-वर्ग की संख्या **8**

प्रथम आधार-वर्ग से विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या  **$8*56=448$**

**{2}  $10*10$  के प्रति- समिका  $2a = \frac{2S}{N} - (N^2 - 1) * d$  के तारतम्य में-**

a	a+d	a+2d	a+3d	a+4d	a+5d	a+6d	a+7d	a+8d	a+9d
a+10d	a+11d	a+12d	a+13d	a+14d	a+15d	a+16d	a+17d	a+18d	a+19d
a+20d	a+21d	a+22d	a+23d	a+24d	a+25d	a+26d	a+27d	a+28d	a+29d
a+30d	a+31d	a+32d	a+33d	a+34d	a+35d	a+36d	a+37d	a+38d	a+39d
a+40d	a+41d	a+42d	a+43d	a+44d	a+45d	a+46d	a+47d	a+48d	a+49d
a+50d	a+51d	a+52d	a+53d	a+54d	a+55d	a+56d	a+57d	a+58d	a+59d
a+60d	a+61d	a+62d	a+63d	a+64d	a+65d	a+66d	a+67d	a+68d	a+69d
a+70d	a+71d	a+72d	a+73d	a+74d	a+75d	a+76d	a+77d	a+78d	a+79d
a+80d	a+81d	a+82d	a+83d	a+84d	a+85d	a+86d	a+87d	a+88d	a+89d
a+90d	a+91d	a+92d	a+93d	a+94d	a+95d	a+96d	a+97d	a+98d	a+99d

$S=505$ ,  $N=10$  प्रति स्थापित करने पर-

$$2a = \frac{2s}{N} - (10^2 - 1) * d \Rightarrow 2a = \frac{2*505}{10} - 99d \Rightarrow 2a = 101 - 99d$$

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_m = \left[ \frac{2+505}{10} \div (10^2 - 1) \right] = [101 \div 99]$  की संक्रिया से- शून्येतर शेषफल के प्रति भागफल  $r=1$  होगा।

प्रतिबंधानुसार हल तालिका

S-N	1
„d =	1
a =	1

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति -

प्रथम आधार-कर्म की संख्या 1

प्रथम आधार-कर्म से विस्तारित आधार-कर्म की संख्या  $1*61424 = 61424$

विशिष्टरंगीन जादुई-वर्ग के प्रति - प्रथम आधार-कर्म की संख्या 1

प्रथम आधार-कर्म से विस्तारित आधार-कर्म की संख्या  $1*12 = 12$

सामान्य आधार-वर्ग

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	37	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

$N=10$  के यथार्थ भाजक 5 के प्रति प्रति प्रथम आधार-वर्ग

1	6	11	16	21	26	31	36	41	46
51	56	61	66	71	76	81	86	91	96
2	7	12	17	22	27	32	37	42	47
52	57	62	67	72	77	82	87	92	97
3	8	13	18	23	28	33	38	43	48
53	58	63	68	73	78	83	88	93	98
4	9	14	19	24	29	34	39	44	49
54	59	64	69	74	79	84	89	94	99
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
55	60	65	70	75	80	85	90	95	100

रंगीन जादुई-वर्ग

1	95	11	85	80	21	70	36	60	46
96	56	40	66	30	25	81	15	91	5
54	42	12	84	79	22	69	37	59	47
97	9	87	67	24	29	82	14	92	4
98	43	39	33	23	28	18	13	58	53
3	93	62	83	73	78	68	88	8	48
49	57	39	19	72	77	34	62	44	52
2	94	64	17	27	74	32	89	7	99
50	10	61	35	71	76	20	86	45	51
55	6	90	16	26	75	31	65	41	100

## 2 ■ N सम संख्या होने पर यथार्थ भाजक 2 (दो) के प्रति-

$2s \div N$  की भक्रिया पूर्णतः अशेष विभाजित होने के प्रतिबंध पर उम्सनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  की  $\frac{N^2}{2}$  पदी दो समान्तर श्रेढी में विभक्त होंगे जिनका प्रथम पदमान  $a$  और  $b$  [ $(a \neq b)$  के प्रतिबंध] लिये जाने पर

$$N \cdot S = (a+b) \frac{N^2}{2} + 2 * \left( \frac{\frac{N^2}{2} - 1}{2} * \frac{N^2}{2} \right) * d \quad \Rightarrow \quad 2S = N \cdot (a+b) + N * \left( \frac{N^2}{2} - 1 \right) * d$$

$$\Rightarrow (a+b) = \frac{2S}{N} - \left[ \left( \frac{N^2}{2} - 1 \right) * d \right] \text{ होगा}$$

$$b = \left[ \left( \frac{2S}{N} - a \right) - \left[ \left( \frac{N^2}{2} - 1 \right) * d \right] \right] \text{ होगा}$$

$$a=x=1 \text{ के प्रति } b = \left[ \left( \frac{2S}{N} - 1 \right) - \left[ \left( \frac{N^2}{2} - 1 \right) * d \right] \right] \text{ से}$$

$$d=1 \text{ के प्रति } b = \left[ \left( \frac{2S}{N} - 1 \right) - \left[ \left( \frac{N^2}{2} - 1 \right) \right] \right]$$

$$(b - a) = (b-1) = \left[ \left( \frac{2S}{N} - 2 \right) - \left( \frac{N^2}{2} - 1 \right) \right] \text{ प्राप्त करे}$$

तब सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_r$  की गणना-  $d_r = \left[ \frac{2S}{N} - 2 \right] \div \left[ \left( \frac{N^2}{2} - 1 \right) \right]$  की संक्रिया से - शून्येतर

शेषफल के प्रति प्राप्त भागफल  $r$  होगा। जबकि शून्य शेषफल के प्रति प्राप्त भागफल  $r$  का उना  $(r-1)$  होगा।

किसी सर्वान्तर  $d$  के प्रति प्रथम आधार-वर्ग के प्रकारों की संख्या  $n = \left[ \frac{(b-a)}{2} \right]$  की संक्रिया से-

1. भागफल  $r$  और शेषफल 0 की प्राप्ति पर- भागफल  $r$  होगा।

2. भागफल  $r$  और शेषफल 1 की प्राप्ति पर- भागफल  $r$  का आगर  $(r+1)$  होगा।

पूरे-पूरे अवयव का सर्वान्तर  $d$  के प्रति क्रमागत होना-  $b-a = \frac{N^2}{2} * d$  की प्राप्ति पर प्रथम आधार-वर्ग के पूरे-पूरे

अवयव का सर्वान्तर  $d$  के प्रति क्रमागत होंगे।

अवयव का सर्वान्तर  $d$  के प्रति दोहराया जाना-

$(b-a)$  के सम संख्या मानों में  $(b-a) = \left( \frac{N^2}{2} - 1 \right) d, \left( \frac{N^2}{2} - 2 \right) d, \dots, 3d, 2d, d,$  और 0 की प्राप्ति पर

$\left[ \frac{N^2}{2} \right]$  वाँ पद से प्रथम पद की ओर] एवं  $\left[ \left( \frac{N^2}{2} + 1 \right) \right]$  वाँ पद से अन्तिम  $N^2$  वाँ पद की ओर] क्रमशः

$$(1-1), (2-2), (3-3) \dots - \left\{ \left( \frac{N^2}{2} - 3 \right) - \left( \frac{N^2}{2} - 3 \right) \right\} \left\{ \left( \frac{N^2}{2} - 2 \right) - \left( \frac{N^2}{2} - 2 \right) \right\},$$

$$\left\{ \left( \frac{N^2}{2} - 1 \right) - \frac{N^2}{2} - 1 \right\} \text{ और } \left( \frac{N^2}{2} - \frac{N^2}{2} \right) \text{ के युग्मों में दोहराये हुये येप्त होंगे।}$$

टीप (b-a) के विषम मानों के प्रति दोहराये जाने का प्रश्न ही नहीं है।

### [3] N के यथार्थ भाजक N के प्रति-

$2S \div N$  की भंक्रिया पूर्णतः अशेष विभाजित होने के प्रतिबंध पर -  $N*N$  का आधार-वर्ग के  $N^2$  अचयव उभ्सनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  पर  $\frac{N^2}{N} = N$  पदी  $N$  समान्तर श्रेढी में विभक्त होंगे |जिनके प्रथम पदमान  $(a_1, q_2, a_3, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n)$  स्वयं में सर्वान्तर  $k$  पर समान्तर श्रेढी के प्रतिरूपण  $[a, (a+k), (a+2k), \dots, \{a+(N-3)k\}, \{a+(N-2)k\}, \{a+(N-1)k\}]$  में होंगे।  $[(d \neq k)$  एवं  $(d \neq k)$  के प्रतिबंध] में लिये जाने पर-

$$N*S = a*N^2 + N* \left( \frac{N-1}{2} * N \right) * (d+k) \quad 2S = 2N*a + N*(N-1)*(d+k) ;$$

$$2S = 2N*a + N*(N-1)*(d+k) \Rightarrow \frac{2S}{N} = 2a + (N-1)(d+k)$$

$$\Rightarrow (N-1)k = \frac{2S}{N} - 2a - (N-1)d$$

$$\Rightarrow (N-1)k + 2a = \frac{2S}{N} - (N-1)d \text{ के हल के लिये } d \text{ के न्यूनतम्}$$

प्राकृत सख्या मान की सुनिश्चिता के प्रति  $S, N$  और  $m$  का मान प्रतिस्थापित कर मानक सरल रैखिक समीकरण  $uk + 2a = w \dots (1)$  प्राप्त करें।

समीकरण (1) के प्रति  $a$  का न्यूनतम् मान  $a_1$  सुनिश्चित करें। न्यूनतम् मान  $a_1$  के संगत  $k = k_1$

- तदुपरांत  $a_x = a_1 + (x-1) * u$  के संगत  $k_x = [w - 2a_x] \div u$  प्राप्त करें

### $d$ का अधिकतम् मान $d_m$ की गणना-

$d_r [(k_1 \div 2)]$  की सक्रिया से - शेष युक्त प्राप्त भागफल  $r$  ही होगा।

इस प्रकार किसी सर्वान्तर  $d_n$  की सुनिश्चिता के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की विस्तारित संख्या

$\{[k-a] \div 2$  की सक्रिया से-

1• शेषफल  $q=0$  की प्राप्ति पर प्राप्त भागफल  $r$  पदों तक

2• शेषफल  $q=1$  की प्राप्ति पर प्राप्त भागफल  $r$  का आगर  $(r+1)$  तक

गणना विस्तार में  $k \neq d$   $k > d$  का प्रतिबंध स्वीकारा जाना यथेष्ट होगा।

प्रथम आधार-वर्ग के प्रकारों की संख्या  $n = [d$  के प्रयुक्त कुल प्रकार के प्रति प्रथम पद  $a$  के प्रकारों का योग मान होगा।

### 3■ N के यथार्थ भाजक N के प्रति-

$2S \div N$  की भंक्रिया पूर्णतः अशेष विभाजित होने के प्रतिबंध पर -  $N*N$  का आधार-वर्ग के  $N^2$  अचयव उभ्सनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  पर  $\frac{N^2}{N} = N$  पदी  $N$  समान्तर श्रेढी में विभक्त होंगे |जिनके प्रथम पदमान  $(a_1, q_2, a_3, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n)$  स्वयं में सर्वान्तर  $k$  पर समान्तर श्रेढी के प्रतिरूपण  $[a, (a+k), (a+2k), \dots, \{a+(N-3)k\}, \{a+(N-2)k\}, \{a+(N-1)k\}]$  में होंगे।  $[(d \neq k)$  एवं  $(d \neq k)$  के प्रतिबंध] में लिये जाने पर-

$$N*S = a*N^2 + N* \left( \frac{N-1}{2} * N \right) * (d+k) \quad 2S = 2N*a + N*(N-1)*(d+k) ;$$

$$2S = 2N*a + N*(N-1)*(d+k) \Rightarrow \frac{2S}{N} = 2a + (N-1)(d+k)$$

$$\Rightarrow (N-1)k = \frac{2S}{N} - 2a - (N-1)d$$

$$\Rightarrow (N-1)k + 2a = \frac{2S}{N} - (N-1)d \text{ के हल के लिये } d \text{ के न्यूनतम}$$

प्राकृत संख्या मान की सुनिश्चिता के प्रति  $S, N$  और  $m$  का मान प्रतिस्थापित कर मानक सरल रैखिक समीकरण  $uk + 2a = w$  --- (1) प्राप्त करें।

समीकरण (1) के प्रति  $a$  का न्यूनतम मान  $a_1$  सुनिश्चित करें। न्यूनतम मान  $a_1$  के संगत  $k = k_1$

- तदुपरांत  $a_x = a_1 + (x-1) * u$  के संगत  $k_x = [w - 2a_x] \div u$  प्राप्त करें

**d का अधिकतम मान  $d_m$  की गणना-**

द्व  $d_m = [(k_1 \div 2)]$  की संक्रिया से - प्राप्त भागफल  $r$  होगा।

इस प्रकार किसी सर्वान्तर  $d_n$  की सुनिश्चिता के प्रति प्रथम आधार.वर्ग की विस्तारित संख्या

$[(k-a) \div 2]$  की संक्रिया से-

1. शेषफल  $q = 0$  की प्राप्ति पर प्राप्त भागफल  $r$  पदों तक

2. शेषफल  $q = 1$  की प्राप्ति पर प्राप्त भागफल  $r$  का आगर  $(r+1)$  तक

गणना विस्तार में  $k \neq d$   $k > d$  का प्रतिबंध स्वीकारा जाना यथेष्ट होगा।

प्रथम आधार-वर्ग के प्रकारों की संख्या  $n = [d \text{ के प्रयुक्त कुल प्रकार के प्रति प्रथम पद } a \text{ के प्रकारों का योग मान होगा।}$

5\*5 के प्रति-  $N=5$  विषम संख्या  $\therefore$  समिका  $S = N*a + N * \frac{N-1}{2} (d + k)$

a	a+d	a+2d	a+3d	a+4d
a+k	(a+k)+d	(a+k)+2d	(a+k)+3d	(a+k)+4d
a+2k	(a+2k)+d	(a+2k)+2d	(a+2k)+3d	(a+2k)+4d
a+3k	(a+3k)+d	(a+3k)+2d	(a+3k)+3d	(a+3k)+4d
a+4k	(a+4k)+d	(a+4k)+2d	(a+4k)+3d	(a+4k)+4d

$\Rightarrow (N-1)k + 2a = \frac{2S}{N} - (N-1)d$  में -  
 $d=1$  के प्रति  $S=505$  और  $N=5$  प्रतिस्थापित करने पर

$4k + 2a = 202 - 4 \Rightarrow 2k + a = 99$  से  $a$  का न्यूनतम मान  $a_1 = 1$  के संगत  $k = k_1 = 49$

$$(k-a) = [49-1] = [49-d] = 48$$

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_r$  की गणना-

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $m. [k_1 \div 2] \Rightarrow 49 \div 2$  की संप्रिया से- प्राप्त भागफल  $r = 24$  ही होगा।

इव सर्वान्त  $d = 1, 2, 3, \dots, 22, 23, 24$  के प्रति क्रमशः अलग-अलग तालिका अवलोकित कीजिये। सामान्य

**आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।**

क्रमांक	सर्वान्तर $d$	सर्वान्तर $d$ के प्रति $a=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार किसी सर्वान्तर $d$ के प्रति मान्य $(k-a) = (49-d)$	[(k-a) ÷ 2 से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या	
			भागफल $r$	शेषफल $q$		सामान्य जादुई-वर्ग $P*184$	रंगीन जादुई-वर्ग $P*56$
1	1	$49-1 = 49-1 = 48$	24	0	24	4416	1344
2	2	$48-1 = 49-2 = 47$	23	1	24	4416	1344
3	3	$47-1 = 49-3 = 46$	23	0	23	4232	1288
4	4	$46-1 = 49-4 = 45$	22	1	23	4232	1288
5	5	$45-1 = 49-5 = 44$	22	0	22	4048	1232
6	6	$44-1 = 49-6 = 43$	21	1	22	4048	1232
7	7	$43-1 = 49-7 = 42$	21	0	21	3864	1176

8	8	$42-1=49-8 = 41$	20	1	21	3864	1176	
9	9	$41-1=49-9 = 40$	20	0	20	3680	1120	
10	10	$40-1=49-10 = 39$	19	1	20	3680	1120	
11	11	$39-1=49-11 = 38$	19	0	19	3496	1064	
12	12	$38-1=49-12 = 37$	18	1	19	3496	1064	
13	13	$37-1=49-13 = 36$	18	0	18	3312	1008	
14	14	$36-1=49-14 = 35$	17	1	18	3312	1008	
15	15	$35-1=49-15 = 34$	17	0	17	3128	952	
16	16	$34-1=49-16 = 33$	16	1	17	3128	952	
17	17	$33-1=49-17 = 32$	16	0	16	2944	896	
18	18	$32-1=49-18 = 31$	16	1	16	2944	896	
19	19	$31-1=49-19 = 30$	15	0	15	2760	830	
20	20	$30-1=49-20 = 29$	14	1	15	2760	830	
21	21	$29-1=49-21 = 28$	14	0	14	2576	784	
22	22	$28-1=49-22 = 27$	13	1	14	2576	784	
23	23	$27-1=49-23 = 26$	13	0	13	2392	728	
24	24	$26-1=49-24 = 25$	12	1	13	2392	728	
योग						444	81,696	24,864

[1]  $d=1$ , के प्रति  $[(k-a)=48] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 24 और शेषफल 0 है ।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 24 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
k	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35

s=n	16	17	18	19	20	21	22	23	24
a	31	33	35	37	39	41	43	45	47
k	34	33	32	31	30	29	28	27	26

[2]  $d=2$ , के प्रति  $[(k-a)=47] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 23 और शेषफल 1 है ।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 23 का आगर 24 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
k	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34

s=n	16	17	18	19	20	21	22	23	24
a	31	33	35	37	39	41	43	45	47
k	33	32	31	30	29	28	27	26	25

[3]  $d=3$ , के प्रति  $[(k-a)=46] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 23 और शेषफल 0 है ।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 23 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
k	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33

s=n	16	17	18	19	20	21	22	23
a	31	33	35	37	39	41	43	45
k	32	31	30	29	28	27	26	25

[4]  $d=4$ , के प्रति  $[(k-a)=45] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 22 और शेषफल 1 है ।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 22 का आगर 23 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
k	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32

s=n	16	17	18	19	20	21	22	23
a	31	33	35	37	39	41	43	45
k	31	30	29	28	27	26	25	24

इसी प्रकार

[23]  $d=23$ , के प्रति  $[(k-a)=26] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 13 और शेषफल 0 है ।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 13 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
a	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25
k	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15

[24]  $d=24$ , के प्रति  $[(k-a)=25] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 12 और शेषफल 1 है ।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 12 का आगर 13 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
a	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25
k	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14

25	49	73	97	121
39	63	87	111	135
53	77	101	125	149
67	91	115	139	163
81	105	129	153	177

	115	177	49	111	
91	153	25	87	149	91
129	121	63	125	67	129
97	39	101	163	105	97
135	77	139	81	73	135
53	115	177	49	111	

25	49	73	97	121
39	63	87	111	135
53	77	101	125	149
67	91	115	139	163
81	105	129	153	177

73	153	25	105	149
135	115	63	125	67
81	111	101	91	121
163	77	139	87	39
53	49	177	97	129

#### 4■ N यथार्थ भाजक 1, 2 एवं N के अतिरिक्त किसी और अन्य यथार्थ भाजक m के प्रति

$2S \div N$  की संक्रिया पूर्णतः अशेष विभाजित होने के प्रतिबंध पर  $-N*N$  का आधार-वर्ग के  $N^2$  अचयव  $\frac{N^2}{m}$  पदी m समान्तर श्रेणी के उभयनिष्ठ सर्वान्तर d पर दर्शित होंगे। जिनके प्रथम पदमान  $(a_1, q_2, a_3, \dots, a_{m-2}, a_{m-1}, a_m)$  स्वयं में सर्वान्तर k पर समान्तर श्रेणी के प्रतिरूपण में  $[a, (a+k), (a+2k), \dots, \{a+(m-3)k\}, \{a+(m-2)k\}, \{a+(m-1)k\}]$  होंगे। लिये जाने पर-

$$N*S = a*N^2 + m* \left( \frac{N^2-1}{2} * \frac{N^2}{m} \right) * d + \left( \frac{m-1}{2} * m \right) * \frac{N^2}{m} * k$$

$$\Rightarrow 2NS = 2aN^2 + N^2 \left( \frac{N^2}{m} - 1 \right) d + (m-1) * N^2 * k \quad \Rightarrow 2S =$$

$$2aN + N \left( \frac{N^2}{m} - 1 \right) d + (m-1) N * k$$

$$\Rightarrow 2S = 2aN + N \left( \frac{N^2}{m} - 1 \right) d + (m-1) N * k$$

$\Rightarrow 2a + (m-1) * k = \left[ \frac{2S}{N} - \left( \frac{N^2}{m} - 1 \right) d \right]$  के हल के लिये d के न्यूनतम प्राकृत संख्या मान की सुनिश्चिता के प्रति S, N और m का मान प्रतिस्थापित कर मानक सरल रैखिक समीकरण  $uk + 2a = w$  - - - (1) प्राप्त करें।

समीकरण (1) के प्रति-

a का न्यूनतम मान  $a_1$  सुनिश्चित करें। न्यूनतम मान  $a_1$  के संगत  $k = k_1$

तदुपरान्त  $a_x = a_1 + (x-1) * u$  के संगत  $k_x = [w - 2a_x] \div u$  प्राप्त करें

d का अधिकतम मान  $d_m$  की गणना-  $(k_1 \div 2)$  की संक्रिया से - प्राप्त भागफल r होगा।

इस प्रकार किसी सर्वान्तर  $d_n$  की सुनिश्चिता के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की विस्तारित संख्या

$\{k-a\} \div 2$  की संक्रिया से-

1• शेषफल  $q=0$  की प्राप्ति पर प्राप्त भागफल r पदों तक

2• शेषफल  $q=1$  की प्राप्ति पर प्राप्त भागफल r का आगर  $(r+1)$  तक

गणना विस्तार में  $k \neq d$   $k > d$  का प्रतिबंध स्वीकारा जाना यथेष्ट होगा।

[B] केवल और केवल 4\*4 विशिष्ट प्रकार के सामान्य जादुई-वर्ग रचना के प्रति-

1■ प्रतिबंध और नियम समिका  $S = (a+b+c+e+6d)$  के प्रति आकलन

उभयनिष्ठ सर्वान्तर d पर प्राप्त 4 पदी अलग-अलग 4 समांतर श्रेणी जिनके प्रथम पद क्रमशः a, b, c, e स्वयं में कोई भी तीन अवयव a, b, c/a, b, e/a, c, e/b, c, e समान्तर नहीं है और न ही कोई 4 पदी 2 समांतर श्रेणी के संयुक्तीकरण से 8 पदी समांतर श्रेणी दर्शित होगा।

के प्रति [1] a, (a+d), (a+2d), (a+3d) [2] b, (b+d), (b+2d), (b+3d)

[3]  $c, (c+d), (c+2d), (c+3d)$  [4]  $e, (e+d), (e+2d), (e+3d)$  जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई-वर्ग के पंक्ति, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डबबों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान  $S = [a + b + c + e + 6d]$  होगा।

**प्रथम आधार-वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक-**

सामान्य आधार-वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
b	b+d	b+2d	b+3d
c	c+d	c+2d	c+3d
e	e+d	e+2d	e+3d

मेरी कृति ग्रंथ **छत्तीसगढ़ गणित दर्शन** के अध्याय 11 में उपरोक्त प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार-वर्ग  $\rightarrow$  विशिष्ट आधार-वर्ग  $\rightarrow$  सामान्य जादुई-वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति 4-4 अवयवों का योगमान  $S$  और उभयनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  ज्ञात होने पर प्रथम पद क्रमशः  $a, b, c, e$  की सुनिश्चिता एवं यथार्थ

भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार **-[1]  $d=1$**  के प्रति-  $a=x$  लियेजाने पर  $b=3d+x+2, c=6d+x+4, e=S-(15d+3x+6)$

**[2]  $d \geq 2$**  के प्रति-  $a=x$  लियेजाने पर  $b=3d+x+1, c=6d+x+2, e=S-(15d+3x+3)$

$$(e-c) S - [21d - 4x + 5]$$

**सर्वान्तर  $d$  के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना-**

सर्वान्तर  $d$  के प्रति  $a = x=1$  के लिये सुनिश्चिता पर-

**[1]  $d=1$**  के प्रति-  $a=1, b=6, c=11, e=S-24$   $(e-c) = S-35$

**[2]  $d \geq 2$**  के प्रति-  $a=1, b=3d+2, c=6d+3, e=S-(15d+6) = [(S-6) - 15d]$

$$(e-c) S - [21d - 9] = [(S-9) - 21d]$$

**सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_m$  के प्रति  $(e-c) = [(S-9) - 21d]$**  को दृष्टिगत करन पर-

$d_m = [(S-9) \div 21]$  की संक्रिया से-शेष युक्त प्राप्त भागफल  $r$  के प्रति  $f$  ही होगा। जबकि अशेष प्राप्त भागफल  $r$  के प्रति  $r$  होगा।

**प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या  $P = [(e-c) \div 4]$**  की संक्रिया से प्राप्त भागफल  $r$  एवं शेषफल  $q$  को दृष्टिगत करते हुये निम्नानुसार सुनिश्चित होगा।

1• शेषफल  $q=0$  और 1 प्राप्त होने पर - भागफल  $r$

2• शेषफल 2 और 3 प्राप्त होने पर - भागफल  $r$  का आगर  $(r+1)$  होगा।

विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या  $= P * 184$  का गुणनफल होगा।

**टीप-** सर्वान्तर  $d$  के प्रति सामान्य आधार-वर्ग विस्तार में  $(e-b)$  एवं  $(e-c) = 0, d, 2d, 3d$  हो सकता है। जिसके जातरतम्य में क्रमशः  $(e$  और  $b)$  एवं  $(e$  और  $b)$  पंक्ति के क्रमशः  $(4-4), (3-3), (2-2), (1-1)$  अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे।

**$S=505$  के प्रति सर्वान्तर  $d$  के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना-**

**सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_r$  के प्रति**

$d_r = [(S-9) \div 21] = 496 \div 21$  की संक्रिया से-शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r=23$  होगा।

**$S=505$  के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3, -----21, 22, 23 के लिये-**

**सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।**

क्रमांक	सर्वान्तर $d$	सर्वान्तर $d$ के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार मान्य $(e-c)$ $d=1$ के प्रति- $S-35$ $d \geq 2$ के प्रति- $(S-9) - 21d$ $= 498 - 21d$	[[ $(e-c) \div 4$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या $P$	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $P*184$
			भागफल $r$	शेषफल $q$		
1	1	$(505-35) = 470$	117	2	118	22,892

2	2	(496-21*2)	= 454	113	2	114	20,976
3	3	(496-21*3)	= 433	108	1	108	19,872
4	4	(496-21*4)	= 412	103	0	103	18,952
5	5	(496-21*5)	= 391	97	3	98	18,032
6	6	(496-21*6)	= 370	92	2	93	17,112
7	7	(496-21*7)	= 349	86	3	87	16,008
8	8	(496-21*8)	= 328	82	0	82	15,088
9	9	(496-21*9)	= 307	76	3	77	14,168
10	10	(496-21*10)	= 286	71	2	72	13,248
11	11	(496-21*11)	= 265	66	1	66	12,144
12	12	(496-21*12)	= 244	61	0	61	11,224
13	13	(496-21*13)	= 223	55	3	56	10,304
14	14	(496-21*14)	= 202	50	2	51	9,384
15	15	(496-21*15)	= 181	45	1	45	8,280
16	16	(496-21*16)	= 160	40	0	40	7,360
17	17	(496-21*17)	= 139	34	3	35	6,440
18	18	(496-21*18)	= 118	29	2	30	5,520
19	19	(496-21*19)	= 97	24	1	24	4,416
20	20	(496-21*20)	= 76	18	0	19	3,496
21	21	(496-21*21)	= 55	13	3	14	2,576
22	22	(496-21*22)	= 34	8	2	9	1,656
23	23	(496-21*23)	= 13	3	1	3	552
योग						,1,415	2,60,360

जाँच की ओर

[1]  $d=1$  से  $(a+b+c+e=499)$

$d=1$  के प्रति-  $a=x$  लियेजाने पर  $b=3d+x+2$ ,  $c=6d+x+4$ ,  $e=S-(15d+3x+6)$

$a=x$ ,  $b=x+5$ ,  $c=x+10$ ,  $e=S-(15d+3x+6)=505-(15*1+3x+6)=484-3x$

$a=x=1$  लियेजाने पर  $b=6$ ,  $c=11$ ,  $e=481$   $(e-c)=470$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
c	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
e	481	478	475	472	469	466	463	460	457	454	451	448	445	442	439

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
c	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
e	436	433	430	427	424	421	418	415	412	409	406	403	400	397	394

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
c	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
e	391	388	385	382	379	376	373	370	367	364	361	358	355	352	349

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65
c	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
e	346	343	340	337	334	331	328	325	322	319	316	313	310	307	304

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
c	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85
e	301	298	295	292	289	286	283	280	277	274	271	268	265	262	259

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
c	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
e	256	253	250	247	244	241	238	235	232	229	226	223	220	217	214

x

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
c	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115
e	211	208	205	202	199	196	193	190	187	184	181	178	175	172	169

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118
b	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123
c	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128
e	166	163	160	157	154	151	148	145	142	139	136	133	130

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 118 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $e=481$  और  $c=11$  के अन्तर मान 470 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 117 और शेषफल 2 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 117 का आगर 118 प्रमाणित।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या  $=118*184 = 21,712$

$d = 1, a = 118, b = 123, c = 128, e = 130$  से  $S = 505$  की जाँच

## प्रथम आधार-वर्ग

a	118	119	120	121
b	123	124	125	126
c	128	129	130	131
e	130	131	132	133

## विशिष्ट आधार-वर्ग

118	123	119	124
120	125	121	126
128	130	129	131
130	132	131	133

## विशिष्ट जादुई-वर्ग

118	131	132	124
131	125	121	128
126	130	129	120
130	119	123	133

[2]  $d=2$  से  $(a+b+c+e=493)$

$d \geq 2$  के प्रति-  $a=x$  लियेजाने पर  $b=3d+x+1$ ,  $c=6d+x+2$ ,  $e=S-(15d+3x+3)$

$(e-c) S - [21d - 4x + 5]$

$a=x$ ,  $b=x+7$ ,  $c=x+14$ ,  $e=S-(15d+3x+3)=505-(15*2+3x+3)=472-3x$

$a=x=1$  लियेजाने पर,  $b=8$ ,  $c=15$ ,  $e=469$   $(e-c)=454$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
c	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
e	469	466	463	460	457	454	451	448	445	442	439	436	433	430	427

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
c	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
e	424	421	418	415	412	409	406	403	400	397	394	391	388	385	382

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52
c	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
e	379	376	373	370	367	364	361	358	355	352	349	346	343	340	337

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67
c	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74
e	334	331	328	325	322	319	316	313	310	307	304	301	298	295	292

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82
c	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
e	289	286	283	280	277	274	271	268	265	262	259	256	253	250	247

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97
c	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104
e	244	241	238	235	232	229	226	223	220	217	214	211	208	205	202

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112
c	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119
e	199	196	193	190	187	184	181	178	175	172	169	166	163	160	157

	106	107	108	109	110	111	112	113	114
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114
b	113	114	115	116	117	118	119	120	121
c	120	121	122	123	124	125	126	127	128
e	154	151	148	145	142	139	136	133	130

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 114 जो कि  $a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $e=469$  और  $c=15$  के अन्तर मान 454 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 113 और शेषफल 2 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 113 का आगर 114 प्रमाणित।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या  $=114*184 = 20,976$

$d = 2, a = 114, b = 121, c = 128, e = 130$  से  $S = 505$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	114	116	118	120
b	121	123	125	127
c	128	130	132	134
e	130	132	134	136

विशिष्ट आधार-वर्ग

114	121	116	123
118	125	120	127
128	130	130	132
132	134	134	136

विशिष्ट जादुई-वर्ग

114	134	134	123
132	125	120	128
127	130	130	118
132	116	121	136

[3]  $d=3$  से  $(a+b+c+e=487)$

$d \geq 2$  के प्रति-  $a=x$  लियेजाने पर  $b=3d+x+1, c=6d+x+2, e=S-(15d+3x+3)$

$(e-c) S - [21d - 4x + 5]$

$a=x, b=x+10, c=x+20, e=S-(15d+3x+3)=505-(15*3+3x+3)=457-3x$

$a=x=1$  लियेजाने पर  $b=11, c=21, e=454 (e-c)=433$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
c	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
e	454	451	448	445	442	439	436	433	430	427	424	421	418	415	412

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
c	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
e	409	406	403	400	397	394	391	388	385	382	379	376	373	370	367

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
c	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65
e	364	361	358	355	352	349	346	343	340	337	334	331	328	325	322

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
c	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
e	319	316	313	310	307	304	301	298	295	292	289	286	283	280	277

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85
c	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
e	274	271	268	265	262	259	256	253	250	247	244	241	238	235	232

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
c	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
e	229	226	223	220	217	214	211	208	205	202	199	196	193	190	187

XXXXXXXXXX

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115
c	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125
e	184	181	178	175	172	169	166	163	160	157	154	151	148	145	142

	106	107	108
a	106	107	108
b	116	117	118
c	126	127	128
e	139	136	133

प्रथम आधार-वर्ग

a	108	111	114	117
b	118	121	124	127
c	128	131	134	137
e	133	136	139	142

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 108 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $e=454$  और  $c=21$  के अन्तर मान 433 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 108 और शेषफल 1 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 106 प्रमाणित।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या =  $108 \times 184 = 19,872$  $d = 3, a = 108, b = 118, c = 128, e = 133$  से  $S = 505$  की जाँच

विशिष्ट आधार-वर्ग

108	118	111	121
114	124	117	127
128	133	131	136
134	139	137	142

विशिष्ट जादुई-वर्ग

108	137	139	121
136	124	117	128
127	133	131	114
134	111	118	142

इसी प्रकार

[22]  $d=23$  से  $(a+b+c+e=367)$

$d \geq 2$  के प्रति-  $a=x$  लियेजाने पर  $b=3d+x+1$ ,  $c=6d+x+2$ ,  $e=S-(15d+3x+3)$

$(e-c) S - [21d - 4x + 5]$

$a=x$ ,  $b=x+67$ ,  $c=x+134$ ,  $e=S-(15d+3x+3)=505-(15 \cdot 22 + 3x + 3) = 172-3x$

$a=x=1$  लियेजाने पर  $b=68$ ,  $c=135$ ,  $e=169$   $(e-c)=34$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
b	68	69	70	71	72	73	74	75	76
c	135	136	137	138	139	140	141	142	143
e	169	166	163	160	157	154	151	148	145

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 9 जो कि  $a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $e=169$  और  $c=135$  के अन्तर मान 34 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 8 और शेषफल 2 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 8 का आगर

9 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या  $=40 \cdot 184 = 7,360$

$d=22$ ,  $a=9$ ,  $b=76$ ,  $c=143$ ,  $e=145$  से  $S=505$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	9	31	53	75
b	76	98	120	142
c	143	165	187	209
e	145	167	189	211

विशिष्ट आधार-वर्ग

9	76	31	98
53	120	75	142
143	145	165	167
187	189	209	211

विशिष्ट जादुई-वर्ग

9	209	189	98
167	120	75	143
142	145	165	53
187	31	76	211

[23]  $d=23$  से  $(a+b+c+e=361)$

$d \geq 2$  के प्रति-  $a=x$  लियेजाने पर  $b=3d+x+1$ ,  $c=6d+x+2$ ,  $e=S-(15d+3x+3)$

$(e-c) S - [21d - 4x + 5]$

$a=x$ ,  $b=x+70$ ,  $c=x+140$ ,  $e=S-(15d+3x+3)=505-(15 \cdot 23 + 3x + 3) = 157-3x$

$a=x=1$  लियेजाने पर  $b=71$ ,  $c=141$ ,  $e=154$   $(e-c)=13$

	1	2	3
a	1	2	3
b	71	72	73
c	141	142	143
e	154	151	148

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 3 जो कि  $a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $e=154$  और  $c=141$  के अन्तर मान 13 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 3 और शेषफल 1 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 3 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या  $=40 \cdot 184 = 7,360$

$d=23$ ,  $a=3$ ,  $b=73$ ,  $c=143$ ,  $e=148$  से  $S=505$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	3	26	49	72
b	73	96	119	142
c	143	166	189	212
e	148	171	194	217

विशिष्ट आधार-वर्ग

3	73	26	96
49	119	72	142
143	148	166	171
189	194	212	217

विशिष्ट जादुई-वर्ग

3	212	194	96
171	119	72	143
142	148	166	49
189	26	73	217

## 2 ■ प्रतिबंध एवं नियम समिका- 1

### $S=(2a+b+c+10d)$ के प्रति आकलन'

उभयनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  पर प्राथम प्राप्त प्रथम 8 पदी 1 समांतर श्रेणी एवं दूसरा और तीसरा 4 पदी अलग-अलग 2 समांतर श्रेणी हैं।

के प्रति [1]  $a, (a+d), (a+2d), (a+3d), (a+4d), (a+5d), (a+6d), (a+7d),,$

[2]  $b, (b+d), (b+2d), (b+3d)$  [3]  $c, (c+d), (c+2d), (c+3d)$ , जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई-वर्ग के पंक्ति, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डब्बों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान  $S = [2a + b + c + 10d]$  होगा।

### प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक-

सामान्य आधार-वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
a+4d	a+5d	a+6d	a+7d
b	b+d	b+2d	b+3d
c	c+d	c+2d	c+3d

मेरी कृति ग्रंथ **छत्तीसगढ़ गणित दर्शन** के अध्याय 11 में उपरोक्त प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार-वर्ग  $\rightarrow$  विशिष्ट आधार-वर्ग  $\rightarrow$  सामान्य जादुई-वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति 4-4 अवयवों का योगमान  $S$  और उभयनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  ज्ञात होने पर प्रथम पद क्रमशः  $a, b, c$ , की सुनिश्चिता एव यथार्थ

भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार अवलोकित कीजिये।

$$\begin{aligned} \text{सर्वान्तर } d = 1 \text{ के प्रति } a=x \text{ लिये जाने पर } b=7d+x+2, c=[S - (10d + 2a + b)] \\ = [S - (17d+3x+2)] \\ (c - b) = [S - (24d+4x+2)] \end{aligned}$$

आगे सर्वान्तर  $d \geq 2$  के प्रति  $a=x$  लिये जाने पर  $b=7d+x+1,$

$$c=[S - (10d + 2a + b)] = [S - (17d+3x+1)], (c - b) = [S - (24d+6)]$$

सर्वान्तर  $d$  के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना-

$a=x=1$  लिये जाने पर -

$$\text{सर्वान्तर } d = 1 \text{ के प्रति } a=1, b=10, c=[S - 22], (c - b) = [S - 32]$$

आगे सर्वान्तर  $d \geq 2$  के प्रति  $a=1, b=7d+2, c=[S - (17d+4)]$

$$(c - b) = [S - (24d+6)]$$

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_r$  के प्रति  $(c-b) = [(S-6)-24d]$  को दृष्टिगत करने पर-

$d_r = [(S - 6) \div 24]$  की संक्रिया से-शून्येतर शेषफल प्राप्त बग प्रति भागफल  $r$  होगा। जबकि शून्य शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  का उना  $(r-1)$  होगा।

किसी सर्वान्तर  $d_n$  के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या  $P = [(c-b) \div 4]$  से प्राप्त भागफल  $r$  एवं शेषफल  $q$  को दृष्टिगत करते हुये निम्नानुसार सुनिश्चित होगा।

1• शेषफल  $q=0$  और 1 प्राप्त होने पर - प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या  $P =$  प्राप्त भागफल  $r$  होगा।

2• शेषफल  $q=2$  और 3 प्राप्त होने पर - प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या  $P =$  भागफल  $r$  का आगर  $(r+1)$  होगा।

विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या  $=P * 184$  का गुणनफल होगा।

पृष्ठ 17  $\Psi$  सर्वान्तर  $d$  के प्रति सामान्य आधार-वर्ग विस्तार में  $(b-a)$  एवं  $(c-b) = 0, d, 2d, 3d$  हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः  $(a$  और  $b)$  एवं  $(b$  और  $c)$  पंक्ति के क्रमशः  $(4-4), (3-3), (2-2), (1-1)$  अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे।

$S=505$  के प्रति –

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_m$  के प्रति  $d_m = [(S - 6) \div 24] = 499 \div 24$  की संक्रिया से-शून्यता शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r=20$  होगा।

तब  $S=505$  के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3, ---18,19,20 के लिये-

सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर $d$	सर्वान्तर $d$ के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार मान्य $(c-b)$ $d=1$ के प्रति- $S-32$ $d \geq 2$ के प्रति- $S-(24d+6)$	[[ $(c-b) \div 4$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या $P$	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $p*184$
			भागफल $r$	शेषफल $q$		
1	1	$505 - 32 = 473$	118	1	118	21,712
2	2	$505 - (24*2+6) = 451$	112	3	113	20,792
3	3	$505 - (24*3+6) = 427$	106	3	107	19,688
4	4	$505 - (24*4+6) = 403$	100	3	101	18,584
5	5	$505 - (24*5+6) = 379$	94	3	95	17,480
6	6	$505 - (24*6+6) = 355$	88	3	89	16,376
7	7	$505 - (24*7+6) = 331$	82	3	83	15,272
8	8	$505 - (24*8+6) = 307$	76	3	77	14,168
9	9	$505 - (24*9+6) = 283$	70	3	71	13,064
10	10	$505 - (24*10+6) = 259$	64	3	65	11,960
11	11	$505 - (24*11+6) = 235$	58	3	59	10,856
12	12	$505 - (24*12+6) = 211$	52	3	53	9,752
13	13	$505 - (24*13+6) = 187$	46	3	47	8,648
14	14	$505 - (24*14+6) = 163$	40	3	41	7,544
15	15	$505 - (24*15+6) = 139$	34	3	35	6,440
16	16	$505 - (24*16+6) = 115$	28	3	29	5,336
17	17	$505 - (24*17+6) = 91$	22	3	23	4,232
18	18	$505 - (24*18+6) = 67$	16	3	17	3,128
19	19	$505 - (24*19+6) = 43$	10	3	11	2,024
20	20	$505 - (24*20+6) = 19$	4	3	5	920
योग					1239	2,27,976

जाँच की ओर

[1]  $S=505$   $d=1$  से  $(2a+b+c=495)$

$a=x$  लियेजाने पर  $b=7d+x+2$ ,  $c = [S-(17d+3x+2)]$

$a=x$ ,  $b= x+9$ ,  $c = [505-(17*1+3x+2)] = 486-3x$

$a=x=1$  लियेजाने पर,  $b= 10$ ,  $c=483$   $(c-b)=473$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
c	483	480	477	474	471	468	465	462	459	456	453	450	447	444	441

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
c	438	435	432	429	426	423	420	417	414	411	408	405	402	399	396

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54
c	393	390	387	384	381	378	375	372	369	366	363	360	357	354	351

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
c	348	345	342	339	336	333	330	327	324	321	318	315	312	309	306

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
c	303	300	297	294	291	288	285	282	279	276	273	270	267	264	261

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
c	258	255	252	249	246	243	240	237	234	231	228	225	222	219	216

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114
c	213	210	207	204	201	198	195	192	189	186	183	180	177	174	171

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118
b	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127
c	168	165	162	159	156	153	150	147	144	141	138	135	132

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 118 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c=483$  और  $b=10$  के अन्तर मान 473 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल =118 और शेषफल 1 है ।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 118 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या = $118*184 = 21,712$

$d = 1, a = 118, b = 127, c = 132$ , से  $S = 505$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	118	119	120	121
	122	123	124	125
b	127	128	129	130
c	132	133	134	135

विशिष्ट आधार-वर्ग

118	122	119	123
120	124	121	125
127	132	128	133
129	134	130	135

विशिष्ट जादुई-वर्ग

118	130	134	123
133	124	121	127
125	132	128	120
129	119	130	135

[2]  $S=505$   $d=2$  से ( $2a+b+c=485$ )

$a=x$  लियेजाने पर  $b=7d+x+1, c = [S-(17d+3x+1)]$

$a=x, b= x+15, c = [505-(17*2+3x+1)] = 470-3x$

$a=x=1$  लियेजाने पर  $, b= 16, c=467 (c-b)=451$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
c	467	464	461	458	455	352	449	446	443	440	437	434	431	428	425

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
c	422	419	416	413	410	407	404	401	398	395	392	389	386	383	380

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
c	377	374	371	368	365	362	359	356	353	350	347	344	341	338	335

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
c	332	329	326	323	320	317	314	311	308	305	302	299	296	293	290

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
c	287	284	281	278	275	272	269	266	263	260	257	254	251	248	245

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
c	242	239	236	233	230	227	224	221	218	215	212	209	206	203	200

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
c	197	194	191	188	185	182	179	176	173	170	167	164	161	158	155

	106	107	108	109	110	111	112	113
a	106	107	108	109	110	111	112	113
b	121	122	123	124	125	126	127	128
c	152	149	146	143	140	137	134	131

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 113 जो कि  $a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c=467$  और  $b=16$  के अन्तर मान 451 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल  $=112$  और शेषफल 3 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल का आगर 113 प्रमाणित।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या  $=113*184 = 20,792$

$d = 2, a = 113, b = 128, c = 131,$  से  $S = 505$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	113	115	117	119
	121	123	125	127
b	128	130	132	134
c	131	133	135	137

विशिष्ट आधार-वर्ग

113	121	115	123
117	125	119	127
128	131	130	133
132	135	134	137

विशिष्ट जादुई-वर्ग

113	134	135	123
133	125	119	128
127	131	130	117
132	115	121	137

इसी प्रकार

[20]  $S=505$   $d=2$  से  $(2a+b+c=305)$

$a=x$  लियेजाने पर  $b=7d+x+1, c = [S-(17d+3x+1)]$

$a=x, b= x+141, c = [505-(17*20+3x+1)] = 164-3x$

$a=x=1$  लियेजाने पर  $b= 142, c = 161 (c-b)=19$

	1	2	3	4	5
a	1	2	3	4	5
b	142	143	144	145	146
c	161	158	155	152	149

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 29 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c=161$  और  $b=142$  के अन्तर मान 19 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल  $=24$  और शेषफल 3 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 4 का आगर 5 प्रमाणित।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या  $=5*184 = 920$

$d = 20, a = 5, b = 146, c = 149,$  से  $S = 505$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	5	25	45	65
	85	105	125	145
b	146	166	186	206
c	149	169	189	209

विशिष्ट आधार-वर्ग

5	85	25	105
45	125	65	145
146	149	166	169
186	189	206	209

विशिष्ट जादुई-वर्ग

5	206	189	105
169	125	65	146
145	149	166	45
186	26	85	209

## प्रतिबंध एवं नियम समिका – 2

### $S=(a+2b+c+10d)$ के प्रति आकलन'

उभयनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  पर प्राथम प्राप्त प्रथम 4 पदी 1 समांतर श्रेणी एवं दूसरा 8 पदी 1 समांतर श्रेणी और तीसरा 4 पदी 1 समांतर श्रेणी है।

के प्रति [1]  $a, (a+d), (a+2d), (a+3d)$  [2]  $b, (b+d), (b+2d), (b+3d), (b+4d), (b+5d), (b+6d), (b+7d)$  [3]  $c, (c+d), (c+2d), (c+3d)$ , जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई-वर्ग के पंक्ति, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डब्बों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान  $S = [a + 2b + c + 10d]$  होगा।

4 के यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक—

सामान्य आधार-वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
b	b+d	b+2d	b+3d
b+4d	b+5d	b+6d	b+7d
c	c+d	c+2d	c+3d

मेरी कृति ग्रंथ छत्तीसगढ़ गणित दर्शन के अध्याय 11 में उपरोक्त प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार-वर्ग  $\rightarrow$  विशिष्ट आधार-वर्ग  $\rightarrow$  सामान्य जादुई-वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति 4-4 अवयवों का योगमान  $S$  और उभयनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  ज्ञात होने पर प्रथम पद क्रमशः  $a, b, c$ , की सुनिश्चिता एवं यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार अवलोकित कीजिये।

$$\begin{aligned} \text{सर्वान्तर } d = 1 \text{ के प्रति } a=x \text{ लिये जाने पर } b=3d+x+2, c=[S - (10d + a + 2b)] \\ = [S - (16d+3x+4)] \end{aligned}$$

$$[c - (b+4d)] = [S - (23d+4x+6)] = [S - (29+4x)]$$

आगे सर्वान्तर  $d \geq 2$  के प्रति  $a=x$  लिये जाने पर  $b=3d+x+1$ ,

$$c=[S - (10d + a + 2b)] = [S - (16+9d+3x+2)], [c - (b+4d)] = [S - (23d+4x+3)]$$

सर्वान्तर  $d$  के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना—

$a=x=1$  लिये जाने पर—

$$\text{सर्वान्तर } d = 1 \text{ के प्रति } a=1, b=6, c=[S - 23], [c - (b+4d)] = [S - 33]$$

$$\text{आगे सर्वान्तर } d \geq 2 \text{ के प्रति } a=1, b=3d+2, c=[S - (16d+5)]$$

$$[c - (b+4d)] = [S - (23d+7)]$$

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान की गणना—

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_m$  के प्रति  $[c - (b+4d)] = [(S-7) - 23d]$  को दृष्टिगत करने पर—

$d_r = [(S - 7) \div 23]$  की संक्रिया से— शून्यतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  होगा। जबकि शून्य शेषफल प्राप्तके प्रति भागफल  $r$  का उना  $(r-1)$  होगा।

प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या  $P = [\{c - (b+4d)\} \div 4]$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल  $r$  एवं शेषफल  $q$  को दृष्टिगत करते हुये निम्नानुसार सुनिश्चित होगा।

1. शेषफल  $q = 0$  और 1 प्राप्त होने पर — भागफल  $r$

2. शेषफल 2 और 3 प्राप्त होने पर — भागफल  $r$  का आगर  $(r+1)$  होगा।

विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या  $= P * 184$  का गुणनफल होगा।

पृष्ठ 17  $\Psi$  सर्वान्तर  $d$  के प्रति सामान्य आधार-वर्ग विस्तार में  $(b-a)$  एवं  $(c-b) = 0, d, 2d, 3d$  हो सकता है। जिसके जास्तम्य में क्रमशः  $(a$  और  $b)$  एवं  $(b$  और  $c)$  पंक्ति के क्रमशः  $(4-4), (3-3), (2-2), (1-1)$  अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे।

$S = 505$  के प्रति—

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान की गणना—

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_m$  के प्रति  $d_m = [(S - 7) \div 23] = 498 \div 23$  की संक्रिया से- शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r=21$  होगा।

भागफल  $r=15$  और शेषफल  $q=15 > 16$  प्राप्त है।  $\therefore d_m =$  भागफल 15 के प्रति  $(15+1)=16$  होगा।

तब  $S=505$  के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3,-----19,29,21 के लिये-

**सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।**

क्रमांक	सर्वान्तर $d$	सर्वान्तर $d$ के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार मान्य $[c-(b+4d)]$ $d=1$ के प्रति- $S-33$ $d \geq 2$ के प्रति- $S-(23d+7)$	$[c-(b+4d)] \div 4$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $p*184$
			भागफल $r$	शेषफल $q$		
1	1	$505 - 33 = 472$	118	0	118	21,712
2	2	$505 - (23*2+7) = 452$	113	0	113	20,782
3	3	$505 - (23*3+7) = 429$	107	1	107	19,688
4	4	$505 - (23 * 4+7) = 406$	101	2	102	18768
5	5	$505 - (23 * 5+7) = 383$	95	3	96	17,664
6	6	$505 - (23 * 6+7) = 360$	90	0	90	16,560
7	7	$505 - (23 * 7+7) = 337$	84	1	84	15,456
8	8	$505 - (23 * 8+7) = 314$	78	2	79	14,536
9	9	$505 - (23 * 9+7) = 291$	72	3	73	13,432
10	10	$505 - (23 * 10+7) = 268$	67	0	67	12,328
11	11	$505 - (23 * 11+7) = 245$	61	1	61	11,224
12	12	$505 - (23 * 12+7) = 222$	55	2	56	10,304
13	13	$505 - (23 * 13+7) = 199$	49	3	50	9,200
14	14	$505 - (23 * 14+7) = 176$	44	0	44	8,096
15	15	$505 - (23 * 15+7) = 153$	38	1	38	6,992
16	16	$505 - (23 * 16+7) = 130$	32	2	33	6,072
17	17	$505 - (23 * 12+7) = 107$	26	3	27	4,968
18	18	$505 - (23 * 13+7) = 84$	21	0	21	3,864
19	19	$505 - (23 * 14+7) = 61$	15	1	15	2,760
20	20	$505 - (23 * 15+7) = 38$	9	2	10	1,840
21	21	$505 - (23 * 16+7) = 15$	3	3	4	736
योग					1298	2,38,832

**जाँच की ओर**

[1]  $S=505$   $d=1$  से  $(a+2b+c=495)$

$a=x$  लियेजाने पर  $b=3d+x+2$ ,  $c = [S-(16d+3x+4)]$   $[c-(b+4d)] = [S - \{23d+4x+6\}]$

$a=x$ ,  $b= x+5$ ,  $c = [505 - (16*1+3x+4)] = 485 - 3x$

$[c-(b+4d)] = [(485-3x) - \{(x+5)+4d\}] = 480 - 4x$

$a=x=1$  लियेजाने पर ,  $b= 6$ ,  $c=482$   $[c-(b+4d)] = 476$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
c	482	479	476	473	470	467	464	461	458	455	452	449	446	443	440

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
c	437	434	431	428	425	422	419	416	413	410	407	404	401	398	395

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	47	48	47
c	392	389	386	383	380	377	374	371	368	365	362	359	356	353	350

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65
c	347	344	341	338	335	332	329	326	323	320	317	314	311	308	305

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
c	302	299	296	293	290	287	284	281	278	275	272	269	266	263	260

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
c	257	254	251	248	245	242	239	236	233	230	227	224	221	218	215

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
c	212	209	206	203	200	197	194	191	188	185	182	179	176	173	170

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118
b	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123
c	167	164	161	158	155	152	149	146	143	140	137	134	131

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 118 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c=482$  और  $[b+4d]=10$  के अन्तर मान 472 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 118 और शेषफल 0 है ।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 118 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $118*184 = 21,712$

$d = 1, a = 118, b = 123, c = 131$ , से  $S = 505$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	118	119	120	121
b	123	124	125	126
	127	128	129	130
c	131	132	133	134

विशिष्ट आधार-वर्ग

118	123	119	124
120	125	121	126
127	131	128	132
129	133	130	134

विशिष्ट जादुई-वर्ग

118	130	133	124
132	125	121	127
126	131	128	120
129	119	123	134

[2]  $S = 505$   $d = 2$  से ( $a + 2b + c = 485$ )

$a = x$  लियेजाने पर  $b = 3d + x + 1$ ,  $c = [S - (16d + 3x + 2)]$   $[c - (b + 4d)] = [S - \{23d + 4x + 3\}]$

$a = x$ ,  $b = x + 7$ ,  $c = [505 - (16 \cdot 2 + 3x + 2)] = 471 - 3x$

$[c - (b + 4d)] = [(471 - 3x) - \{(x + 7) + 4d\}] = 456 - 4x$

$a = x = 1$  लियेजाने पर,  $b = 8$ ,  $c = 468$   $[c - (b + 4d)] = 452$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
c	468	465	462	459	456	453	450	447	444	441	438	435	432	429	426

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
c	423	420	417	414	411	408	405	402	399	396	393	390	387	384	381

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52
c	378	375	372	369	366	363	360	357	354	351	348	345	342	339	336

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67
c	333	330	327	324	321	318	315	312	309	306	303	300	297	294	291

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82
c	285	285	282	279	276	273	270	267	264	261	258	255	252	249	246

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97
c	243	240	237	234	231	228	225	222	219	216	213	210	207	204	201

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112
c	198	195	192	189	186	183	180	177	174	171	168	165	162	159	156

	106	107	108	109	110	111	112	113
a	106	107	108	109	110	111	112	113
b	113	114	115	116	117	118	119	120
c	153	150	147	144	141	138	135	132

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 14 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c=468$  और

$[b+4d]=16$  के अन्तर मान 452 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 113 और शेषफल 0 है।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 113

प्रमाणित ।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या  $=113*184 = 20,792$

$d = 2, a = 113, b = 120, c = 132$ , से  $S = 505$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	113	115	117	119
b	120	122	124	126
	128	130	132	134
c	132	134	136	138

विशिष्ट आधार-वर्ग

113	120	115	122
117	124	119	126
128	132	130	134
132	136	134	138

विशिष्ट जादुई-वर्ग

113	134	136	122
134	124	119	128
126	132	130	117
132	115	120	138

इसी प्रकार

[21]  $S = 505$   $d=21$  से  $(a+2b+c=295)$

$a=x$  लियेजाने पर  $b=3d+x+1$ ,  $c = [S - (16d+3x+2)]$   $[c-(b+4d)] = [S - \{23d+4x+3\}]$

$a=x$ ,  $b = 64+x$ ,  $c = [505 - (16*21+3x+2)] = 167 - 3x$

$[c-(b+4d)] = [(167-3x) - \{(64+x)+4d\}] = 23 - 4x$

$a=x=1$  लियेजाने पर,  $b = 65$ ,  $c = 164$   $[c-(b+4d)] = 15$

	1	2	3	4
a	1	2	3	4
b	65	66	67	68
c	164	161	158	155

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 5 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c=164$  और  $[b+4d]=149$  के अन्तर मान 15 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 3 और शेषफल 3 है।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 3 का गागर 4 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $33*184 = 6,072$

$d = 21, a = 4, b = 68, c = 155$ , से  $S = 505$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	4	25	46	67
b	68	89	110	131
	152	173	194	215
c	155	176	197	218

विशिष्ट आधार-वर्ग

4	68	25	89
46	110	67	131
152	155	173	176
194	197	215	218

विशिष्ट जादुई-वर्ग

4	215	197	89
176	110	67	157
131	155	173	46
194	25	68	218

### प्रतिबंध एवं नियम समिका- 3

#### $S=(a+b+2c+10d)$ के प्रति आकलन'

उभयनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  पर प्राप्त प्राथम एवं दूसरा 4 पदी अलग-अलग 2 समांतर श्रेणी एवं तीसरा 8 पदी 1 समांतर श्रेणी जिनके प्रथम पद क्रमशः  $a, b, c$  स्वयं में समान्तर नहीं है।

के प्रति [1]  $a, (a+d), (a+2d), (a+3d)$  [2]  $b, (b+d), (b+2d), (b+3d)$

[3]  $c, (c+d), (c+2d), (c+3d), (c+4d), (c+5d), (c+6d), (c+7d)$ , जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई-वर्ग के पंक्तिक, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डब्बों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान  $S = [a + b + 2c + 10d]$  होगा।

4 के यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक-

सामान्य आधार-वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
b	b+d	b+2d	b+3d
c	c+d	c+2d	c+3d
c+4d	c+5d	c+6d	e+7d

मेरी कृति ग्रंथ छत्तीसगढ़ गणित दर्शन के अध्याय 11 में उपरोक्त प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार-वर्ग  $\rightarrow$  विशिष्ट आधार-वर्ग  $\rightarrow$  सामान्य जादुई-वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति 4-4 अवयवों का योगमान  $S$  और उभयनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  ज्ञात होने पर प्रथम पद क्रमशः  $a, b, c$ , की सुनिश्चिता एवं यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त

प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार अवलोकित कीजिये।

2 से पूर्ण विभाज्य संख्या सम संख्या कहलाती है। सम संख्या में से सम संख्या घटाने पर सम संख्या प्राप्त होगा।

विषम संख्या में से विषम संख्या घटाने पर सम संख्या प्राप्त होगा। को दृष्टिगत करने करने पर-

[1]  $S$  सम संख्या होने पर-

सर्वान्तर  $d = 1$  के प्रति  $a = 2x$  लिये जाने पर  $b = 3d + 2x + 3$ ,

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d + 4x + 3)]$$

पुनः  $x=1$  लिपे जाने पर  $a = 2x = 2$   $b = 3d + 2x + 3 = 3d + 5 = 8$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d + 4x + 3)] = \frac{1}{2} [S - (13d + 7)] = \frac{1}{2} [S - 20]$$

$$(c - b) = \frac{1}{2} [S - 20] - 8 = \frac{1}{2} [S - 36]$$

सर्वान्तर  $d = 2$  के प्रति  $a = 2x$  लिये जाने पर  $b = 3d + 2x + 4$ ,

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d + 4x + 4)]$$

:  $x=1$  लिपे जाने पर  $a = 2x = 2$   $b = 3d + 2x + 4 = 3d + 6 = 12$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d + 4x + 4)] = \frac{1}{2} [S - (13d + 8)] = \frac{1}{2} [S - 34]$$

$$(c - b) = \frac{1}{2} [S - 34] - 12 = \frac{1}{2} [S - 58]$$

आगे सर्वान्तर  $d \geq 3$  के प्रति

1. सर्वान्तर  $d$  के सम संख्या होने के प्रति  $a = 2x$  लिये जाने पर  $b = 3d + 2x + 2$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d + 4x + 2)]$$

पुनः  $x=1$  लिपे जाने पर  $a = 2x = 2$   $b = 3d + 2x + 2 = 3d + 4$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d + 4x + 2)] = \frac{1}{2} [S - (13d + 6)]$$

$$(c - b) = \frac{1}{2} [S - (13d + 6)] - (3d + 4) = \frac{1}{2} [S - (19d + 14)]$$

2. सर्वान्तर  $d$  के विषम संख्या होने के प्रति-  $a = 2x$  लिये जाने पर  $b = 3d + 2x + 1$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d + 4x + 1)]$$

पुनः  $x=1$  लिपे जाने पर  $a=2x=2$   $b=3d+2x+1 = 3d+3$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)] = \frac{1}{2} [S - (13d+5)]$$

पुनः  $x=1$  लिपे जाने पर  $a=2x=2$   $b=3d+2x+1 = 3d+3$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)] = \frac{1}{2} [S - (13d+5)]$$

$$(c - b) = \frac{1}{2} [S - (13d+5)] - (3d+3) = \frac{1}{2} [S - (19d+11)]$$

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_m$  के प्रति  $[c - b] = \frac{1}{2} [(S - 14) - 19d]$  को दृष्टिगत करने पर-

$d_m = [(S - 14) \div 19]$  की संक्रिया से- शून्यतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  होगा। जबकि शून्य शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  का उना  $(r-1)$  होगा।

**[2] S विषम संख्या होने पर-**

सर्वान्तर  $d = 1$  के प्रति  $a=2x$  लिये जाने पर  $b=3d+2x+2$ ,

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+2)]$$

पुनः  $x=1$  लिपे जाने पर  $a=2x=2$   $b=3d+2x+2 = 3d+4 = 7$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+2)] = \frac{1}{2} [S - (13d+6)] = \frac{1}{2} [S - 19]$$

$$(c - b) = \frac{1}{2} [S - 19] - 7 = \frac{1}{2} [S - 33]$$

सर्वान्तर  $d = 2$  के प्रति  $a=2x$  लिये जाने पर  $b=3d+2x+1$ ,

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)]$$

:  $x=1$  लिपे जाने पर  $a=2x=2$   $b=3d+2x+1 = 3d+3 = 9$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)] = \frac{1}{2} [S - (13d+5)] = \frac{1}{2} [S - 31]$$

$$(c - b) = \frac{1}{2} [S - 31] - 9 = \frac{1}{2} [S - 49]$$

आगे सर्वान्तर  $d \geq 3$  के प्रति

1. सर्वान्तर  $d$  के सम संख्या होने के प्रति  $a=2x$  लिये जाने पर  $b=3d+2x+1$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)]$$

पुनः  $x=1$  लिपे जाने पर  $a=2x=2$   $b=3d+2x+1 = 3d+3$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)] = \frac{1}{2} [S - (13d+5)]$$

$$(c - b) = \frac{1}{2} [S - (13d+5)] - (3d+3) = \frac{1}{2} [S - (19d+11)]$$

2. सर्वान्तर  $d$  के विषम संख्या होने के प्रति-  $a=2x$  लिये जाने पर  $b=3d+2x+2$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+2)]$$

पुनः  $x=1$  लिपे जाने पर  $a=2x=2$   $b=3d+2x+2 = 3d+4$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+2)] = \frac{1}{2} [S - (13d+6)]$$

$$(c - b) = \frac{1}{2} [S - (13d+6)] - (3d+4) = \frac{1}{2} [S - (19d+14)]$$

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_r$  के प्रति  $[c - b] = \frac{1}{2} [(S - 14) - 19d]$  को दृष्टिगत करने पर-

$d_r = [(S - 14) \div 19]$  की संक्रिया से- शून्यतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  होगा। जबकि शून्य शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  का उना  $(r-1)$  होगा।

**ध्यानाकर्षण S के सम एवं विषम मानों के प्रति-**

किसी सर्वान्तर  $d$  के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्राप्ती क्रम में  $x$  वें क्रम

1. शेषफल  $q = 0$  औ प्राप्त होने पर - भागफल  $r$

2. शेषफल 1 प्राप्त होने पर - भागफल r का आगर (r+1) होगा।

विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या = P \* 184 का गुणनफल होगा।

**पृष्ठ 17**  $\Psi$  सर्वान्तर d के प्रति सामान्य आधार-वर्ग विस्तार में (b-a) एवं (c-b) = 0, d, 2d, 3d हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः (a और b) एवं (b और c) पक्ति के क्रमशः (4-4), (3-3), (2-2), (1-1) अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे।

S= 505 के प्रति- S= 505 विषम संख्या है।

सर्वान्तर का अधिकतम मान  $d_m$  की गणना-

$d_m = [(S - 14) \div 19] = 491 \div 19$  की संक्रिया से- शेष यून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल r=25 होगा। अथवा  $d_r = [(S - 11) \div 19] = 494 \div 19$  की संक्रिया से- शून्य शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल r=26 का उना (r-1) = (26-1) = 25 होगा।

तब S= 505 के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3, -, -, - 23, 24, 25 के लिये-

**सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।**

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार मान्य (c-b) d=1 के प्रति $-\frac{1}{2}[S - 33]$ d=2 के प्रति $-\frac{1}{2}[S - 49]$ d $\geq 3$ के सम संख्या होने के प्रति- $\frac{1}{2}[S - (19d+11)]$ d $\geq 3$ के विषम संख्या होने के प्रति- $\frac{1}{2}[S - (19d+14)]$	[(c-b) $\div$ 2 से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या m*184
			भागफल r	शेषफल q		
1	1	$\frac{1}{2}[505 - 33] = 236$	118	0	118	21,712
2	2	$\frac{1}{2}[505 - 49] = 228$	114	0	114	20,976
3	3	$\frac{1}{2}[505 - (19*3+14)] = 217$	108	1	109	20,056
4	4	$\frac{1}{2}[505 - (19*4+11)] = 209$	104	1	105	19,320
5	5	$\frac{1}{2}[505 - (19*5+14)] = 198$	99	0	99	18,216
6	6	$\frac{1}{2}[505 - (19*6+11)] = 190$	95	0	95	17,480
7	7	$\frac{1}{2}[505 - (19*7+14)] = 179$	89	1	90	16,560
8	8	$\frac{1}{2}[505 - (19d+11)] = 171$	85	1	86	15,824
9	9	$\frac{1}{2}[505 - (19d+14)] = 160$	80	0	80	14,520
10	10	$\frac{1}{2}[505 - (19d+11)] = 152$	76	0	76	13,984
11	11	$\frac{1}{2}[505 - (19d+14)] = 141$	70	1	71	13,064
12	12	$\frac{1}{2}[505 - (19d+11)] = 133$	66	1	67	12,328
13	13	$\frac{1}{2}[505 - (19d+14)] = 122$	61	0	61	11,224

14	14	$\frac{1}{2} [505 - (19d+11)] = 114$	57	0	57	10,488	
15	15	$\frac{1}{2} [505 - (19d+14)] = 103$	51	1	52	9,568	
16	16	$\frac{1}{2} [505 - (19d+11)] = 95$	47	1	48	8,832	
17	17	$\frac{1}{2} [505 - (19d+14)] = 84$	42	0	42	7,728	
18	18	$\frac{1}{2} [505 - (19d+11)] = 76$	38	0	38	6,992	
19	19	$\frac{1}{2} [505 - (19d+14)] = 65$	32	1	33	6,072	
20	20	$\frac{1}{2} [505 - (19d+11)] = 57$	28	1	29	5,336	
21	21	$\frac{1}{2} [505 - (19d+14)] = 46$	23	0	23	4,232	
22	22	$\frac{1}{2} [505 - (19d+11)] = 38$	19	0	19	3,496	
23	23	$\frac{1}{2} [505 - (19d+14)] = 27$	13	1	14	2,576	
24	24	$\frac{1}{2} [505 - (19d+11)] = 19$	9	1	10	1,840	
25	25	$\frac{1}{2} [505 - (19d+14)] = 8$	4	0	4	736	
<b>योग</b>						<b>1,540</b>	<b>2,83,360</b>

[1]  $S = 505$  विषमसंख्या है।  $d=1$  से  $(a+b+2c=495)$

सर्वान्तर  $d = 1$  के प्रति  $a=2x$  लिये जाने पर  $b=3d+2x+2 = 5+2x$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [505 - (13*1+4x+2)] = \frac{1}{2} [490 - 4x] \quad (c-b) = \frac{1}{2} [480 - 6x]$$

पुनः  $x=1$  लिपे जाने पर  $a=2x=2$   $b=7$   $c = \frac{1}{2} [486] = 243$   $(c-b)=236$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
b	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35
c	243	241	239	237	235	233	231	229	227	225	223	221	219	217	215

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	32	34	36	38	40	32	44	46	48	50	52	54	56	58	60
b	37	39	41	43	45	47	49	51	53	55	57	59	61	63	65
c	213	211	209	207	205	203	201	199	197	195	193	191	189	187	185

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90
b	67	69	71	73	75	77	79	81	83	85	87	89	91	93	95
c	183	181	179	177	175	173	171	169	167	165	163	161	159	157	155

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120
b	97	99	101	103	105	107	109	111	113	115	117	119	121	123	125
c	153	151	149	147	145	143	141	139	137	135	133	131	129	127	125

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	122	124	126	128	130	132	134	136	138	140	142	144	146	148	150
b	127	129	131	133	135	137	139	141	143	145	147	149	151	153	155
c	123	121	119	117	115	113	111	109	107	105	103	101	99	97	95

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	152	154	156	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180
b	157	159	161	163	165	167	169	171	173	175	177	179	181	183	185
c	93	91	89	87	85	83	81	79	77	75	73	71	69	67	65

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	182	184	186	188	190	192	194	196	198	200	202	204	206	208	210
b	187	189	191	193	195	197	199	201	203	205	207	209	211	213	215
c	63	61	59	57	55	53	51	49	47	45	43	41	39	37	35

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118
a	212	214	216	218	220	222	224	226	228	230	232	234	236
b	217	219	221	223	225	227	229	231	233	235	237	239	241
c	33	31	29	27	25	23	21	19	17	15	13	11	9

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 118 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c=243$  और  $b=7$  के अन्तर मान 236 को 2 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 118 और शेषफल 0 है  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 118 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $118*184 = 21,712$

$d = 1, a = 236, b = 241, c = 9,$  से  $S = 505$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	236	237	238	239
b	241	242	243	244
c	9	10	11	12
	13	14	15	16

विशिष्ट आधार-वर्ग

236	241	237	242
238	243	239	244
9	13	10	14
11	15	12	16

विशिष्ट जादुई-वर्ग

236	12	15	242
14	243	239	9
244	13	10	238
11	237	241	16

[2]  $S = 505$  विषम संख्या  $d=2$  से  $(a+b+2c=485)$

सर्वान्तर  $d = 1$  के प्रति  $x=1,$   $a=2x=2$  लिये जाने पर  $b=3d+2x+1=7+2x=9$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+2)] = \frac{1}{2} [505 - (27+4x)] = 239 - 2x = 237 \quad (c-b) = 228$$

## को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
b	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37
c	237	235	233	231	229	227	225	223	221	219	217	215	213	211	209

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
b	39	41	43	45	47	49	51	53	55	57	59	61	63	65	67
c	207	205	203	201	199	197	195	193	191	189	187	185	183	181	179

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90
b	69	71	73	75	77	79	81	83	85	87	89	91	93	95	97
c	177	175	173	171	169	167	165	163	161	159	157	155	153	151	149

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120
b	99	101	103	105	107	109	111	113	115	117	119	121	123	125	127
c	147	145	143	141	139	137	135	133	131	129	127	125	123	121	119

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	122	124	126	128	130	132	134	136	138	140	142	144	146	148	150
b	129	131	133	135	137	139	141	143	145	147	149	151	153	155	157
c	117	115	113	111	109	107	105	103	101	99	97	95	93	91	89

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	152	154	156	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180
b	159	161	163	165	167	169	171	173	175	177	179	181	183	185	187
c	87	85	83	81	79	77	75	73	71	69	67	65	63	61	59

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	182	184	186	188	190	192	194	196	198	200	202	204	206	208	210
b	189	191	193	195	197	199	201	203	205	207	209	211	213	215	217
c	57	55	53	51	49	47	45	43	41	39	37	35	33	31	29

	106	107	108	109	110	111	112	113	114
a	212	214	216	218	220	222	224	226	228
b	219	221	223	225	227	229	231	233	235
c	27	25	23	21	19	17	15	13	11

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 114 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c=237$  और  $b=9$  के अन्तर मान 228 को 2 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 114 और शेषफल 0 है  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 114 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $114*184 = 20,976$

$d = 2, a = 228, b = 235, c = 11,$  से  $S = 505$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	228	230	232	234
b	235	237	239	241
c	11	13	15	17
	19	21	23	25

विशिष्ट आधार-वर्ग

228	235	230	237
232	239	234	241
11	19	13	21
15	23	17	25

विशिष्ट जादुई-वर्ग

228	17	23	237
21	239	234	11
241	19	13	232
15	230	235	25

[3]  $S = 505$  विषम संख्या से  $(a+b+2c=475)$

सर्वान्तर  $d = 3$  के प्रति  $x=1, a=2x=2$  लिये जाने पर  $b=3d+2x+2 = 11+2x = 13$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+2)] = \frac{1}{2} [505 - (41+4x)] = 232 - 2x = 230 \quad (c-b) = 217$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
b	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41
c	230	228	226	224	222	220	218	216	214	212	210	208	206	204	202

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
b	43	45	47	49	51	53	55	57	59	61	63	65	67	69	71
c	200	198	196	194	192	190	188	186	184	182	180	178	176	174	172

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90
b	73	75	77	79	81	83	85	87	89	91	93	95	97	99	101
c	170	168	166	164	162	160	158	156	154	152	150	148	146	144	142

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120
b	103	105	107	109	111	113	115	117	119	121	123	125	127	129	131
c	140	138	136	134	132	130	128	126	124	122	120	118	116	114	112

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	122	124	126	128	130	132	134	136	138	140	142	144	146	148	150
b	133	135	137	139	141	143	145	147	149	151	153	155	157	159	161
c	110	108	106	104	102	100	98	96	94	92	90	88	86	84	82

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	152	154	156	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180
b	163	165	167	169	171	173	175	177	179	181	183	185	187	189	191
c	80	78	76	74	72	70	68	66	64	62	60	58	56	54	52

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	182	184	186	188	190	192	194	196	198	200	202	204	206	208	210
b	193	195	197	199	201	203	205	207	209	211	213	215	217	219	221
c	50	48	46	44	42	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22

	106	107	108	109
a	212	214	216	218
b	223	225	227	229
c	20	18	16	14

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 109 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c=230$  और  $b=13$  के अन्तर मान 117 को 2 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 108 और शेषफल 1 है  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 108 का आगर 109 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $109 \times 184 = 20,056$

$d = 3, a = 218, b = 225, c = 14$ , से  $S = 505$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	218	221	224	227
b	229	232	235	238
c	14	17	20	23
	26	29	32	35

विशिष्ट आधार-वर्ग

218	229	221	232
224	235	227	238
14	26	17	29
20	32	23	35

विशिष्ट जादुई-वर्ग

218	23	32	232
29	235	227	14
238	26	17	224
20	221	229	35

[4]  $S = 505$  विषम संख्या  $d=4$  से  $(a+b+2c=465)$

सर्वान्तर  $d = 4$  के प्रति  $x=1$ ,  $a=2x=2$  लिये जाने पर  $b=3d+2x+1 = 13+2x = 15$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)] = \frac{1}{2} [505 - (53+4x)] = 226 - 2x = 224 \quad (c-b) = 209$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
b	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43
c	224	222	220	218	216	214	212	210	208	206	204	202	200	198	196

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
b	45	47	49	51	53	55	57	59	61	63	65	67	69	71	73
c	194	192	190	188	186	184	182	180	178	176	174	172	170	168	166

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90
b	75	77	79	81	83	85	87	89	91	93	95	97	99	101	103
c	164	162	160	158	156	154	152	150	148	146	144	142	140	138	136

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120
b	105	107	109	111	113	115	117	119	121	123	125	127	129	131	133
c	134	132	130	128	126	124	122	120	118	116	114	112	110	108	106

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	122	124	126	128	130	132	134	136	138	140	142	144	146	148	150
b	135	137	139	141	143	145	147	149	151	153	155	157	159	161	163
c	104	102	100	98	96	94	92	90	88	86	84	82	80	78	76

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	152	154	156	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180
b	165	167	169	171	173	175	177	179	181	183	185	187	189	191	193
c	74	72	70	68	66	64	62	60	58	56	54	52	50	48	46

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	182	184	186	188	190	192	194	196	198	200	202	204	206	208	210
b	195	197	199	201	203	205	207	209	211	213	215	217	219	221	223
c	44	42	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22	20	18	16

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 105 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c=224$  और  $b=15$  के अन्तर मान 209 को 2 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 104 और शेषफल 1 है  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 104 का आगर 105 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $105 \times 184 = 19,320$

$d = 4, a = 210, b = 223, c = 16$ , से  $S = 505$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	210	214	218	222
b	223	227	231	235
c	16	20	24	28
	32	36	40	44

विशिष्ट आधार-वर्ग

210	223	214	227
218	231	222	235
16	32	20	36
24	40	28	44

विशिष्ट जादुई-वर्ग

210	28	40	227
36	231	222	16
235	32	20	218
24	214	223	44

इसी प्रकार

[24]  $S = 505$  विषम संख्या से  $(a+b+2c=265)$

सर्वान्तर  $d = 24$  के प्रति  $x=1$ ,  $a=2x=2$  लिये जाने पर  $b=3d+2x+1 = 73+2x = 75$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)] = \frac{1}{2} [505 - (313+4x)] = 96 - 2x = 94 \quad (c-b) = 19$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
b	75	77	79	81	83	85	87	89	91	93
c	94	92	90	88	86	84	82	80	78	76

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 10  
जो कि

a=x=1 के प्रति प्राप्त c=94 और  
b=75 के अन्तर मान 19 को 2 से  
विभजित करने पर प्राप्त भागफल 9 और

शेषफल 1 है ।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 9 का आगर 10 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $10 \times 184 = 1,840$

d = 24, a = 20, b = 93, c = 76, से S = 505 की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	20	44	68	92
b	93	117	141	165
c	76	100	124	148
	172	196	220	244

विशिष्ट आधार-वर्ग

20	93	44	117
68	141	92	165
76	172	100	196
124	220	148	244

विशिष्ट जादुई-वर्ग

20	148	220	117
196	141	92	76
165	172	100	69
124	44	93	244

[25] S = 505 विषम संख्या से (a+b+2c=255)

सर्वान्तर d = 25 के प्रति x=1, a=2x=2 लिये जाने पर b=3d+2x+2 = 77+2x = 79

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+2)] = \frac{1}{2} [505 - (327+4x)] = 89 - 2x = 87 \quad (c-b) = 8$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4
a	2	4	6	8
b	79	81	83	85
c	87	85	83	81

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 4 जो कि

a=x=1 के प्रति प्राप्त c=87 और b=79 के अन्तर मान 8 को 2 से विभजित करने  
पर प्राप्त भागफल 4 और शेषफल 0 है ।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 4  
प्रमाणित ।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $4 \times 184 = 736$

d = 25, a = 8, b = 85, c = 81, से S = 505 की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	8	33	58	83
b	85	110	135	160
c	81	106	131	156
	181	206	231	256

विशिष्ट आधार-वर्ग

8	85	33	110
58	135	83	160
81	181	106	206
131	231	156	256

विशिष्ट जादुई-वर्ग

8	156	231	110
206	135	83	81
160	181	106	58
131	33	85	256

### 3 ■ प्रतिबंध एवं नियम समिका - 1

S=(3a+b+18d) के प्रति आकलन'

उभयनिष्ठ सर्वान्तर d पर प्राप्त प्रथम 12 पदी 1 समांतर श्रेणी एवं दूसरा 4 पदी समांतर श्रेणी है ।

के प्रति

[1] a, (a+d), (a+2d), (a+3d), (a+4d), (a+5d), (a+6d), (a+7d), (a+8d), (a+9d), (a+10d), (a+11d),

[2] b, (b+d), (b+2d), (b+3d) जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई-वर्ग के पंक्तिक, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डब्बों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान S = [3a + b + 18d] होगा।

4 के यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक-

सामान्य आधार-वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
a+4d	a+5d	a+6d	a+7d
a+8d	a+9d	a+10d	a+11d
b	b+d	b+2d	b+3d

मेरी कृति ग्रंथ **छत्तीसगढ़ गणित दर्शन** के अध्याय 11 में उपरोक्त प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार-वर्ग  $\rightarrow$  विशिष्ट आधार-वर्ग  $\rightarrow$  सामान्य जादुई-वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति 4-4 अवयवों का योगमान S और उभयनिष्ठ सर्वान्तर d ज्ञात होकर प्रथम पद क्रमशः a,b, की सुनिश्चिता एव यथार्थ

भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार अवलोकित कीजिये।

**सर्वान्तर  $d \geq 1$  के प्रति**  $a=x$  लिये जाने पर  $b = [S - (18d + 3a)] = b = [(S-3x) - 18d]$

पुनः  $a=x=1$  लिये जाने पर  $b = [(S-3x) - 18d] = [(S-3) - 18d]$

$$[b - (a+8d)] = [(S-4) - 26d]$$

**सर्वान्तर d का अधिकतम मान**

सर्वान्तर d का अधिकतम मान  $d_m = [(S-4) \div 26]$  की संक्रिया से- शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल r होगा। जबकि शून्य शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल r का उना (r-1) होगा।

**सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना-**

$[(S-4) - 26d] \div 4$  की संक्रिया से-

1. शेषफल q= 0 और 1 प्राप्त होने पर - भागफल r

2. शेषफल 2 और 3 प्राप्त होने पर - भागफल r का आगर (r+1) होगा।

विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या = P \* 184 का गुणनफल होगा।

**पृष्ठ 17**  $\Psi$  सर्वान्तर d के प्रति सामान्य आधार-वर्ग विस्तार में  $(b-a)$  एवं  $(c-b) = 0, d, 2d, 3d$  हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः (a और b) एवं (b और c) पंक्ति के क्रमशः (4-4), (3-3), (2-2), (1-1) अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे।

**जाँच की ओर**

**[1]** S= 505 विषम संख्या d=1 से  $(3a+b = 487)$

S= 505 के प्रति-  $a=x=1$  लिये जाने पर  $b = [S - (18d + 3a)] = [505 - 18 + 1 + 3 + 1] = 484$

**सर्वान्तर d का अधिकतम मान**

सर्वान्तर d का अधिकतम मान  $d_m = [(S-4) \div 26] = 501 \div 26$  की संक्रिया से- शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल r = 19 होगा।

तब S= 505 के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3, ----, 17, 18, 19 के लिये-

**सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।**

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार मान्य $[b - (a+8d)] = [(S-4) - 26d]$ $= [501 - 26d]$	$[b - (a+8d)] \div 4$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $m*184$
			भागफल r	शेषफल q		
1	1	$[501 - 26*1] = 475$	118	3	119	21,896

2	2	$[501 - 26*2] = 449$	112	1	112	20,608
3	3	$[501 - 26*3] = 423$	105	3	106	19,504
4	4	$[501 - 26*4] = 397$	99	1	99	18,215
5	5	$[501 - 26*5] = 371$	92	3	93	17,112
6	6	$[501 - 26*6] = 345$	86	1	87	16,008
7	7	$[501 - 26*7] = 319$	79	3	80	14,720
8	8	$[501 - 26*8] = 293$	73	1	73	13,432
9	9	$[501 - 26*9] = 267$	66	3	67	12,328
10	10	$[501 - 26*10] = 241$	60	1	60	11,040
11	11	$[501 - 26*11] = 215$	53	3	54	9,936
12	12	$[501 - 26*12] = 189$	47	1	47	8,648
13	13	$[501 - 26*13] = 163$	40	3	41	7,544
14	14	$[501 - 26*14] = 137$	34	1	34	6,252
15	15	$[501 - 26*15] = 111$	27	3	28	5,152
16	16	$[501 - 26*16] = 85$	21	1	21	3,864
17	17	$[501 - 26*17] = 59$	14	3	15	2,760
18	18	$[501 - 26*18] = 33$	8	1	8	1,472
19	19	$[501 - 26*19] = 7$	1	3	2	368
<b>यज्ञैः</b>					<b>1146</b>	<b>2,10,864</b>

र

जँच की ओर

[1] वान्तर  $d = 1$  के प्रति  $a = x = 1$  लिये जाने पर  $[3a + b = 487]$ 

$$b = [(S - 3x) - 18d] = [(505 - 3) - 18 * 1] = 502 - 18 = 484$$

$$[b - (a + 8d)] = [(S - 4) - 26d] = [(505 - 4) - 26 * 1] = 475$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	484	481	478	475	472	469	466	463	460	457	454	451	448	445	442

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	439	436	433	430	427	424	421	418	415	412	409	406	403	400	397

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	394	391	388	385	382	379	376	373	370	367	364	361	358	355	352

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	349	346	343	340	337	334	331	328	325	322	319	316	313	310	307

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	304	301	298	295	292	289	286	283	280	277	274	271	268	265	262

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	259	256	253	250	247	244	241	238	235	232	229	226	223	220	217

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	214	211	208	205	202	199	196	193	190	187	184	181	178	175	172

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119
b	169	166	163	160	157	154	151	148	145	142	139	136	133	130

प्रथम आधार-वर्ग प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 119 जो कि

$x=1$  के प्रति प्राप्त  $b=484$  और  $(a+8d)=(1+8)=9$  के अन्तर मान 475 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 118 और शेषफल 3 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 118 का आगर 119 प्रमाणित।

वस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $119 \times 184 = 21,896$

$d = 1, a = 119, b = 130$ , से  $S = 505$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

विशिष्ट आधार-वर्ग

विशिष्ट जादुई-वर्ग

a	119	120	121	122
	123	124	125	126
	127	128	129	130
b	130	131	132	133

119	123	120	124
121	125	122	126
127	130	128	131
129	132	130	133

119	130	132	124
131	125	122	127
126	130	128	121
129	120	123	133

[2] वान्तर  $d = 2$  के प्रति  $a=x=1$  लिये जाने पर  $[3a+b=469]$

$$b = [(S-3x) - 18d] = [(505-3) - 18 \times 2] = 502 - 36 = 466$$

$$[b-(a+8d)] = [(S-4)-26d] = [(505-4) - 26 \times 2] = 449$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	466	463	460	457	454	451	448	445	442	439	436	433	430	427	424

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	421	418	415	412	409	406	403	400	397	394	391	388	385	382	379

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	376	373	370	367	364	361	358	355	352	349	346	343	340	337	334

	46	47	48	49	60	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	60	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	331	328	325	322	329	316	313	310	307	304	301	298	295	292	289

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	286	283	280	277	274	271	268	265	262	259	256	253	250	247	244

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	65	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	65	86	87	88	89	90
b	241	238	235	232	229	226	223	220	217	214	211	208	205	202	199

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	196	193	190	187	184	181	178	175	172	169	166	163	160	157	154

	106	107	108	109	110	111	112
a	106	107	108	109	110	111	112
b	151	148	145	142	139	136	133

प्रथम आधार-वर्ग प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 112 जो कि  $x=1$  के प्रति प्राप्त  $b=466$  और  $(a+8d) = (1+16)=17$  के अन्तर मान 449 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 112 और शेषफल 1 है।  $\therefore$  प्रथम

आधार-वर्ग की संख्या भागफल 112 प्रमाणित ।

वस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $112 \times 184 = 20,608$

$d = 2, a = 112, b = 133$ , से  $S = 505$  की जाँच  
प्रथम आधार-वर्ग विशिष्ट आधार-वर्ग विशिष्ट जादुई-वर्ग

a	112	114	116	118
	120	122	124	126
	128	130	132	134
b	133	135	137	139

112	120	114	122
116	124	118	126
128	133	130	135
132	137	134	139

112	134	137	122
135	124	118	128
126	133	130	116
132	114	120	139

इसी प्रकार

-----

-----

[17] वान्तर  $d = 17$  के प्रति  $a=x=1$  लिये जाने पर  $[3a+b=199]$

$$b = [(S-3x) - 18d] = [(505-3) - 18 * 17] = 502 - 306 = 196$$

$$[b-(a+8d)] = [(S-4)-26d] = [(505-4) - 26*17] = 501 - 442 = 59$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	196	193	190	187	184	181	178	175	172	169	166	163	160	157	154

प्रथम आधार-वर्ग प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 15 जो कि  $x=1$  के प्रति प्राप्त  $b=196$  और  $(a+8d) = (1+136)=137$  के अन्तर मान 59 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 14 और शेषफल 3 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 14 का आगर 15 प्रमाणित।  
वस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $15 \times 184 = 2,760$

$d = 17, a = 15, b = 154,$  से  $S = 505$  की जाँच  
प्रथम आधार-वर्ग

a	15	32	49	66
	83	100	117	134
	151	168	185	202
b	154	171	188	205

विशिष्ट आधार-वर्ग

15	83	32	100
49	117	66	134
151	154	168	171
185	188	202	205

विशिष्ट जादुई-वर्ग

15	202	188	100
171	117	66	151
134	154	168	49
185	32	83	205

[18] वान्तर  $d = 18$  के प्रति  $a=x=1$  लिये जाने पर  $[3a+b=181]$

$$b = [(S-3x) - 18d] = [(505-3) - 18 * 18] = 502 - 324 = 178$$

$$[b-(a+8d)] = [(S-4)-26d] = [(505-4) - 26*18] = 501 - 468 = 33$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8
a	1	2	3	4	5	6	7	8
b	178	175	172	169	166	163	160	157

प्रथम आधार-वर्ग प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 8 जो कि  $x=1$  के प्रति प्राप्त  $b=178$  और  $(a+8d) = (1+144)=145$  के अन्तर मान 33 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 8 और शेषफल 1 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 8 प्रमाणित।

वस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $8 \times 184 = 1,472$

$d = 18, a = 8, b = 157,$  से  $S = 505$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	8	26	44	62
	80	98	116	134
	152	170	188	206
b	157	175	193	211

विशिष्ट आधार-वर्ग

8	80	26	98
44	116	62	134
152	157	170	175
188	193	206	211

विशिष्ट जादुई-वर्ग

8	206	193	98
175	116	62	152
134	157	170	44
188	26	80	211

[19] वान्तर  $d = 19$  के प्रति  $a=x=1$  लिये जाने पर  $[3a+b=163]$

$$b = [(S-3x) - 18d] = [(505-3) - 18 * 18] = 502 - 342 = 160$$

$$[b-(a+8d)] = [(S-4)-26d] = [(505-4) - 26*19] = 501 - 494 = 7$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2
a	1	2
b	160	157

प्रथम आधार-वर्ग प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 8 जो कि  $x=1$  के प्रति प्राप्त  $b=160$  और  $(a+8d) = (1+152)=153$  के अन्तर मान 7 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 1 और शेषफल 3 है।  $\therefore$  प्रथम

आधार-वर्ग की संख्या भागफल 1 का आगर 2 प्रमाणित।

वस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $2 \times 184 = 368$

$d = 19, a = 2, b = 157$ , से  $S = 505$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	2	21	40	59
	78	97	116	135
	154	173	192	211
b	157	176	195	214

विशिष्ट आधार-वर्ग

2	78	23	97
40	116	59	135
154	157	173	176
192	195	211	214

विशिष्ट जादुई-वर्ग

2	211	195	97
176	116	59	154
135	157	173	40
192	23	78	214

### प्रतिबंध एवं नियम समिका - 2

$S = (a + 3b + 18d)$  के प्रति आकलन'

उभयनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  पर प्राप्त प्रथम 4 पदी 1 समांतर श्रेणी एवं दूसरा 12 पदी समांतर श्रेणी है।

के प्रति

[1]  $a, (a+d), (a+2d), (a+3d)$

[2]  $b, (b+d), (b+2d), (b+3d), (b+4d), (b+5d), (b+6d), (b+7d), (b+8d), (b+9d), (b+10d), (b+11d)$ ,

जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई-वर्ग के पंक्ति, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डब्बों (खानों) में स्थित

4-4 अवयवों का योगमान  $S = [a + 3b + 18d]$  होगा।

4 के यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक-

सामान्य आधार-वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
b	b+d	b+2d	b+3d
b+4d	b+5d	b+6d	b+7d
b+8d	b+9d	b+10d	b+11d

मेरी कृति ग्रंथ छत्तीसगढ़ गणित दर्शन के अध्याय 11 में उपरोक्त प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार-वर्ग  $\rightarrow$  विशिष्ट आधार-वर्ग  $\rightarrow$  सामान्य जादुई-वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति 4-4 अवयवों का योगमान  $S$  और उभयनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  ज्ञात होने पर प्रथम पद क्रमशः  $a, b$ , की सुनिश्चिता एव यथार्थ

भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार अवलोकित कीजिये।

निम्नानुसार -

$S = (a + 3b + 18d)$  से  $b = \frac{1}{3}[(S - a) - 18d]$  में किसी सर्वान्तर  $d \geq 1$  एवं क्रमांक  $x$  के प्रति-

योगमान  $S$  को 3 से विभाजित करने पर-

1■ शेषफल 0 (शून्य) की प्राप्ति के प्रति -  $a = 3x, b = \frac{1}{3}[(S - 3x) - 18d]$

2■ शेषफल 1 (एक) की प्राप्ति के प्रति -  $a = 3x + 1, b = \frac{1}{3}[(S - (3x + 1)) - 18d]$

3■ शेषफल 2 (दो) की प्राप्ति के प्रति -  $a = 3x + 2, b = \frac{1}{3}[(S - (3x + 2)) - 18d]$

किसी सर्वान्तर  $d \geq 1$  एवं क्रमांक  $x = 1$  के प्रति-

1■ शेषफल 0 (शून्य) की प्राप्ति के प्रति -  $a = 3x = 3, b = \frac{1}{3}[(S - 3) - 18d]$

$$(b = a) = \frac{1}{3}[(S - 12) - 18d]$$

2■ शेषफल 1 (एक) की प्राप्ति के प्रति -  $a = 3x + 1 = 4, b = \frac{1}{3}[(S - 4) - 18d]$

$$(b = a) = \frac{1}{3}[(S - 16) - 18d]$$

3■ शेषफल 2 (दो) की प्राप्ति के प्रति -  $a = 3x + 2 = 5, b = \frac{1}{3}[(S - 5) - 18d]$

$$(b = a) = \frac{1}{3}[(S - 20) - 18d]$$

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_m =$

- |  |   |                |
|--|---|----------------|
| <p>1■ शेषफल 0 (शून्य) की प्राप्ति के प्रति <math>[(S - 12) \div 18]</math></p> <p>2■ शेषफल 1 (एक) की प्राप्ति के प्रति <math>[(S - 16) \div 18]</math></p> <p>3■ शेषफल 2 (दो) की प्राप्ति के प्रति <math>[(S - 20) \div 18]</math></p> | } | की संक्रिया से |
|--|---|----------------|

शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  होगा। जबकि शून्य शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  का उना  $(r-1)$  होगा।

**सर्वान्तर  $d$  के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना—**  
**सर्वान्तर  $d \geq 1$  एवं  $x=1$  के प्रति**

प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या  $P = [\text{सर्वान्तर } d \geq 1 \text{ एवं } x=1 \text{ के प्रति प्राप्त } (b-a) \div 4]$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल  $r$  एवं शेषफल  $q$  को दृष्टिगत करते हुये निम्नानुसार सुनिश्चित होगा।

- 1• शेषफल  $q=0$  और 1 प्राप्त होने पर – प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या  $P =$  प्राप्त भागफल  $r$
- 2• शेषफल  $q= 2$  और 3 प्राप्त होने पर – प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या  $P =$  प्राप्त भागफल का आगर  $(r+1)$  होगा।

विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या  $=P * 184$  का गुणनफल होगा।

**पृष्ठ 17**  $\Psi$  सर्वान्तर  $d$  के प्रति सामान्य आधार-वर्ग विस्तार में  $(b-a)$  एवं  $(c-b) = 0, d, 2d, 3d$  हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः  $(a$  और  $b)$  एवं  $(b$  और  $c)$  पंक्ति के क्रमशः  $(4-4), (73-3), (2-2), (1-1)$  अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे।

$S= 505$  के प्रति—  $[a+3b=487]$   $505 \div 3$  की संक्रिया में प्राप्त शेषफल 1

$$\begin{aligned} \text{सर्वान्तर } d \geq 1 \text{ में क्रमांक } x=1 \text{ लिये जाने पर } - a &= 3x+1=4 \text{ और } b = \frac{1}{3}[(S-4) - 18d] \\ &= \frac{1}{3}[(505-4) - 18d] = \frac{1}{3}[501-18d] = 167 - 6d \quad (b-a)=163 - 6d \end{aligned}$$

सर्वान्तर का अधिकतम मान  $d_m$  की गणना—

$a$  और  $b$  की सुनिश्चिता के प्रति योगमान  $S$  को 3 से विभाजित करने से प्राप्त शेषफल 1 है।

$\therefore$  शेषफल 1 (एक) की प्राप्ति के प्रति  $d_r$  त्र  $[(S - 16) \div 18] = 489 \div 18$  की संक्रिया से शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r=27$  होगा।

तब  $S= 505$  के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3, -----25, 26, 27 के लिये—

**सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।**

क्रमांक	सर्वान्तर $d$	सर्वान्तर $d$ के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर— प्रतिबंधानुसार मान्य $(b-a) = 163 - 6d$	$[b-a] \div 4$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या $P$	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $m*184$
			भागफल $r$	शेषफल $q$		
1	1	$163 - 6 * 1 = 157$	39	1	39	7,176
2	2	$163 - 6 * 2 = 151$	37	3	38	6,992
3	3	$163 - 6 * 3 = 145$	36	1	36	6,624
4	4	$163 - 6 * 4 = 139$	34	3	35	6,440
5	5	$163 - 6 * 5 = 133$	33	1	33	6,072

6	6	$163 - 6 * 6 = 127$	31	3	32	5,888
7	7	$163 - 6 * 7 = 121$	30	1	30	5,520
8	8	$163 - 6 * 8 = 115$	28	3	29	5,336
9	9	$163 - 6 * 9 = 109$	27	1	27	4,968
10	10	$163 - 6 * 10 = 103$	25	3	26	4,784
11	11	$163 - 6 * 11 = 97$	24	1	24	4,416
12	12	$163 - 6 * 12 = 91$	22	3	23	4,232
13	13	$163 - 6 * 13 = 85$	21	1	21	3,864
14	14	$163 - 6 * 14 = 79$	19	3	20	3,680
15	15	$163 - 6 * 15 = 73$	18	1	18	3,312
16	16	$163 - 6 * 16 = 67$	16	3	17	3,128
17	17	$163 - 6 * 17 = 61$	15	1	15	2,760
18	18	$163 - 6 * 18 = 55$	13	3	14	2,576
19	19	$163 - 6 * 19 = 49$	12	1	12	2,208
20	20	$163 - 6 * 20 = 43$	10	3	11	2,024
21	21	$163 - 6 * 21 = 37$	9	1	9	1,656
22	22	$163 - 6 * 22 = 31$	7	3	8	1,472
23	23	$163 - 6 * 23 = 25$	6	1	6	1,104
24	24	$163 - 6 * 24 = 19$	4	3	5	920
25	25	$163 - 6 * 25 = 13$	3	1	3	552
26	26	$163 - 6 * 26 = 7$	1	3	2	368
27	27	$163 - 6 * 27 = 1$	0	1	0	000
<b>योग</b>					<b>533</b>	<b>98,072</b>

### जाँच की ओर 41

[1]सर्वान्तर  $d = 1$  के प्रति  $(a+3b) = 487$

$$x=1 \text{ लिये जाने पर } a=3x+1=4 \quad b = \frac{1}{3}[(S-a)-18d] = \frac{1}{3}[(505-4)-18*1] = 161$$

$$[b-a] = 161-4 = 157$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46
b	161	160	159	158	157	156	155	154	153	152	151	150	149	148	147

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	49	52	55	58	61	64	67	70	73	76	79	82	85	88	91
b	146	145	144	143	142	141	140	139	138	137	136	135	134	133	132

	31	32	33	34	35	36	37	38	39
a	94	97	100	103	106	109	112	115	118
b	131	130	129	128	127	126	125	124	123

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 39 जो कि  $x=1$  के प्रति प्राप्त  $b=161$  और  $a=4$  के अन्तर मान 157 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 39 और शेषफल 1 है।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 39 प्रमाणित ।

वस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $39 \times 184 = 7,176$

$d = 1, a = 118, b = 123$ , से  $S = 505$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	118	119	120	121
b	123	124	125	126
	127	128	129	130
	131	132	133	134

विशिष्ट आधार-वर्ग

118	123	119	124
120	125	121	126
127	131	128	132
129	133	130	134

विशिष्ट जादुई-वर्ग

118	130	133	124
132	125	121	127
126	131	128	120
129	119	123	134

[2]सर्वान्तर  $d = 2$  के प्रति  $(a+3b) = 469$

$$x=1 \text{ लिये जाने पर } a=3x+1=4 \quad b = \frac{1}{3}[(S-a)-18d] = \frac{1}{3}[(505-4)-18 \times 2] = 155$$

$$[b-a] = 155-4 = 151$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46
b	155	154	153	152	151	150	149	148	147	146	145	144	143	142	141

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	49	52	55	58	61	64	67	70	73	76	79	82	85	88	91
b	140	139	138	137	136	135	134	133	132	131	130	129	128	127	126

	31	32	33	34	35	36	37	38
a	94	97	100	103	106	109	112	115
b	125	124	123	122	121	120	119	118

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 38 जो कि

$x=1$  के प्रति प्राप्त  $b=155$  और  $a=4$  के अन्तर

मान 151 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 37 और

शेषफल 3 है । ∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

भागफल 737 का आगर 38 प्रमाणित ।

वस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $38 \times 184 = 6,992$

$d = 2, a = 115, b = 118$ , से  $S = 505$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	115	117	119	121
b	118	120	122	124
	126	128	130	132
	134	136	138	140

विशिष्ट आधार-वर्ग

115	118	117	120
119	122	121	124
126	134	128	136
130	138	132	140

विशिष्ट जादुई-वर्ग

115	132	138	120
136	122	121	126
124	134	128	119
130	117	118	140

इसी प्रकार

[26]सर्वान्तर  $d = 26$  के प्रति  $(a+3b) = 37$

$$x=1 \text{ लिये जाने पर } a=3x+1=4 \quad b = \frac{1}{3}[(S-a)-18d] = \frac{1}{3}[(505-4)-18 \times 26] = 11$$

$$[b-a] = 11-4 = 7$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2
a	4	7
b	11	10

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 1 जो कि

$x=1$  के प्रति प्राप्त  $b=11$  और  $a=4$  के अन्तर मान 7 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 1 और शेषफल 3 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 1 का आगर 2 प्रमाणित।

वस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $2*184 = 368$

$d = 26, a = 7, b = 10$ , से  $S = 505$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	7	33	59	85
b	10	36	62	88
	114	140	166	192
	218	244	270	296

विशिष्ट आधार-वर्ग

7	10	33	36
59	62	85	88
114	218	140	244
166	270	192	296

विशिष्ट जादुई-वर्ग

7	192	270	36
244	62	85	114
88	218	140	59
166	33	10	296



यागमान  $S = 505$  के प्रति-समिकावार कुल प्रकारों की संख्या अकलन तालिका

[A] [1]  $5*5$  का जादुई-वर्ग रचना के प्रति

क्रमांक	समिका	प्रथम आधार-वर्ग की संख्या p	प्रथम आधार-वर्ग से विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या	
			सामान्य जादुई-वर्ग रचना के प्रति $P*184$	रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति $P*56$
1	2	3	4	5
1	$2S = 2N*a + N*(N^2 - 1) * d$	8	1,472	448
2	$2S = 2N*a + N*(N-1)*(d+k)$	444	81,696	24,864
	योग	452	83,168	25,312

[2]  $10*10$  का जादुई-वर्ग रचना के प्रति

क्रमांक	समिका	प्रथम आधार-वर्ग की संख्या $p$	प्रथम आधार-वर्ग से विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या		
			सामान्य (अरंगित) विशिष्ट जादुई-वर्ग के प्रति $P*276$	रंगीन जादुई-वर्ग	
				सामान्य में जादुई-वर्ग के प्रति $P*84$	विशिष्ट में जादुई-वर्ग के प्रति क्रमशः $P*12$ $P*8, P*4$
1	2	3	4	5	6
1	$2S = 2N*a + N*(N^2 - 1) * d$	1	----	61,424	12
	योग	1	----	61424	12

[B]  $4*4$  का सामान्य (रंग धारण करने के गुणों से मुक्त) विशिष्ट जादुई-वर्ग रचना के प्रति

क्रमांक	समिका	प्रथम आधार-वर्ग की संख्या $p$	प्रथम आधार-वर्ग से विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $P*184$
1	2	3	4
1	$S = (a+b+c+e+6d)$	,1,415	2,60,360
2-1	$S=(2a+b+c +10d)$	1239	2,27,976
2-2	$S=(a+2b+c +10d)$	1298	2,38,832
2-3	$S=(a+b+2c +10d)$	1,540	2,83,360
3-1	$S=(3a+b +18d)$	1146	2,10,864
3-2	$S=(a+3b +18d)$	533	98,072
	योग	7 171	13,19,464

### महायाग तालिका

क्रमांक	$N*N$ का जादुई-वर्ग रचना के प्रति	प्रथम आधार-वर्ग की संख्या $p$	प्रथम आधार-वर्ग से विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या				महायोग
			सामान्य (अरंगित)		रंगीन जादुई-वर्ग		
			सामान्य जादुई-वर्ग के प्रति	विशिष्ट जादुई-वर्ग के प्रति	सामान्य जादुई-वर्ग के प्रति	विशिष्ट जादुई-वर्ग के प्रति	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	$4*4$ B	7171		13,19,464		----	13,19,464
2	$5*5$	452	83,168		25,312		--1,08-,480
3	$10*10$	1			61,424	16	61,440
	योग	76 24	83,168	13,19,464	86,736	16	14,89,384