

## S=786

. प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन की ओर .

**[A]** सामान्य, / सामान्य रंगीन / विशिष्ट प्रकार के रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति-  
 $N^*N$  का जादुई-वर्ग रचना के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की भूमिका से पूर्णतः परिचित हो चुके हैं। जादुई-वर्ग के पंक्ति, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डब्बों (खानों) में स्थित  $N-N$  अवयवों का योगमान  $S -$   
 $N^2$  के सम एवं विषम मानों के प्रति  $S > [N * \frac{N^2+1}{2}]$  होने के प्रति  $N$  के यथार्थ भाजकों को दृष्टिगत कर  $N^*N$  का जादुई-वर्ग रचना के तारतम्य में प्रथम आधार-वर्ग की विस्तारित श्रृंखला प्राप्ती की ओर अलग-अलग सरल समिका आगे अध्ययन क्रम में विस्तारित है।

जादुई-वर्ग रचना के प्रति प्रथम आधार-वर्ग से विस्तारित आधार-वर्ग के प्रकारों की संख्या-  
 उपरोक्तानुसार प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की विस्तारित श्रृंखला के किसी भी प्रथम आधार-वर्ग के अवयवों को नियमानुसार स्थान क्रम बदलकर नवीन आधार-वर्ग श्रृंखला माला पिराया जा सकता है। निम्नानुसार प्राप्त कीजिये।

**[1]** विषम ' विषम  $(2x+1) * (2x+1)$  के प्रति

**1** सामान्य जादुई-वर्ग रचना के प्रति सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या

$(2x+1)$  के समस्त यथार्थ भाजक की कुल संख्या  $n$  होने के प्रति-

1. यथार्थ भाजक 1 और  $;(2x+1)$  के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4n[!(2x) - 1]$

2. यथार्थ भाजक 1 और  $(2x+1)$  के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजक के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4(n-1)[!(2x) - 1]$  होगा।

**2** रंग धारिता प्रगुण के गधीन रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या

(1)  $(2x+1)$  3 द्वारा अविभाजित होने के प्रति- समस्त यथार्थ भाजक की कुल संख्या  $n$  होने के प्रति-

1. यथार्थ भाजक 1 और  $;(2x+1)$  के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4n[!(x * 2^x) - 1]$

2. यथार्थ भाजक 1 और अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजक के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4(n-1)[!(x * 2^x) - 1]$  होगा।

(2)  $(2x+1)$  3 द्वारा विभाजित होने के प्रति- समस्त यथार्थ भाजक की कुल संख्या  $n$  होने के प्रति-

1. यथार्थ भाजक 1, 3,  $\frac{(2x+1)}{3}$  और  $;(2x+1)$  के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4n[!(x * 2^x) - 1]$

2. यथार्थ भाजक 1, 3,  $\frac{(2x+1)}{3}$  और  $;(2x+1)$  के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजक के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4(n-1)[!(x * 2^x) - 1]$  होगा।

**[2A]**  $x \geq 3$  विषम संख्या होने के प्रतिबंध पर 4 से अविभाजित सम\*सम  $2x * 2x$  के प्रति

**1** रंग धारिता प्रगुण के गधीन रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों की संख्या

1. यथार्थ भाजक 1 और  $;2x$  के प्रति- आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4n[!(x * 2^x) - 1]$

2. यथार्थ भाजक 1 और  $;2x$  के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजकों के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4(n-1)[!(x * 2^x) - 1]$

**2** विशिष्ट आधार-वर्ग की ओर सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या

1. यथार्थ भाजक 1 और  $2x$  के प्रति— आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4n$
2. यथार्थ भाजक  $x$  के प्रति—  
आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4(n-1)$
3. यथार्थ भाजक 1,  $x$  और  $2x$  के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजक के प्रति—  
आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4(n-3)$  होगा।

[2B]  $x \geq 2$  सम संख्या होने के प्रतिबंध पर 4 से विभाजित सम\*सम  $2x*2x$  के प्रति

1■ रंग धारिता प्रगुण के गधीन रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या

1. यथार्थ भाजक 1, 2,  $x$  और  $2x$  के प्रति— आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4n[(!x * 2^x) - 1]$
2. यथार्थ भाजक 1, 2,  $x$  और  $2x$  के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजकों के प्रति—  
आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4(n-1)[(!x * 2^x) - 1]$

2■ विशिष्ट आधार-वर्ग की ओर सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या

1. यथार्थ भाजक 1, 2,  $x$  और  $2x$  के प्रति— आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4n$
2. यथार्थ भाजक 1, 2,  $x$  और  $2x$  के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजक के प्रति—  
आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =  $4(n-1)$  होगा।

[3] केवल और केवल  $4*4$  के प्रति—

1■ रंग धारिता प्रगुण से मुक्त सामाय जादुई-वर्ग रचना के प्रति—

4 के तीनों यथार्थ भाजक 1, 2 और 4 के प्रति—

सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या— 276 होगा।

1■ सामाय रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति—

4 के तीनों यथार्थ भाजक 1, 2 और 4 के प्रति—

सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या— 84 होगा।

2■ विशिष्ट आधार-वर्ग की ओर सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या

4 के तीनों यथार्थ भाजक 1, 2 और 4 के प्रति—

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या = 12

उभयन्दिष्ट सर्वान्तर  $d=3$  पर, 32 पदी 2 समान्तर श्रेढी जिनके प्रथम पद (a और b) क्रमशः (1 और 3) के प्रति  $S=388$  की जादुई-वर्ग के प्रकारों के विस्तार विषयक जाँच—

ψ स्थान क्रम बदलकर नवीन आधार-वर्ग श्रृंखला माला पिरौने का प्रतिबंध—

[1]  $x$  के विषम मानों के प्रति  $2x*2x$  के जादुई-वर्ग रचना क्रम में  $2x$  के यथार्थ भाजक 1 और  $2x$  के अतिरिक्त किसी यथार्थ भाजक  $m$  के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग के अवयवों का स्थान क्रम बदलकर स्वयं यथार्थ भाजक  $m$  के प्रति नवीन आधार-वर्ग श्रृंखला माला पिरौना जाना यथेष्ट नहीं होगा।

[2]  $(2x+1)=3$  से अविभाजित होने के प्रति  $(2x+1)*(2x+1)$  के जादुई-वर्ग रचना क्रम में के यथार्थ भाजक 1 और  $(2x+1)$  के अतिरिक्त किसी यथार्थ भाजक  $m$  के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग के अवयवों का स्थान क्रम बदलकर स्वयं यथार्थ भाजक  $m$  के प्रति नवीन आधार-वर्ग श्रृंखला माला पिरौना जाना यथेष्ट नहीं होगा।

य. भा. 1 सा.आ. व.

1	4	7	10	13	16	19	22
25	28	31	34	37	40	43	46
49	52	55	58	61	64	67	70
73	76	79	82	85	88	91	94
3	6	9	12	15	18	21	24
27	30	33	36	39	42	45	48
51	54	57	60	63	66	69	72
75	78	81	84	87	90	93	96

रं. जा.-व.

1	93	7	87	84	16	78	22
46	28	66	63	34	57	43	25
27	67	55	39	36	64	30	70
3	21	88	82	85	9	6	94
73	76	18	12	15	79	91	34
49	45	33	58	61	42	52	48
72	54	31	37	60	40	69	25
5	4	90	10	13	81	19	96

S= 388 य. भा. 1 वि.आ. व.

1	25	49	73	4	28	52	76
7	31	55	79	10	34	58	82
13	37	61	85	16	40	64	88
19	43	67	91	22	46	70	94
3	27	51	75	6	30	54	78
9	33	57	81	12	36	60	84
15	39	63	87	18	42	66	90
21	45	69	93	24	48	72	96

वि. रं. जा.-व.

1	72	49	24	93	28	45	79
82	31	42	18	79	63	58	15
9	64	61	12	81	40	33	88
94	54	46	91	22	51	27	3
78	43	30	75	6	68	70	19
13	60	57	85	16	36	37	84
90	39	55	10	87	34	66	7
21	25	48	73	4	69	52	96

S= 388 य. भा. 2 सा. व.

1	7	13	19	25	31	37	43
49	55	61	67	73	79	85	91
3	9	15	21	27	33	39	45
51	57	63	69	75	81	87	93
4	10	16	22	28	34	40	46
52	58	64	70	76	82	88	94
6	12	18	24	30	36	42	48
54	60	66	72	78	84	90	96

रं. जा.-व.

1	90	13	78	72	31	60	43
91	55	36	30	67	18	85	6
52	39	15	76	70	33	58	45
93	40	81	69	75	16	10	4
46	57	34	22	28	63	87	51
3	88	64	21	27	82	9	94
48	12	61	73	24	79	42	49
54	7	84	19	25	66	37	96

S= 388 य. भा. 2 वि.आ. व.

1	49	3	51	7	55	9	57
13	61	15	63	19	67	21	69
25	73	27	75	31	79	33	81
37	85	39	87	43	91	45	93
4	52	6	54	10	58	12	60
16	64	18	66	22	70	24	72
28	76	30	78	34	82	36	84
40	88	42	90	46	94	48	96

वि. रं. जा.-व.

1	48	3	46	90	55	88	57
69	61	82	34	63	30	21	28
16	33	27	22	66	79	64	81
93	12	91	87	43	6	52	4
60	85	58	54	10	39	45	37
25	24	18	75	31	70	73	72
84	76	15	19	78	67	36	13
40	49	94	51	7	42	9	96

S= 388 य. भा. 4 सा. व.

1	13	25	37	49	61	73	85
3	15	27	39	51	63	75	87
4	16	28	40	52	64	76	88
6	18	30	42	54	66	78	90
7	19	31	43	55	67	79	91
9	21	33	45	57	69	81	93
10	22	34	46	58	70	82	94
12	24	36	48	60	72	84	96

रं. जा.-व.

1	84	25	60	48	61	24	85
87	15	70	58	39	34	75	10
9	76	28	57	45	64	21	88
90	79	66	42	54	31	19	7
91	18	67	43	55	30	78	6
4	81	33	40	52	69	16	93
94	22	27	51	46	63	82	3
12	13	72	37	49	36	73	96

S= 388 य. भा. 4 वि.आ. व.

1	3	4	6	13	15	16	18
25	27	28	30	37	39	40	42
49	51	52	54	61	63	64	66
73	75	76	78	85	87	88	90
7	9	10	12	19	21	22	24
31	33	34	36	43	45	46	48
55	57	58	60	67	69	70	72
79	81	82	84	91	93	94	96

वि. रं. जा.-व.

1	94	4	91	84	15	81	18
42	27	69	67	30	58	40	55
31	64	52	43	36	63	33	66
90	22	87	78	85	10	9	7
24	75	21	12	19	76	88	73
49	46	34	54	61	45	51	48
72	57	28	37	60	39	70	25
79	3	93	6	13	82	16	96

S= 388 य. भा. 8 सा.आ. व.

1	25	49	73	3	27	51	75
4	28	52	76	6	30	54	78
7	31	55	79	9	33	57	81
10	34	58	82	12	36	60	84
13	37	61	85	15	39	63	87
16	40	64	88	18	42	66	90
19	43	67	91	21	45	69	93
22	46	70	94	24	48	72	96

रं. जा.-व.

1	72	49	24	94	27	46	75
78	28	45	21	76	67	54	19
16	57	55	18	88	33	40	81
84	63	36	82	12	61	37	13
87	34	39	85	15	58	60	10
7	66	64	79	9	42	31	90
93	43	52	6	91	30	69	4
22	25	48	73	3	70	51	96

S= 388 य. भा. 8 वि.आ. व.

1	4	7	10	25	28	31	34
49	52	55	58	73	76	79	82
3	6	9	12	27	30	33	36
51	54	57	60	75	78	81	84
13	16	19	22	37	40	43	46
61	64	67	70	85	88	91	94
15	18	21	24	39	42	45	48
63	66	69	72	87	90	93	96

वि. रं. जा.-व.

1	93	7	87	72	28	66	34
82	52	42	39	58	21	79	15
61	33	9	85	70	30	64	36
84	43	78	60	75	19	16	13
46	54	40	22	37	57	81	51
3	91	67	12	27	88	6	94
48	38	55	73	24	76	45	49
63	4	90	10	25	69	31	96

उभयन्दिष्ट सर्वान्तर  $d=3$  पर , 16 पदी 4 समान्तर श्रेढी जिनके प्रथम पद a,b,c और d समान्तर श्रेढी के अवयव होने के प्रति सर्वान्तर 50 होने के प्रति a,b,c और d क्रमशः (1, 51, 101, और 151) के प्रति  $S=788$  की जादुई-वर्ग के प्रकारों के विस्तार विषयक जाँच-

य. भा. 1 सा.आ. व.

1	4	7	10	13	16	19	22
25	28	31	34	37	40	43	46
51	54	57	60	63	66	69	72
75	78	81	84	87	90	93	96
101	104	107	110	113	116	119	122
125	128	131	134	137	140	143	146
151	154	157	160	163	166	169	172
175	178	181	184	187	190	193	196

रं. जा.-व.

1	193	7	187	164	16	178	22
46	28	166	163	34	157	43	151
125	69	57	137	134	66	128	72
96	119	90	84	87	107	104	101
122	78	116	110	113	81	93	75
51	143	131	60	63	140	54	146
172	154	31	37	160	40	169	25
175	4	190	10	13	181	19	196

य. भा. 1 वि.आ. व.

1	25	51	75	4	28	54	78
7	31	57	81	10	34	60	84
13	37	63	87	16	40	66	90
19	43	69	93	22	46	72	96
101	125	151	175	104	128	154	178
107	131	157	181	110	134	160	184
113	137	163	187	116	140	166	190
119	143	169	193	122	146	172	196

वि. रं. जा.-व

1	172	51	122	193	28	143	78
84	31	140	116	81	163	60	113
107	66	63	110	181	40	131	90
96	154	46	93	22	151	125	101
178	43	128	175	104	69	72	19
13	160	157	87	16	134	37	184
190	137	57	10	187	34	166	7
119	25	146	75	4	169	54	196

य. भा. 2 सा.आ. व.

1	7	13	19	25	31	37	43
51	57	63	69	75	81	87	93
101	107	113	119	125	131	137	143
151	157	163	169	175	181	187	193
4	10	16	22	28	34	40	46
54	60	66	72	78	84	90	96
104	110	116	122	128	134	140	146
154	160	166	172	178	184	190	196

रं. जा.-व.

1	190	13	178	172	31	160	42
93	57	134	128	69	116	87	104
54	137	113	28	22	131	60	143
193	40	181	168	175	16	10	4
46	157	34	22	28	163	187	151
101	90	66	119	125	84	107	96
146	110	63	75	122	81	140	51
154	7	184	19	25	166	37	198

य. भा. 2 वि.आ. व.

1	51	101	151	7	57	107	157
13	63	113	163	19	69	119	169
25	75	125	175	31	81	131	181
37	87	137	187	43	93	143	193
4	54	104	154	10	60	110	160
16	66	116	166	22	72	122	172
28	78	128	178	34	84	134	184
40	90	140	190	46	96	146	196

वि. रं. जा.-व

1	146	101	46	190	57	90	157
169	63	84	34	163	128	119	28
16	131	125	22	166	81	66	181
193	110	93	187	43	104	54	4
160	87	60	154	10	137	143	37
25	122	116	175	31	72	75	172
184	78	113	19	178	69	134	13
40	51	96	151	7	140	107	196

## 5.य. भा. 4 सा.आ. व.

1	13	25	37	51	63	75	87
101	113	125	137	151	163	175	187
4	16	28	40	54	66	78	90
104	116	128	140	154	166	178	190
7	19	31	43	57	69	81	93
107	119	131	143	157	169	181	193
10	22	34	46	60	72	84	96
110	122	134	146	160	172	184	196

## य. भा. 4 वि.आ. व.

1	101	4	104	13	113	16	116
25	125	28	128	37	137	40	140
51	151	54	154	63	163	66	166
75	175	78	178	87	187	90	190
7	107	10	110	19	119	22	122
31	131	34	134	43	143	46	146
57	157	60	160	69	169	72	172
81	181	84	184	93	193	96	196

## .य. भा. 8 सा.आ. व.

1	25	51	75	101	125	151	175
4	28	54	78	104	128	154	178
7	31	57	81	107	131	157	181
10	34	60	84	110	134	160	184
13	37	63	87	113	137	163	187
16	40	66	90	116	140	166	190
19	43	69	93	119	143	169	193
22	46	72	96	122	146	172	196

## य. भा. 8 वि.आ. व.

1	4	7	10	25	28	31	34
51	54	57	60	75	78	81	84
101	104	107	110	125	128	131	134
151	154	157	160	175	178	181	184
13	16	19	22	37	40	43	46
63	66	69	72	87	90	93	96
113	116	119	122	137	140	143	146
163	166	169	172	187	190	193	196

## रं. जा.-व.

1	184	25	160	146	63	122	87
187	113	72	60	137	34	175	10
107	78	28	157	143	66	119	90
190	81	166	140	154	31	19	7
93	116	69	43	57	128	178	104
4	181	131	40	54	169	16	193
96	22	125	151	46	163	84	101
110	13	172	37	51	134	75	196

## वि. रं. जा.-व

1	96	4	93	184	113	181	116
140	125	169	69	128	60	40	57
31	66	54	43	134	163	131	166
190	22	187	178	87	10	107	7
122	175	119	110	19	78	90	75
51	46	34	154	63	143	151	146
172	157	28	37	160	137	72	25
81	101	193	104	13	84	16	196

## रं. जा.-व.

1	172	51	122	96	125	46	175
178	28	143	119	78	69	154	19
16	157	57	116	90	131	40	181
184	163	134	84	110	63	37	13
187	34	137	87	113	60	160	10
7	166	66	81	107	140	31	190
193	43	54	104	93	128	169	4
22	25	146	75	101	72	151	196

## वि. रं. जा.-व

1	193	7	187	172	28	166	34
84	54	140	137	60	119	81	113
63	131	107	87	72	128	66	134
184	43	178	160	175	19	16	13
46	154	40	22	37	157	181	151
101	93	69	110	125	90	104	96
146	116	57	75	122	78	143	51
163	4	190	10	25	169	31	198

## [3] केवल और केवल 4\*4 के प्रति-

- (1) रंगधारिता प्रगुण के परिपालन से मुक्त होने के प्रति-  
4 के तीनों यथार्थ भाजक 1,,2,4 के प्रति -  
सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या- 276 होगा
- (2) रंगधारिता प्रगुण के परिपालन से युक्त होने के प्रति-  
1■ सामाय रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति-  
4 के तीनों यथार्थ भाजक 1,2 और 4 के प्रति-

सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या- 84 होगा ।

## 2■ विशिष्ट 1ए आधार-वर्ग की ओर सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या

4 के तीनों यथार्थ भाजक 1,2 और 4 के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या =जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या =12

**ध्यानाकर्षण—**  $N * N$  कै जादुई -वर्ग के पवितकए स्मभिक एवं तिर्यक  $N$  अवयवों का योगमान  $S$  होने के प्रति-

7 प्रतिबंधानुसार प्रखुक्त गणन समिका के तारतम्य में किसी उभयनिष्ठ सर्वान्तर मान  $d$  के लिये प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की संख्या  $P$  होने के प्रति उपरोक्त गण समिहा कके अनुसार प्राप्त विस्तारित आधार-वर्ग का  $P$  गुना होगा।

तब उक्त प्रगुण के परिपालन में  $S$  के ज्ञात मान को दृष्टि करते हुये सामान्य, / सामान्य रंगीन / विशिष्ट प्रकार के रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति प्रथम सामान्य आधार-वर्ग रचना की कुल प्रस्तुति वि व्यापकता में सर्वमान्य नियम प्रतिपादन विषयक समिका निम्नानुसार होगा। जिनके प्रति उदाहरणार्थ मुस्लिम धर्म की आयात • **बिस्मील्ला हिर्रम्हमा निर्रहीम • ( अल्लाह के नाम से शुरू जो बहुत मेहरबान और रहम करने वाला है )** . का संख्यांक मान **786** के प्रति  $3*3$ ,  $4*4$  एवं  $6*6$  का जादुई -वर्ग रचना चिषयक प्रथम आधार-वर्ग की रचना में समिका परिपालन विदित कराया गया है।

### 1■ $N$ के यथार्थ भाजक 1 (एक ) के प्रति-

$2S \div N$  की भक्रिया पूर्णतः अशेष विभाजित होने के प्रतिबंध पर-  $N*N$  का आधार-वर्ग के सभी  $N^2$  अचयव का प्रथम पदमान  $a$  एवं एक उभय निष्ठ सर्वान्तर  $d$  पर  $N^2$  पदी यमांतर श्रेढी के अवयव होंगें ।

$$\text{तब } N*S = N^2 * a + \frac{N^2-1}{2} * N^2 * d \Rightarrow 2S = 2N*a + N*(N^2 - 1) * d$$

$$\Rightarrow 2a = \frac{2S}{N} - (N^2 - 1) * d \text{ में } S \text{ और } N \text{ के ज्ञात मान}$$

प्रतिस्मापित कर समिका  $2a = \frac{2S}{N} - (N^2 - 1) * d$  को सरल करें। फिर  $d$  के प्राकृत संख्या मानों के प्रति  $a$  का मान प्राप्त कीजिये।

**सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम् मान  $d_m$  के प्रति**

$d_m \frac{2S}{N} \div 2 (N^2 - 1) = \frac{S}{N} \div (N^2 - 1)$  की संक्रिया से- शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  होगा। जबकि

शून्य शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  का उना  $(r-1)$  होगा।

प्रथम आधार-वर्ग के प्रकारों की संख्या  $n = [यमिका 2a = \frac{2S}{N} - (N^2 - 1) * d$  को संतुलित करने में प्राप्त सर्वान्तर  $d$  के प्रकारों की संख्य]

$N$  के यथार्थ भाजको की संख्या  $m$  होने के प्रति प्रथम आधार-वर्ग से विस्तारित आधार-वर्ग प्रकारों की कुल संख्या **w =**

$N \geq 3$  विषम मानों के प्रति-

$$1 \bullet \text{ सामान्य जादुई-वर्ग रचना के प्रति } - n = 4m * n! [(N - 1) - 1]$$

$$2 \bullet \text{ रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति}$$

संख्या  $S=786$  के अनुपालन में-

{1}  $3*3$  के प्रति- समिका  $2a = \frac{2S}{N} - (N^2 - 1) * d$  के तारतत्य में-

a	a+d	a+2d
a+3d	a+4d	a+5d
a+6d	a+7d	a+8d

$S=786$ ,  $N=3$  प्रति स्थापित करने पर-

$$2a = \frac{2S}{N} - (3^2 - 1) * d \Rightarrow a = 262 - 4d$$

$$\text{सर्वान्तर } d \text{ का अधिकतम् मान } d_m = \left[ \frac{2+786}{3} \div (3^2 - 1) \right] = [524 \div 8]$$

$=131 \div 2$  की संक्रिया से- शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r=65$  होगा।

प्रतिबंधानुसार हल तालिका

S-N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
,d	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
a =	258	254	250	246	242	238	234	230	226	222	218	214	210	206

S-N	15	16	17	18	19	19	21	22	23	24	25	26	27	28
,d	15	16	17	18	19	19	21	22	23	24	25	26	27	28
a =	202	198	194	190	186	182	178	174	170	166	162	158	154	150

S-N	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
,d	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
a =	146	142	138	134	130	126	122	118	114	110	106	102	98	94

S-N	43	44	45	46	47	48	49	55	51	52	53	54	55	56
,d	43	44	45	46	47	48	49	55	51	52	53	54	55	56
a =	90	86	82	78	74	70	66	62	58	54	50	46	42	38

S-N	57	58	59	60	61	62	52	64	65
,d	57	58	59	60	61	62	63	64	65
a =	34	30	26	22	18	14	10	6	2

सामान्य जादुई-वर्ग के प्रति -  
 प्रथम आधार-कर्ग की संख्या 65  
 प्रथम आधार-कर्ग से विस्तारित आधार-कर्ग  
 की संख्या  $8*65=520$

रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति - प्रथम आधार-कर्ग की संख्या 65  
 प्रथम आधार-कर्ग से विस्तारित आधार-कर्ग की संख्या  $8*65=520$

{2}  $4*4$  के प्रति- समिका  $2a = \frac{2s}{N} - (N^2 - 1) * d$  के तारतल्य  
 में-

a	a+d	a+2d	a+3d
a+4d	a+5d	a+6d	a+7d
a+8d	a+9d	a+10d	a+11d
a+12d	a+13d	a+14d	a+15d

$S=786$ ,  $N=4$  प्रति स्थापित करने पर-

$$2a = \frac{2*786}{4} - (4^2 - 1) * d$$

$\Rightarrow 2a = 393 - 15d$  का प्रतिबंधानुसार हल तालिका

सर्वान्तर d का अधिकतम मान  $d_m = \left[ \frac{2s}{N} \div 2(N^2 - 1) \right]$

$$= \left[ \frac{2*786}{4} \div 2(4^2 - 1) \right] = [393 \div 30] = 13 \div 10 \text{ की संक्रिया से- शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति}$$

भागफल  $r=13$  होगा।

S-N	1	2	3	4	5	5	7	6	9	10	11	12	13
,d	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25
a =	189	174	159	144	129	114	99	84	69	54	39	24	9

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति प्रथम आधार-कर्ग से -

विस्तारित आधार-कर्ग की संख्या  $13*84 = 1092$

विशिट रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति प्रथम आधार-कर्ग से -

विस्तारित आधार-कर्ग की संख्या  $13*12 = 156$

विशिट सामान्य जादुई-वर्ग के प्रति प्रथम आधार-कर्ग से विस्तारित आधार-कर्ग की संख्या  $13*276 = 3588$

[3] 6\*6 के प्रति- समिका  $2a = \frac{2s}{N} - (N^2 - 1) * d$  के तारतत्य में-

a	a+d	a+2d	a+3d	a+4d	a+5d
a+6d	a+7d	a+8d	a+9d	a+10d	a+11d
a+12d	a+13d	a+14d	a+15d	a+16d	a+17d
a+18d	a+19d	a+20d	a+21d	a+22d	a+23d
a+24d	a+25d	a+26d	a+27d	a+28d	a+29d
a+30d	a+31d	a+32d	a+33d	a+34d	a+35d

S=786, N=6 प्रति स्थापित करने पर-

$$2a = \frac{2*786}{6} - (6^2 - 1) * d$$

$$\Rightarrow 2a = 262 - 35d \text{ का प्रतिबंधानुसार हल तालिका}$$

सर्वान्तर d का अधिकतम मान  $d_m = [\frac{2s}{N} \div 2(N^2 - 1)]$

$$= [\frac{2*786}{6} \div 2(6^2 - 1)] = [131 \div 35] \text{ की संक्रिया से-शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल } r=3 \text{ होगा।}$$

S-N	1	2	3
d	2	4	6
a =	96	61	26

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति प्रथम आधार-कर्म से -  
विस्तारित आधार-कर्म की संख्या  $3*752 = 2,256$   
विशिट रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति प्रथम आधार-कर्म से -  
विस्तारित आधार-कर्म की संख्या  $3*12 = 36$

## 2 ■ N सम संख्या होने पर यथार्थ भाजक 2 (दो) के प्रति-

$2s \div N$  की संक्रिया पूर्णतः अशेष विभाजित होने के प्रतिबंध पर उम्सनिष्ठ सर्वान्तर d की  $\frac{N^2}{2}$  पदी दो समान्तर श्रेणी में विभक्त होंगे [जिनका प्रथम पदमान a और b [(a ≠ b) के प्रतिबंध] लिये जाने पर

$$N*S = (a+b) \frac{N^2}{2} + 2 * (\frac{N^2-1}{2} * \frac{N^2}{2}) * d \Rightarrow 2S = N*(a+b) + N * (\frac{N^2}{2} - 1) * d$$

$$\Rightarrow (b+a) = \frac{2S}{N} - [(\frac{N^2}{2} - 1) * d] \text{ होगा}$$

$$\Rightarrow (b-a) = [\{\frac{2S}{N} - a\} - [(\frac{N^2}{2} - 1) * d] \text{ होगा}$$

$$b = [(\frac{2S}{N} - a) - [(\frac{N^2}{2} - 1) * d] \text{ होगा}$$

$$a=x=1 \text{ के प्रति } b = [(\frac{2S}{N} - 1) - [(\frac{N^2}{2} - 1) * d]$$

$$(b-a) = (b-1) = [(\frac{2S}{N} - 2) - [(\frac{N^2}{2} - 1) * d] \text{ प्राप्त करे}$$

सर्वान्तर d का अधिकतम मान  $d_m$  की गणना-  $(b-a) = (b-1) = [(\frac{2S}{N} - 2) - [(\frac{N^2}{2} - 1) * d]$  को दृष्टिगत करने पर -  $d_m = [(\frac{2S}{N} - 2) \div (\frac{N^2}{2} - 1)]$  की संक्रिया से की संक्रिया से-शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल r होगा। जबकि शून्य शेषफल के प्रति भागफल r का उना (r-1) होगा।

किसी सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार-वर्ग के प्रकारों की संख्या  $n = [(b-a) \div 2]$  की संक्रिया से-

1. भागफल r और शेषफल 0 की प्राप्ति पर- भागफल r होगा।
2. भागफल r और शेषफल 1 की प्राप्ति पर- भागफल r का आगर ;r+1) होगा।

पूरे-पूरे अवयव का सर्वान्तर  $d$  के प्रति क्रमागत होना—  $b-a = \frac{N^2}{2} * d$  की प्राप्ति पर प्रथम आधार-वर्ग के पूरे-पूरे अवयव का सर्वान्तर  $d$  के प्रति क्रमागत होंगे।

अवयव का सर्वान्तर  $d$  के प्रति दोहराया जाना—

( $b-a$ ) के सम संख्या मानों में  $(b-a) = (\frac{N^2}{2} - 1)d, (\frac{N^2}{2} - 2)d, \dots, 3d, 2d, d,$  और  $0$  की प्राप्ति पर  $[\frac{N^2}{2}]$  वाँ पद से प्रथम पद की ओर] एवं  $[(\frac{N^2}{2} + 1)]$  वाँ पद से अन्तिम  $N^2$  वा पद की ओर] क्रमशः  $(1-1), (2-2), (3-3) \dots - \{(\frac{N^2}{2} - 3) - (\frac{N^2}{2} - 3)\} \{(\frac{N^2}{2} - 2) - (\frac{N^2}{2} - 2)\},$   
 $\{(\frac{N^2}{2} - 1) - (\frac{N^2}{2} - 1)\}$  और  $(\frac{N^2}{2} - \frac{N^2}{2})$  के युग्मों में दोहराये हुये ये पद होंगे।

टीप ( $b-a$ ) के विषम मानों के प्रति दोहराये जाने का प्रश्न ही नहीं है।

{1}  $4*4$  के प्रति— समिका  $(a+b) = \frac{2s}{N} - (\frac{N^2}{2} - 1) * d$  के तारतम्य में—

a	a+d	a+2d	a+3d
a+4d	a+5d	a+6d	a+7d
b	b+d	b+2d	b+3d
b+4d	b+5d	b+6d	b+7d

$S = 786$  के प्रति सर्वान्तर  $d$  के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना—

$$a+b = \frac{2*786}{4} - (\frac{4^2}{2} - 1)d = 393 - 7d$$

$$(b-a) = (393 - 2a) - 7d$$

$\therefore a$  के न्यूनतम हलमान 1 के प्रति  $(b-a) = (393 - 2) - 7d = 391 - 7d$  को दृष्टिगत करने पर

सर्वान्तर  $d$  के प्रकारों का अधिकतम मान  $d_m$  की गणना—

$d_m = [391 \div 7]$  की संक्रिया से — शून्येतर शेषफल के प्रति भागफल  $r=55$  होगा।

सर्वान्तर  $d$  के प्रति—

आकलन जाँच विश्लेषण मे—  $x$  वें क्रमांक के प्रति प्रथम पद  $a_x = x$

$$k_x = [393 - (x+7d)]$$

$S = 786$  के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3, - - - 53, 54, 55, के लिये—

सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर $d$	सर्वान्तर $d$ के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर— प्रतिबंधानुसार किसी सर्वान्तर $d$ के प्रति मान्य $(b-a)=391-7d$	[( $b-a$ ) $\div 2$ से प्राप्त]		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या		
			भागफल r	शेषफल q		विशिष्ट जादुई-वर्ग के प्रति $P*276$	खमान्य रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति $P*84$	विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति $P*12$
1	1	$391 - 7*1 = 384$	192	0	192	52,992	16,128	2;304
2	2	$391 - 7*2 = 377$	188	1	189	52,164	15,876	2,268
3	3	$391 - 7*3 = 370$	185	0	185	51,060	15,540	2,220
4	4	$391 - 7*4 = 363$	181	1	182	50,232	15,288	2,182
5	5	$391 - 7*5 = 356$	178	0	178	49,128	14,952	2,136
6	6	$391 - 7*6 = 349$	174	1	175	48,300	14,700	2,076
7	7	$391 - 7*7 = 342$	171	0	171	47,196	13,364	2,052
8	8	$391 - 7*8 = 335$	167	1	168	46,368	13,112	2,016
9	9	$391 - 7*9 = 328$	164	0	164	45,264	12,776	1,968

10	10	$391 - 7 \cdot 10 = 321$	160	1	161	44,436	12,524	1,932
11	11	$391 - 7 \cdot 11 = 314$	157	0	157	43,332	12,188	1,884
12	12	$391 - 7 \cdot 12 = 307$	153	1	154	42,504	12,936	1,948
13	13	$391 - 7 \cdot 13 = 300$	150	0	150	41,400	12,600	1,800
14	14	$391 - 7 \cdot 14 = 293$	146	1	147	40,572	12,348	1,764
15	15	$391 - 7 \cdot 15 = 286$	143	0	143	39,468	12,012	1,716
16	16	$391 - 7 \cdot 16 = 279$	139	1	140	38,640	11,760	1,680
17	17	$391 - 7 \cdot 17 = 272$	136	0	136	37,536	11,424	1,632
18	18	$391 - 7 \cdot 18 = 265$	132	1	133	36,708	11,172	1,596
19	19	$391 - 7 \cdot 19 = 258$	129	0	129	35,604	10,836	1,548
20	20	$391 - 7 \cdot 20 = 251$	125	1	126	34,776	10,584	1,512
21	21	$391 - 7 \cdot 21 = 244$	122	0	122	33,672	10,248	1,464
22	22	$391 - 7 \cdot 22 = 237$	118	1	119	32,844	9,996	1,428
23	23	$391 - 7 \cdot 23 = 230$	115	0	115	31,740	9,660	1,380
24	24	$391 - 7 \cdot 24 = 223$	111	1	112	30,912	9,408	1,344
25	25	$391 - 7 \cdot 25 = 216$	108	0	108	29,808	9,072	1,296
26	26	$391 - 7 \cdot 26 = 209$	104	1	105	28,980	8,820	1,260
27	27	$391 - 7 \cdot 27 = 202$	101	0	101	27,876	8,484	1,212
28	28	$391 - 7 \cdot 28 = 195$	97	1	98	27,048	8,232	1,176
29	29	$391 - 7 \cdot 29 = 188$	94	0	94	25,944	7,896	1,128
30	30	$391 - 7 \cdot 30 = 181$	90	1	91	25,116	7,644	1,092
31	31	$391 - 7 \cdot 31 = 174$	87	0	87	24,012	7,308	1,044
32	32	$391 - 7 \cdot 32 = 167$	83	1	84	23,184	7,056	1,008
33	33	$391 - 7 \cdot 33 = 160$	80	0	80	22,080	6,720	960
34	34	$391 - 7 \cdot 34 = 153$	76	1	77	21,252	6,468	924
35	35	$391 - 7 \cdot 35 = 146$	73	0	73	20,148	6,132	876
36	36	$391 - 7 \cdot 36 = 139$	69	1	70	19,320	5,880	840
37	37	$391 - 7 \cdot 37 = 132$	66	0	66	18,216	5,544	792
38	38	$391 - 7 \cdot 38 = 125$	62	1	63	17,388	5,292	756
39	39	$391 - 7 \cdot 39 = 118$	59	0	59	16,284	4,956	708
40	40	$391 - 7 \cdot 40 = 111$	55	1	56	15,456	4,704	672
41	41	$391 - 7 \cdot 41 = 104$	52	0	52	14,352	4,368	624
42	42	$391 - 7 \cdot 42 = 97$	48	1	49	13,524	4,116	588
43	43	$391 - 7 \cdot 43 = 90$	45	0	45	12,420	3,780	540
44	44	$391 - 7 \cdot 44 = 83$	41	1	42	11,592	3,528	504
45	45	$391 - 7 \cdot 45 = 76$	38	0	38	10,488	3,192	456
46	46	$391 - 7 \cdot 46 = 69$	34	1	35	9,660	2,940	420
47	47	$391 - 7 \cdot 47 = 62$	31	0	31	8,556	2,604	372
49	48	$391 - 7 \cdot 48 = 55$	27	1	28	7,728	2,352	336
49	49	$391 - 7 \cdot 49 = 48$	24	0	24	6,624	2,016	288
50	50	$391 - 7 \cdot 50 = 41$	20	1	21	5,796	1,764	252
51	51	$391 - 7 \cdot 51 = 34$	17	0	17	4,692	1,428	204
52	52	$391 - 7 \cdot 52 = 27$	13	1	14	3,864	1,176	168
53	53	$391 - 7 \cdot 53 = 20$	10	0	10	2,760	840	120

54	54	$391 - 7*54 = 13$	06	1	07	1,932	588	84	
55	55	$391 - 7*55 = 06$	03	0	03	828	252	36	
योग						5,376	14,83,776	4,51,584,	64,512

जाँच की ओर

[1] सर्वान्तर  $d=1$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 392 - 7*1 = 385$   $(b-a) = (b-1) = 384$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a) = (b-1) = 384] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 192 और शेषफल 0 है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 192 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	189	190	191	192
a	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	189	190	191	192
b	385	384	383	382	---	---	----	---	---	---	---	197	196	195	194

[2] सर्वान्तर  $d=2$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 392 - 7*2 = 378$   $(b-a) = (b-1) = 377$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a) = 377] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 188 और शेषफल 1 है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 188 का आगर 189 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	186	187	188	189
a	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	186	187	188	189
b	378	377	376	375	---	---	----	---	---	---	---	193	192	191	190

[3] सर्वान्तर  $d=3$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 392 - 7*3 = 371$   $(b-a) = (b-1) = 370$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a) = 370] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 185 और शेषफल 0 है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 185 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	182	183	184	185
a	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	182	183	184	185
b	371	370	369	368								190	189	188	187

[4] सर्वान्तर  $d=4$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 392 - 7*4 = 364$   $(b-a) = (b-1) = 363$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a) = 363] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 181 और शेषफल 1 है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 181 का आगर 182 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	179	180	181	182
a	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	179	180	181	182
b	364	363	362	361								186	185	184	183

[5] सर्वान्तर  $d=5$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 392 - 7*5 = 357$   $(b-a) = (b-1) = 356$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a)=356] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल **178** और शेष फल **0** है।  
 $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **178** होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	175	176	177	178
a	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	175	176	177	178
b	357	356	355	354								183	182	181	180

उसी प्रकार -

{51} सर्वान्तर  $d=51$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 392 - 7*51 = 35$   $(b-a) = (b-1) = 34$

- प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

-  $[(b-a)=34] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल **17** और शेष फल **0** है।

-  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **17** होगा।

- a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	--	14	15	16	17
a	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	14	15	16	17
b	35	34	33	32								22	21	20	19

{52} सर्वान्तर  $d=52$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 392 - 7*52 = 28$   $(b-a) = (b-1) = 27$

- प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

-  $[(b-a)=27] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल **13** और शेष फल **1** है।

-  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **13** का आगर **14** होगा।

- a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
b	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15

{53} सर्वान्तर  $d=53$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 392 - 7*53 = 21$   $(b-a) = (b-1) = 20$

- प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

-  $[(b-a)=20] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल **10** और शेष फल **0** है।

-  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **10** होगा।

- a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b	21	20	19	18	17	16	15	14	13	13

{54} सर्वान्तर  $d=54$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 392 - 7*54 = 14$   $(b-a) = (b-1) = 13$

- प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

-  $[(b-a)=13] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल **6** और शेष फल **1** है।

-  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **6** का आगर **7** होगा।

- a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	5	6	7
a	1	2	3	4	5	6	7
b	14	13	12	11	10	9	8

-

[55] सर्वान्तर  $d=55$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 392 - 7 \cdot 55 = 7$   $(b-a) = (b-1) = 6$

- प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

-  $[(b-a)=6] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल **3** और शेष फल **0** है।

-  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **3** होगा।

-

- a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3
a	1	2	3
b	7	6	5

$d=55, a=3, b=5$  से  $S=786$  की जाँच।

यथार्थ भाजक 1 के प्रति

सामान्य आधार-वर्ग

3	58	113	168
223	278	333	388
5	60	115	170
225	280	335	390

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

3	335	280	168
170	278	333	5
388	60	115	223
225	113	58	390

विशिष्ट आधार-वर्ग

3	223	58	278
113	333	168	388
5	225	60	280
115	335	170	390

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

3	170	335	278
280	133	168	5
388	225	60	113
115	58	223	390

यथार्थ भाजक 2 के प्रति

सामान्य आधार-वर्ग

3	113	223	333
5	115	225	335
58	168	278	388
60	170	280	390

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

3	280	170	333
388	115	225	58
335	168	278	5
60	223	113	390

विशिष्ट आधार-वर्ग

3	5	113	115
223	225	333	335
58	60	168	170
278	280	388	390

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

3	388	280	115
170	225	333	58
335	60	168	223
278	113	5	390

यथार्थ भाजक 4 के प्रति  
सामान्य आधार-वर्ग

3	223	5	225
58	278	60	280
113	333	115	335
168	388	170	390

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग -

3	170	388	225
335	278	60	113
280	333	115	58
168	5	223	390

विशिष्ट आधार-वर्ग

3	58	223	278
5	60	225	280
113	168	333	388
115	170	335	390

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग -

3	335	170	278
388	60	225	113
280	168	333	5
115	223	58	390

{2} 6\*6 के प्रति- समिका  $(a+b) = \frac{2s}{N} - \left(\frac{N^2}{2} - 1\right) * d$  के तारतम्य में—

a	a+d	a+2d	a+3d	a+4d	a+5d
a+6d	a+7d	a+8d	a+9d	a+10d	a+11d
a+12d	a+13d	a+14d	a+15d	a+16d	a+17d
b	b+d	b+2d	b+3d	b+4d	b+5d
b+6d	b+7d	b+8d	b+9d	b+10d	b+11d
b+12d	b+13d	b+14d	b+15d	b+16d	b+17d

S= 786 के प्रति सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना—

$$a+b = \frac{2*786}{6} - \left(\frac{6^2}{2} - 1\right)d = 262 - 17d \quad \text{से}$$

$$(b - a) = (262 - 2a) - 17d$$

∴ a के न्यूनतम हलमान 1 के प्रति  $(b - a) = (362 - 2) - 17d = 260 - 17d$  को दृष्टिगत करने पर

सर्वान्तर d के प्रकारों का अधिकतम मान  $d_m$  की गणना—

$d_m = [260 \div 17]$  की संक्रिया से - शून्येतर शेषफल के प्रति भागफल  $r=15$  होगा।

सर्वान्तर d के प्रति—

आकलन जाँच विश्लेषण मे— x वें क्रमांक के प्रति प्रथम पद  $a_x = x$

$$k_x = [393 - (x+7d)]$$

S= 786 के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3, - - - 13, 14, 15, के लिये—

सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर— प्रतिबंधानुसार किसी सर्वान्तर d के प्रति मान्य $(b-a)=260-17d$	[(b - a) ÷ 2 से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या	
			भागफल r	शेषफल q		खमान्य रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति P*564	विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति P*4
1	1	$260-17*1 = 243$	121	1	122	91,744	488
2	2	$260-17*2 = 226$	113	0	113	84,976	452
3	3	$260-17*3 = 209$	104	1	105	78,208	420

4	4	$260-17*4 = 192$	96	0	96	72,192	384	
5	5	$260-17*5 = 175$	87	1	88	66,176	352	
6	6	$260-17*6 = 158$	79	0	79	59,408	316	
7	7	$260-17*7 = 141$	70	1	71	53,392	284	
8	8	$260-17*8 = 124$	62	0	62	46,624	248	
9	9	$260-17*9 = 107$	53	1	54	40,608	216	
10	10	$260-17*10 = 90$	45	0	45	33,840	180	
11	11	$260-17*11 = 73$	36	1	37	27,824	138	
12	12	$260-17*12 = 56$	28	0	28	21,056	112	
13	13	$260-17*13 = 39$	19	1	20	15,040	80	
14	14	$260-17*14 = 22$	11	0	11	82,72	44	
15	15	$260-17*15 = 5$	2	1	3	2,256	12	
योग						934	7,02,368	3736

ज

गँच की ओर

ए

[1] सर्वान्तर  $d=1$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 261-17*1 = 244$   $(b-a) = (b-1) = 243$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$(b-a) = (b-1) = 243 \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 121 और शेषफल 1 है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 121 का आगर 122 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	119	120	121	122
a	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	119	120	121	122
b	244	243	242	241	---	---	----	---	---	---	---	126	325	124	123

[2] सर्वान्तर  $d=2$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 261-17*2 = 227$   $(b-a) = (b-1) = 226$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a) = 226] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 113 और शेषफल 0 है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 113 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	110	111	112	112
a	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	110	111	112	113
b	227	226	225	224	---	---	----	---	---	---	---	118	117	116	115

[3] सर्वान्तर  $d=3$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 261-17*3 = 210$   $(b-a) = (b-1) = 209$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a) = 209] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 104 और शेषफल 1 है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 104 का आगर 105 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	102	103	104	105
a	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	102	103	104	105
b	210	209	208	207								109	108	107	106

[4] सर्वान्तर  $d=4$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 261-17*4 = 193$   $(b-a) = (b-1) = 192$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a)=192] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल **96** और शेष फल **0** है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **96** होगा।

**a b** के मान तालिका

<b>s=n-</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	---	---	----	---	---	---	---	<b>93</b>	<b>94</b>	<b>95</b>	<b>96</b>
<b>a</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	---	---	----	---	---	---	---	<b>93</b>	<b>94</b>	<b>95</b>	<b>96</b>
<b>b</b>	<b>193</b>	<b>192</b>	<b>191</b>	<b>190</b>								<b>101</b>	<b>100</b>	<b>99</b>	<b>98</b>

**[5]** सर्वान्तर  $d=5$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 261-17*5 = 176$        $(b-a) = (b-1) = 175$   
प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a)=175] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल **87** और शेष फल **1** है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **87** का आगर **88** होगा।

**a b** के मान तालिका

<b>s=n-</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	---	---	----	---	---	---	---	<b>85</b>	<b>86</b>	<b>87</b>	<b>88</b>
<b>a</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	---	---	----	---	---	---	---	<b>85</b>	<b>86</b>	<b>87</b>	<b>88</b>
<b>b</b>	<b>176</b>	<b>175</b>	<b>174</b>	<b>173</b>								<b>92</b>	<b>91</b>	<b>90</b>	<b>89</b>

**[6]** सर्वान्तर  $d=6$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 261-17*6 = 159$        $(b-a) = (b-1) = 158$   
प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a)=158] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल **79** और शेष फल **0** है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **79** होगा।

**a b** के मान तालिका

<b>s=n-</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	---	---	----	---	---	---	---	<b>76</b>	<b>77</b>	<b>78</b>	<b>79</b>
<b>a</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	---	---	----	---	---	---	---	<b>76</b>	<b>77</b>	<b>78</b>	<b>79</b>
<b>b</b>	<b>159</b>	<b>158</b>	<b>157</b>	<b>156</b>								<b>84</b>	<b>83</b>	<b>82</b>	<b>81</b>

**[7]** सर्वान्तर  $d=7$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 261-17*7 = 142$        $(b-a) = (b-1) = 141$   
प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a)=141] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल **70** और शेष फल **1** है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **70** का आगर **71** होगा।

**a b** के मान तालिका

<b>s=n-</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	---	---	----	---	---	---	---	<b>68</b>	<b>69</b>	<b>70</b>	<b>71</b>
<b>a</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	---	---	----	---	---	---	---	<b>68</b>	<b>69</b>	<b>70</b>	<b>71</b>
<b>b</b>	<b>142</b>	<b>141</b>	<b>140</b>	<b>139</b>								<b>75</b>	<b>74</b>	<b>73</b>	<b>72</b>

**[8]** सर्वान्तर  $d=8$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 261-17*8 = 125$        $(b-a) = (b-1) = 124$   
प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a)=124] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल **62** और शेष फल **0** है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **62** होगा।

**a b** के मान तालिका

<b>s=n-</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	---	---	----	---	---	---	---	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>
<b>a</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	---	---	----	---	---	---	---	<b>59</b>	<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>
<b>b</b>	<b>125</b>	<b>124</b>	<b>123</b>	<b>122</b>								<b>67</b>	<b>66</b>	<b>65</b>	<b>64</b>

[9] सर्वान्तर  $d=9$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 261-17*9 = 108$   $(b-a) = (b-1) = 107$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a) = 107] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल **53** और शेष फल **1** है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **53** का आगर **54** होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	51	52	53	54
a	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	51	52	53	54
b	108	107	106	105								58	57	56	55

[10] सर्वान्तर  $d=10$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 261-17*10 = 91$   $(b-a) = (b-1) = 90$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a) = 90] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल **45** और शेष फल **0** है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **45** होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	42	43	44	45
a	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	42	43	44	45
b	91	90	89	88								50	49	48	47

[11] सर्वान्तर  $d=11$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 261-17*11 = 74$   $(b-a) = (b-1) = 73$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a) = 73] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल **36** और शेष फल **1** है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **36** का आगर **37** होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	34	35	36	37
a	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	34	35	36	37
b	74	73	72	71								41	40	39	38

[12] सर्वान्तर  $d=12$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 261-17*12 = 57$   $(b-a) = (b-1) = 56$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a) = 56] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल **28** और शेष फल **0** है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **28** होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	25	26	27	28
a	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	25	26	27	28
b	57	56	55	54								33	32	31	30

{  
[13] सर्वान्तर  $d=13$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 261-17*13 = 40$   $(b-a) = (b-1) = 39$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a) = 39] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल **19** और शेष फल **1** है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **19** का आगर **20** होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	17	18	19	20
a	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	17	18	19	20
b	40	39	38	37								24	23	22	21

{

[14] सर्वान्तर  $d=14$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 261 - 17 \cdot 14 = 23$   $(b-a) = (b-1) = 22$   
 प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a) = 22] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल **11** और शेषफल **0** है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **11** गेगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
b	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13

[15] सर्वान्तर  $d=15$  के प्रति-  $a=x=1$  के प्रति  $b = 261 - 17 \cdot 15 = 6$   $(b-a) = (b-1) = 5$   
 प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a) = 5] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल **2** और शेषफल **1** है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **2** का आगर **3** गेगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3
a	1	2	3
b	6	5	4

$d=15, a=3, b=4$  से  $S=786$  की जाँच।

यथार्थ भाजक 1 के प्रति

सामान्य आधार-वर्ग

3	18	33	48	63	78
93	108	123	138	153	168
183	198	213	228	243	258
4	19	34	49	64	79
94	109	124	139	154	169
184	199	214	229	244	259

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

3	244	229	33	199	78
168	108	139	124	153	94
79	243	213	228	19	4
183	64	34	49	196	258
169	109	123	138	154	93
184	18	48	214	63	259

विशिष्ट आधार-वर्ग

3	93	183	18	108	198
33	123	213	48	138	228
63	153	243	78	168	258
4	94	184	19	109	199
34	124	214	49	139	229
64	154	244	79	169	259

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

3	169	79	183	154	198
228	123	49	214	138	34
199	168	243	78	94	4
63	109	184	19	152	258
229	124	213	48	139	33
64	93	18	244	108	259

यथार्थ भाजक 2 के प्रति

सामान्य आधार-वर्ग

3	33	63	93	123	153
183	213	243	4	34	64
94	124	154	184	214	244
18	48	78	108	138	168
198	228	258	19	49	79
109	139	169	199	229	259

विशिष्ट आधार-वर्ग

3	183	94	33	213	124
63	243	154	93	4	184
123	34	214	153	64	244
18	198	109	48	228	139
78	258	169	108	19	199
138	49	229	168	79	259

यथार्थ भाजक 3 के प्रति

सामान्य आधार-वर्ग

3	48	93	138	183	228
4	49	94	139	184	229
18	63	108	153	198	243
19	64	109	154	199	244
33	78	123	168	213	258
34	79	124	169	214	259

विशिष्ट आधार-वर्ग

3	4	18	48	49	63
93	94	108	138	139	153
183	184	198	228	229	243
19	33	34	64	78	79
109	123	124	154	168	169
199	213	214	244	258	259

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

3	229	199	63	139	153
64	213	19	258	34	198
168	214	154	184	48	18
94	138	78	108	124	244
79	228	243	4	49	183
109	33	93	169	123	259

अनुपालन में प्रयुक्त नहीं होगा।

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

3	79	168	94	49	124
184	243	108	169	4	78
139	64	214	153	198	18
123	228	109	48	34	244
199	258	154	93	19	63
138	183	33	229	213	259

अनुपालन में प्रयुक्त नहीं होगा।

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

3	214	169	93	79	228
229	49	168	123	184	33
244	198	108	153	64	19
18	199	109	154	63	243
258	78	94	139	213	4
34	48	138	124	183	259

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

3	258	244	18	213	63
153	94	154	124	139	109
79	229	198	228	34	19
183	78	34	64	198	243
169	123	108	138	168	93
199	4	48	214	49	259

अनुपालन में प्रयुक्त नहीं होगा।

यथार्थ भाजक 6 के प्रति  
सामान्य आधार-वर्ग

3	93	183	4	94	184
18	108	198	19	109	199
33	123	213	34	124	214
48	138	228	49	139	229
63	153	243	64	154	244
78	168	258	79	169	259

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

3	169	79	183	168	184
199	108	64	243	109	63
229	124	213	34	138	48
33	139	228	49	123	214
244	153	198	19	154	18
78	93	4	258	94	259

विशिष्ट आधार-वर्ग

3	18	33	93	108	123
183	198	213	4	19	34
94	109	124	184	199	214
48	63	78	138	153	168
228	243	258	49	64	79
139	154	169	229	244	259

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

3	244	229	33	154	123
34	198	49	258	19	228
168	199	124	184	63	48
94	153	78	138	109	214
79	243	213	4	64	183
139	18	93	169	108	259

अनुपालन में प्रयुक्त नहीं होगा।

### 3■ N के यथार्थ भाजक N के प्रति-

$2S \div N$  की भक्रिया पूर्णतः अशेष विभाजित होने के प्रतिबंध पर  $-N*N$  का आधार-वर्ग के  $N^2$  अचयव उभसनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  पर  $\frac{N^2}{N} = N$  पदी  $N$  समान्तर श्रेढी में विभक्त होंगे। जिनके प्रथम पदमान  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n)$  स्वयं में सर्वान्तर  $k$  पर समान्तर श्रेढी के प्रतिरूपण  $[a, (a+k), (a+2k), \dots, \{a+(N-3)k\}, \{a+(N-2)k\}, \{a+(N-1)k\}]$  में होंगे।  $[(d \neq k)$  एवं  $(d \neq k)$  के प्रतिबंध] में लिये जाने पर-

$$N*S = a*N^2 + N * \left(\frac{N-1}{2} * N\right) * (d+k) \quad 2S = 2N*a + N*(N-1)*(d+k) ;$$

$$2S = 2N*a + N*(N-1)*(d+k) \Rightarrow \frac{2S}{N} = 2a + (N-1)(d+k)$$

$$\Rightarrow (N-1)k = \frac{2S}{N} - 2a - (N-1)d$$

$$\Rightarrow (N-1)k + 2a = \frac{2S}{N} - (N-1)d \text{ के हल के लिये } d \text{ के}$$

न्यूनतम् प्राकृत सख्या मान की सुनिश्चिता के प्रति  $S, N$  और  $m$  का मान प्रतिस्थापित कर मानक सरल रैखिक समीकरण  $uk + 2a = w$  --- (1) प्राप्त करें।

समीकरण (1) के प्रति  $a$  का न्यूनतम् मान  $a_1$  सुनिश्चित करें। न्यूनतम् मान  $a_1$  के संगत  $k = k_1$  - तदुपरांत  $a_x = a_1 + (x-1) * u$  के संगत  $k_x = [w - 2a_x] \div u$  प्राप्त करें

$d$  का अधिकतम् मान  $d_m$  की गणना-

$$d_m = [(k_1 \div 2)] \text{ की संक्रिया से - प्राप्त भागफल } r \text{ होगा।}$$

इस प्रकार किसी सर्वान्तर  $d_n$  की सुनिश्चिता के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की विस्तारित संख्या  $\{[k-a] \div 2$  की संक्रिया से-

1• शेषफल  $q=0$  की प्राप्ति पर प्राप्त भागफल  $r$  पदों तक

2• शेषफल  $q=1$  की प्राप्ति पर प्राप्त भागफल  $r$  का आगर  $(r+1)$  तक

गणना विस्तार में  $k \neq d$   $k > d$  का प्रतिबंध स्वीकारा जाना यथेष्ट होगा।

प्रथम आधार-वर्ग के प्रकारों की संख्या  $n = [d$  के प्रयुक्त कुल प्रकार के प्रति प्रथम पद  $a$  के प्रकारों का योग मान होगा।

(1)  $3*3$  के प्रति-  $N=3$  विषम संख्या  $\therefore$  समिका  $S = N*a + N*\frac{N-1}{2}(d+k)$

a	a+d	a+2d
a+k	(a+k)+d	(a+k)+2d
a+2k	(a+2k)+d	(a+2k)+2d

$\Rightarrow (N-1)k + 2a = \frac{2S}{N} - (N-1)d$  में  $-d=1$   
के प्रति  $S=786$  और  $N=3$  प्रतिस्थापित करने पर  
 $2k + 2a = 524 - 2 \Rightarrow k+a = 261$  से  $a$  का  
न्यूनतम मान  $a_1 = 1$  के संगत  $k=k_1=260$   
 $(k-a) = [260 - d] = [260-1] = 259$

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_m$  की गणना-

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_m = [k_1 \div 2] \Rightarrow 260 \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल  $r=130$  होगा।

सर्वान्तर  $d$  के प्रति-

आकलन जाँच विश्लेषण में-  $x$  वें क्रमांक के प्रति प्रथम पद  $a_x = 3x$

$$k_x = [262 - (x+d)]$$

तब सर्वान्तर  $d = 1, 2, 3, \dots, 128, 129, 130$ , के प्रति क्रमशः अलग-अलग तालिका अवलोकित कीजिये। सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर $d$	सर्वान्तर $d$ के प्रति $a=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार किसी सर्वान्तर $d$ के प्रति मान्य $(k-a)=(260-d)$	$[(k-a) \div 2$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या $P$	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या	
			भागफल $r$	शेषफल $q$		सामान्य जादुई-वर्ग $P*8$	रंगीन जादुई-वर्ग $P*8$
1	1	$260-1=260-1=259$	129	1	130	1040	1040
2	2	$259-1=260-2=258$	129	0	129	1032	1032
3	3	$258-1=260-3=257$	128	1	129	1032	1032
4	4	$257-1=260-4=256$	128	0	128	1024	1024
5	5	$256-1=260-5=255$	127	1	128	1024	1024
6	6	$255-1=260-6=254$	127	0	127	1016	1016
7	7	$254-1=260-7=253$	126	1	127	1016	1016
8	8	$253-1=260-8=252$	126	0	126	1008	1008
9	9	$252-1=260-9=251$	125	1	126	1008	1008
10	10	$251-1=260-10=250$	125	0	125	1000	1000
11	11	$250-1=260-11=249$	124	1	125	1000	1000
12	12	$249-1=260-12=248$	124	0	124	992	992
13	13	$248-1=260-13=247$	123	1	124	992	992
14	14	$247-1=260-14=246$	123	0	123	984	984

15	15	$246-1=260-15 = 245$	122	1	123	984	984
16	16	$245-1=260-16 = 244$	122	0	122	976	976
17	17	$244-1=260-17 = 243$	121	1	122	976	976
18	18	$243-1=260-18 = 242$	121	0	121	968	968
19	19	$242-1=260-19 = 241$	120	1	121	968	968
20	20	$241-1=260-20 = 240$	120	0	120	960	960
21	21	$240-1=260-21 = 239$	119	1	120	960	960
22	22	$239-1=260-22 = 238$	119	0	119	952	952
23	23	$238-1=260-23 = 237$	118	1	119	952	952
24	24	$237-1=260-24 = 236$	118	0	118	944	944
25	25	$236-1=260-25 = 235$	117	1	118	944	944
26	26	$235-1=260-26 = 234$	117	0	117	936	936
27	27	$234-1=260-27 = 233$	116	1	117	936	936
28	28	$233-1=260-28 = 232$	116	0	116	928	928
29	29	$232-1=260-29 = 231$	115	1	116	928	928
30	30	$231-1=260-30 = 230$	115	0	115	920	920
11	31	$230-1=260-31 = 229$	114	1	115	920	920
32	32	$229-1=260-32 = 228$	114	0	114	912	912
33	33	$228-1=260-33 = 227$	113	1	114	912	912
34	34	$227-1=260-34 = 226$	113	0	113	904	904
35	35	$226-1=260-35 = 225$	112	1	113	904	904
36	36	$225-1=260-36 = 224$	112	0	112	896	896
37	37	$224-1=260-37 = 223$	111	1	112	896	896
38	38	$223-1=260-38 = 222$	111	0	111	888	888
39	39	$222-1=260-39 = 221$	110	1	111	888	888
40	40	$221-1=260-40 = 220$	110	0	110	880	880
41	41	$220-1=260-41 = 219$	109	1	110	880	880
42	42	$219-1=260-42 = 218$	109	0	109	872	872
43	43	$218-1=260-43 = 217$	108	1	109	872	872
44	44	$217-1=260-44 = 216$	108	0	108	868	868
45	45	$216-1=260-45 = 215$	107	1	108	868	868
46	46	$215-1=260-46 = 214$	107	0	107	856	856
47	47	$214-1=260-47 = 213$	106	1	107	856	856
48	48	$213-1=260-48 = 212$	106	0	106	848	848
49	49	$212-1=260-49 = 211$	106	1	106	848	848
50	50	$211-1=260-50 = 210$	105	0	105	840	840
51	51	$210-1=260-51 = 209$	104	1	105	840	840
52	52	$209-1=260-52 = 208$	104	0	104	832	832
53	53	$208-1=260-53 = 207$	103	1	104	832	832
54	54	$207-1=260-54 = 206$	103	0	103	824	824
55	55	$206-1=260-55 = 205$	102	1	103	824	824
56	56	$205-1=260-56 = 204$	102	0	102	816	816

57	57	$204-1=260-57 = 203$	101	1	102	816	816
58	58	$203-1=260-58 = 202$	101	0	101	808	808
59	59	$202-1=260-59 = 201$	100	1	101	808	808
60	60	$201-1=260-60 = 200$	100	0	100	800	800
61	61	$200-1=260-61 = 199$	99	1	100	800	800
62	62	$199-1=260-62 = 198$	99	0	99	792	792
63	63	$198-1=260-63 = 197$	98	1	99	792	792
64	64	$197-1=260-64 = 196$	98	0	98	784	784
65	65	$196-1=260-65 = 195$	97	1	98	784	784
66	66	$195-1=260-66 = 194$	97	0	97	776	776
67	67	$194-1=260-67 = 193$	96	1	97	776	776
68	68	$193-1=260-68 = 192$	96	0	96	768	768
69	69	$192-1=260-69 = 191$	95	1	96	768	768
70	70	$191-1=260-70 = 190$	95	0	95	760	760
71	71	$190-1=260-71 = 189$	94	1	95	760	760
72	72	$189-1=260-72 = 188$	94	0	94	752	752
73	73	$188-1=260-73 = 187$	93	1	94	752	752
74	74	$187-1=260-74 = 186$	93	0	93	744	744
75	75	$186-1=260-75 = 185$	92	1	93	744	744
76	76	$185-1=260-76 = 184$	92	0	92	736	736
77	77	$184-1=260-77 = 183$	91	1	92	736	736
78	78	$183-1=260-78 = 182$	91	0	91	728	728
79	79	$182-1=260-79 = 181$	90	1	91	728	728
80	80	$181-1=260-80 = 180$	90	0	90	720	720
81	81	$180-1=260-81 = 179$	89	1	90	720	720
82	82	$179-1=260-82 = 178$	89	0	89	712	712
83	83	$178-1=260-83 = 177$	88	1	89	712	712
84	84	$177-1=260-84 = 176$	88	0	88	704	704
85	85	$176-1=260-85 = 175$	87	1	88	704	704
86	86	$175-1=260-86 = 174$	87	0	87	696	696
87	87	$174-1=260-87 = 173$	86	1	87	696	696
88	88	$173-1=260-88 = 172$	86	0	86	688	688
89	89	$172-1=260-89 = 171$	85	1	86	688	688
90	90	$171-1=260-90 = 170$	85	0	85	680	680
91	91	$170-1=260-91 = 169$	84	1	85	680	680
92	92	$169-1=260-92 = 168$	84	0	84	672	672
93	93	$168-1=260-93 = 167$	83	1	84	672	672
94	94	$167-1=260-94 = 166$	83	0	83	664	664
95	95	$166-1=260-95 = 165$	82	1	83	664	664
96	96	$165-1=260-96 = 164$	82	0	82	656	656
97	97	$164-1=260-97 = 163$	81	1	82	656	656
98	98	$163-1=260-98 = 162$	81	0	81	648	648

99	99	$162-1=260-99 = 161$	80	1	81	648	648	
100	100	$161-1=260-100 = 160$	60	0	80	640	640	
101	101	$160-1=260-101 = 159$	79	1	60	640	640	
102	102	$159-1=260-102 = 158$	79	0	79	632	632	
103	103	$158-1=260-103 = 157$	78	1	79	632	632	
104	104	$157-1=260-104 = 156$	78	0	78	624	624	
105	105	$156-1=260-105 = 155$	77	1	78	624	624	
106	106	$155-1=260-106 = 154$	77	0	77	616	616	
107	107	$154-1=260-107 = 153$	76	1	77	616	616	
108	108	$153-1=260-108 = 152$	76	0	76	608	608	
109	109	$152-1=260-109 = 151$	75	1	76	608	608	
110	110	$151-1=260-110 = 150$	75	0	75	600	600	
111	111	$150-1=260-111 = 149$	74	1	75	600	600	
112	112	$149-1=260-112 = 148$	74	0	74	592	592	
113	113	$148-1=260-113 = 147$	73	1	74	592	592	
114	114	$147-1=260-114 = 146$	73	0	73	584	584	
115	115	$146-1=260-115 = 145$	72	1	73	584	584	
116	116	$145-1=260-116 = 144$	72	0	72	576	576	
117	117	$144-1=260-117 = 143$	71	1	72	576	576	
118	118	$143-1=260-118 = 142$	71	0	71	568	568	
119	119	$142-1=260-119 = 141$	70	1	71	568	568	
120	120	$141-1=260-120 = 140$	70	0	70	560	560	
121	121	$140-1=260-121 = 139$	69	1	70	560	560	
122	122	$139-1=260-122 = 138$	69	0	69	552	552	
123	123	$138-1=260-123 = 137$	68	1	69	552	552	
124	124	$137-1=260-124 = 126$	68	0	68	544	544	
125	125	$136-1=260-125 = 135$	67	1	68	544	544	
126	126	$135-1=260-126 = 134$	67	0	67	536	536	
127	127	$134-1=260-127 = 133$	66	1	67	536	536	
128	128	$133-1=260-128 = 132$	66	0	66	528	528	
129	129	$132-1=260-129 = 131$	65	1	66	528	528	
130	130	$131-1=260-130 = 130$	65	0	65	520	520	
<b>योग</b>						<b>12,675</b>	<b>1,01,400</b>	<b>1,01,400</b>

[1]  $d=1, a=x=1$  के प्रति  $[(k-a) = 259] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 129 और शेषफल 1 है ।  
 प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 129 का आगर 130 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	127	128	129	130
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	127	128	129	130
k	260	259	258	257	---	---	---	---	---	---	---	134	133	132	131

[2]  $d=2, a=x=1$  के प्रति  $[(k-a) = 258] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 129 और शेषफल 0 है ।

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 129 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	126	127	128	129
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	126	127	128	129
k	259	258	257	256	---	---	---	---	---	---	---	134	133	132	131

[3]  $d=3, a=x=1$  के प्रति  $[(k-a)=257] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 128 और शेषफल 1 है ।

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 128 का आगर 129 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	126	127	128	129
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	126	127	128	129
k	258	257	256		---	---	---	---	---	---	---	133	132	131	130

[4]  $d=4, a=x=1$  के प्रति  $[(k-a)=256] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 128 और शेषफल 0 है ।

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 128 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	125	126	127	128
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	125	126	127	128
k	257	256	255	254	---	---	---	---	---	---	---	133	132	131	130

[5]  $d=5, a=x=1$  के प्रति  $[(k-a)=255] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 127 और शेषफल 1 है ।

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 127 का आगर 128 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	125	126	127	128
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	125	126	127	128
k	256	255	254	253	---	---	---	---	---	---	---	132	131	130	129

उसी प्रकार -

[126]  $d=126, a=x=1$  के प्रति  $[(k-a)=134] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 67 और शेषफल 0 है

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 67 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	64	65	66	67
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	64	65	66	67
k	135	134	133	132	---	---	---	---	---	---	---	72	71	70	69

[127]  $d=127, a=x=1$  के प्रति  $[(k-a)=133] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 66 और शेषफल 1 है

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 66 का आगर 67 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	64	65	66	67
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	64	65	66	67
k	134	133	132	131	---	---	---	---	---	---	---	71	70	69	68

[128]  $d=128, a=x=1$  के प्रति  $[(k-a) = 132] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 66 और शेषफल 0 है  
 प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 66 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	63	64	65	66
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	63	64	65	66
k	133	132	131	130	---	---	---	---	---	---	---	71	70	69	68

[129]  $d=129, a=x=1$  के प्रति  $[(k-a) = 131] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 65 और शेषफल 1 है  
 प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 65 का आगर 66 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	63	64	65	66
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	63	64	65	66
k	132	131	130	129	---	---	---	---	---	---	---	70	69	68	67

[130]  $d=130, a=x=1$  के प्रति  $[(k-a) = 130] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 65 और शेषफल 0 है  
 प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 65 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	62	63	64	65
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	62	63	64	65
k	131	130	129	128	---	---	---	---	---	---	---	70	69	68	67

पुनः प्राप्त करें- ;

(1) सरल क्रमांक  $x=n$  के संगत प्राप्त  $a$  और  $k$  को आपस में बदलकर  $(k-a)$  के लिये  $(a-k)$  सेकर उपरोक्तानुसार प्राप्त करें ।

(2)  $(k-a)$  के सम संख्या मानों  $\{258, 256, 254, 252, \dots, 136, 134, 132, 130\}$  जिनकी कुल संख्या = प्रथम आधार-वर्ग की संख्या  $p=65$  होगा ।

तब सकल गणन प्रस्तुति में -

1. प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या  $P = 12,675 + 12,675 + 65 = 25,415$

2. सामान्य जादुई-वर्ग संख्या  $P*8 = 25,415 * 8 = 2,03,320$

2. रंगीन जादुई-वर्ग संख्या  $P*8 = 25,415 * 8 = 2,03,320$

{2}  $4*4$  के प्रति- समिका  $2S = 2N*a + N*(N-1)(d+k)$  से -

a	a+d	a+2d	a+3d
(a+k)	(a+k)+d	(a+k)+2d	(a+k)+3d
(a+2k)	(a+2k)+d	(a+2k)+2d	(a+2k)+3d
(a+3k)	(a+3k)+d	(a+3k)+2d	(a+3k)+3d

$$(N-1)k + 2a = \frac{2S}{N} - (N-1)d$$

में -

$d=1$  के प्रति  $S=786$  और  $N=4$

प्रतिस्थापित करने पर

$$3k + 2a = 393 - 3 * 1 = 390$$

से  $a$  का न्यूनतम मान  $a_1 = 3$  के संगत  $k = k_1 = 128$

$$(k-a) = [128-3] = 125$$

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_m$  की गणना-

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_m = [k_1 \div 2] \Rightarrow 128 \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल  $r=64$  होगा ।

सर्वान्तर  $d$  के प्रति-

आकलन जाँच विश्लेषण में-  $x$  वें क्रमांक के प्रति प्रथम पद  $a_x = 3x$

$$k_x = \frac{1}{3}[393 - 6x - 3d]$$

$$= [131 - (2x+d)]$$

S=786 के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3,==== 62,63, 64 के लिये-

सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति a-3 जाने पर- प्रतिबंधानुसार किसी सर्वान्तर d के प्रति मान्य (k-a)=(126-d)	[(k-a)÷2 से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या		
			भागफल r	शेषफल q		विशिष्ट जादुईवर्ग के प्रति P*276	खमान्य रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति P*84	विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति P*12
1	1	128 - 3 = 126-1 = 125	62	1	63	17,388	5,292	756
2	2	127 - 3 = 126-2 = 124	62	0	62	17,112	5,208	744
3	3	126 - 3 = 126-3 = 123	61	1	62	17,112	5,208	744
4	4	125 - 3 = 126-4 = 122	61	0	61	16,836	5,124	732
5	5	124 - 3 = 126-5 = 121	60	1	61	16,836	5,124	732
6	6	123 - 3 = 126-6 = 120	60	0	60	16,560	5,040	720
7	7	122 - 3 = 126-7 = 119	59	1	60	16,560	5,040	720
8	8	121 - 3 = 126-8 = 118	59	0	59	16,284	4,956	708
2	9	120 - 3 = 126-9 = 117	58	1	59	16,284	4,956	708
10	10	119 - 3 = 126-10 = 116	58	0	58	16,008	4,872	696
11	11	118 - 3 = 126-11 = 115	57	1	58	16,008	4,872	696
12	12	117 - 3 = 126-12 = 114	57	9	57	15,732	4,788	684
13	13	116 - 3 = 126-13 = 113	56	1	57	15,732	4,788	684
14	14	115 - 3 = 126-14 = 112	56	0	56	15,456	4,704	672
15	15	114 - 3 = 126-15 = 111	55	1	56	15,456	4,704	672
16	16	113 - 3 = 126-16 = 110	55	0	55	15,180	4,620	660
17	17	112 - 3 = 126-17 = 109	54	1	55	15,180	4,620	660
18	18	111 - 3 = 126-18 = 108	54	0	54	14,904	4,536	648
19	19	110 - 3 = 126-19 = 107	53	1	54	14,904	4,536	648
20	20	109 - 3 = 126-20 = 106	53	0	53	14,628	4,452	636
21	21	108 - 3 = 126-21 = 105	52	1	53	14,628	4,452	636
22	22	107 - 3 = 126-22 = 104	52	0	52	14,352	4,368	624
23	23	106 - 3 = 126-23 = 103	51	1	52	14,352	4,368	624
24	24	105 - 3 = 126-24 = 102	51	0	51	14,076	4,284	612
25	25	104 - 3 = 126-25 = 101	50	1	51	14,076	4,284	612
26	26	103 - 3 = 126-26 = 100	50	0	50	13,800	4,200	600
27	27	192 - 3 = 126-27 = 99	49	1	50	13,800	4,200	600
28	28	101 - 3 = 126-28 = 98	49	0	49	13,524	4,116	588
29	29	100 - 3 = 126-29 = 97	48	1	49	13,524	4,116	588

30	30	$99 - 3 = 126 - 30 = 96$	48	0	48	13,248	4,032	576	
31	31	$98 - 3 = 126 - 31 = 95$	47	1	48	12,248	4,032	576	
32	32	$97 - 3 = 126 - 32 = 94$	47	0	47	12,972	3,948	564	
33	33	$96 - 3 = 126 - 33 = 93$	46	1	47	12,972	3,948	564	
34	34	$95 - 3 = 126 - 34 = 92$	46	0	46	12,696	3,864	552	
35	35	$94 - 3 = 126 - 35 = 91$	45	1	46	12,696	3,864	552	
36	36	$93 - 3 = 126 - 36 = 90$	45	0	45	12,420	3,780	540	
37	37	$92 - 3 = 126 - 37 = 89$	44	1	45	12,420	3,780	540	
38	38	$91 - 3 = 126 - 38 = 88$	44	0	44	12,144	3,696	528	
39	39	$90 - 3 = 126 - 39 = 87$	43	1	44	12,144	3,696	528	
40	40	$89 - 3 = 126 - 40 = 86$	43	0	43	11,868	3,612	516	
41	41	$88 - 3 = 126 - 41 = 85$	42	1	43	11,868	3,612	516	
42	42	$87 - 3 = 126 - 42 = 84$	42	0	42	11,592	3,528	504	
43	43	$86 - 3 = 126 - 43 = 83$	41	1	42	11,592	3,528	504	
44	44	$85 - 3 = 126 - 44 = 82$	41	0	41	11,316	3,444	492	
45	45	$84 - 3 = 126 - 45 = 81$	40	1	41	11,316	3,444	492	
46	46	$83 - 3 = 126 - 46 = 80$	40	0	40	11,040	3,360	480	
47	47	$82 - 3 = 126 - 47 = 79$	39	1	40	11,040	3,360	480	
48	48	$81 - 3 = 126 - 48 = 78$	39	0	39	10,764	3,276	468	
49	49	$80 - 3 = 126 - 49 = 77$	38	1	39	10,764	3,276	468	
50	50	$79 - 3 = 126 - 50 = 76$	38	0	38	10,488	3,192	456	
51	51	$78 - 3 = 126 - 51 = 75$	37	1	38	10,488	3,192	456	
52	52	$77 - 3 = 126 - 52 = 74$	37	0	37	10,212	3,108	444	
53	53	$76 - 3 = 126 - 53 = 73$	36	1	37	10,212	3,108	444	
54	54	$75 - 3 = 126 - 54 = 72$	36	0	36	9,936	3,024	432	
55	55	$74 - 3 = 126 - 55 = 71$	35	1	36	9,936	3,024	432	
56	56	$73 - 3 = 126 - 56 = 70$	35	0	35	9,660	2,940	420	
57	57	$72 - 3 = 126 - 57 = 69$	34	1	35	9,660	2,940	420	
58	58	$71 - 3 = 126 - 58 = 68$	34	0	34	9,384	2,856	408	
59	59	$70 - 3 = 126 - 59 = 67$	33	1	34	9,384	2,856	408	
60	60	$69 - 3 = 126 - 60 = 66$	33	0	33	9,108	2,772	396	
61	61	$68 - 3 = 126 - 61 = 65$	32	1	33	9,108	2,772	396	
62	62	$67 - 3 = 126 - 62 = 64$	32	0	32	8,832	2,688	384	
63	63	$66 - 3 = 126 - 63 = 63$	31	1	32	8,832	2,688	384	
64	64	$65 - 3 = 126 - 64 = 62$	31	0	31	8,556	2,604	372	
योग						3008	8,30,208	2,52,672	36,096

जाँच की ओर

[1]  $d=1$ , के प्रति  $[(k-a) = 125] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 62 और शेषफल 1 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 62 का आगर 63 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	60	61	62	63
a	3	6	9	12	---	---	---	---	---	---	---	180	183	186	189
k	128	126	124	122	---	---	---	---	---	---	---	10	8	6	4

[2]  $d=2$ , के प्रति  $[(k-a)=124] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 62 और शेषफल 0 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 62 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	59	60	61	62
a	3	6	9	12	---	---	---	---	---	---	---	177	180	183	186
k	127	125	123	121	---	---	---	---	---	---	---	11	9	7	5

[3]  $d=3$ , के प्रति  $[(k-a)=123] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 61 और शेषफल 1 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 61 का आगर 62 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	59	60	61	62
a	3	6	9	12	---	---	---	---	---	---	---	177	180	183	186
k	126	124	122	120	---	---	---	---	---	---	---	10	8	6	4

[4]  $d=4$ , के प्रति  $[(k-a)=122] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 61 और शेषफल 0 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 61 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	58	59	60	61
a	3	6	9	12	---	---	---	---	---	---	---	174	177	180	183
k	125	123	121	119	---	---	---	---	---	---	---	11	9	7	5

[5]  $d=5$ , के प्रति  $[(k-a)=121] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 60 और शेषफल 1 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 60 का आगर 61 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	58	59	60	61
a	3	6	9	12	---	---	---	---	---	---	---	174	177	180	183
k	124	122	120	118	---	---	---	---	---	---	---	10	8	6	4

इसी प्रकार -

[60]  $d=60$ , के प्रति  $[(k-a)=66] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 33 और शेषफल 0 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 33 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	30	31	32	33
a	3	6	9	12	---	---	---	---	---	---	---	90	93	96	99
k	69	67	65	64	---	---	---	---	---	---	---	11	9	7	5

[61]  $d=61$ , के प्रति  $[(k-a) = 65] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 32 और शेषफल 1 है ।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 32 का आगर 33 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	30	31	32	33
a	3	6	9	12	---	---	----	---	---	---	---	90	93	96	99
k	68	66	64	62	---	---	----	---	---	---	---	10	8	6	4

[62]  $d=62$ , के प्रति  $[(k-a) = 64] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 32 और शेषफल 0 है ।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 32 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	29	30	31	32
a	3	6	9	12	---	---	----	---	---	---	---	87	90	93	96
k	67	65	63	61	---	---	----	---	---	---	---	11	9	7	5

[63]  $d=63$ , के प्रति  $[(k-a) = 63] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 31 और शेषफल 1 है ।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 31 का आगर 32 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	29	30	31	32
a	3	6	9	12	---	---	----	---	---	---	---	87	90	93	96
k	66	64	62	60	---	---	----	---	---	---	---	10	8	6	4

[64]  $d=64$ , के प्रति  $[(k-a) = 62] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 31 और शेषफल 0 है ।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 31 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	28	29	30	31
a	3	6	9	12	---	---	----	---	---	---	---	84	87	90	93
k	65	63	61	59	---	---	----	---	---	---	---	11	9	7	5

$d=31, a=93, k=5$  के प्रति  $s=786$  की जाँच

$N=4$  के यथार्थ-भजक 1 के प्रति

सामान्य आधार-वर्ग

93	157	221	285
98	162	226	290
103	167	231	295
108	172	236	300

सामान्य रंहीन जादुई-वर्ग

93	236	172	285
295	162	226	103
290	167	231	98
198	221	157	300

विशिष्ट आधार-वर्ग

93	98	157	162
221	226	285	290
103	108	167	172
231	236	295	300

विशिष्ट रंहीन जादुई-वर्ग

93	295	236	162
172	226	285	103
290	108	167	221
231	157	98	300

सामान्य आधार-वर्ग

93	221	98	226
103	231	108	236
157	285	162	290
167	295	172	300

विशिष्ट आधार-वर्ग

93	103	221	231
98	108	226	236
157	167	285	295
162	172	290	300

सामान्य आधार-वर्ग

93	98	103	108
157	162	167	172
221	226	231	236
285	290	295	300

विशिष्ट आधार-वर्ग

93	157	98	162
103	167	108	172
221	285	226	290
231	295	236	300

N=4 के यथार्थ-भजक 2 के प्रति

सामान्य रंहीन जादुई-वर्ग

93	172	295	226
290	231	108	157
236	285	162	103
167	98	221	300

विशिष्ट रंहीन जादुई-वर्ग

93	290	172	231
295	108	226	157
236	167	285	98
162	221	103	300

N=4 के यथार्थ-भजक 4 के प्रति

सामान्य रंहीन जादुई-वर्ग

93	295	290	108
236	162	167	221
172	226	231	157
285	103	98	300

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

93	236	295	162
290	167	108	221
172	285	226	103
231	98	157	300

**{3} 6\*6 के प्रति- समिका  $2S = 2N*a + N*(N - 1)(d + k)$  से -**

a	a+d	a+2d	a+3d	a+4d	a+5d
(a+k)	(a+k)+d	(a+k)+2d	(a+k)+3d	(a+k)+4d	(a+k)+5d
(a+2k)	(a+2k)+d	(a+2k)+2d	(a+2k)+3d	(a+2k)+4d	(a+2k)+5d
(a+3k)	(a+3k)+d	(a+3k)+2d	(a+3k)+3d	(a+3k)+4d	(a+3k)+5d
(a+4k)	(a+4k)+d	(a+4k)+2d	(a+4k)+3d	(a+4k)+4d	(a+4k)+5d
(a+5k)	(a+5k)+d	(a+5k)+2d	(a+5k)+3d	(a+5k)+4d	(a+5k)+5d

$$(N - 1)k + 2a = \frac{2S}{N} - (N - 1) d \text{ में -}$$

d=1 के प्रति S=786 और N=6 प्रतिस्थापित करने पर

$$5k + 2a = 262 - 5 * 1 = 257$$

से  $a$  का न्यूनतम मान  $a_1 = 1$  के संगत  $k = k_1 = 51$

$$(k-a) = [51-1] = [51-d], = 50$$

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_m$  की गणना-

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_m = . [(k_1 \div 2) \Rightarrow 51 \div 2$  की संप्रिया से प्राप्त भागफल  $r=25$  होगा।  
सर्वान्तर  $d$  के प्रति-

आकलन जाँच विश्लेषण मे-  $x$  वें क्रमांक के प्रति प्रथम पद  $a_x = 1+5(x-1)$

$$\begin{aligned} k_x &= \frac{1}{5} [260 - 2 * 5(x-1) - 5d] \\ &= [52 - 2(x-1) - d] \\ &= [54 - (2x+d)] \end{aligned}$$

$S=786$  के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3,====23, 24, 25, के लिये-

**सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।**

क्रमांक	सर्वान्तर $d$	सर्वान्तर $d$ के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार किसी सर्वान्तर $d$ के प्रति मान्य $(k-a)=51--d$	[(b-a) $\div 2$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या	
			भागफल r	शेषफल q		खमान्य रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति $P*752$	विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति $P*16$
1	1	51= 1 = 51 - 1 = 50	25	0	25	18,800	400
2	2	50= 1 = 51 - 2 = 49	24	1	25	18,800	400
3	3	49= 1 = 51 - 3 = 48	24	0	24	18,048	384
4	4	48= 1 = 51 - 4 = 47	23	1	24	18,048	384
5	5	47= 1 = 51 - 5 = 46	23	0	23	17,296	368
6	6	46= 1 = 51 - 6 = 45	22	1	23	17,296	368
7	7	45= 1 = 51 - 7 = 44	22	0	22	16,544	352
8	8	44= 1 = 51 - 8 = 43	21	1	22	16,544	352
9	9	43= 1 = 51 - 9 = 42	21	0	21	15,792	336
10	10	42= 1 = 51 - 10 = 41	20	1	21	15,792	336
11	11	41= 1 = 51 - 11 = 40	20	0	20	15,040	320
12	12	40= 1 = 51 - 12 = 39	19	1	20	15,040	320
13	13	39= 1 = 51 - 13 = 38	19	0	19	14,288	304
14	14	38= 1 = 51 - 14 = 37	18	1	19	14,288	304
15	15	37= 1 = 51 - 15 = 36	18	0	18	13,536	288
15	16	36= 1 = 51 - 16 = 35	17	1	18	13,536	288
17	17	35= 1 = 51 - 17 = 34	17	0	17	12,784	272
18	18	34= 1 = 51 - 18 = 33	16	1	17	12,784	272
19	19	33= 1 = 51 - 19 = 32	16	0	16	12,032	256
20	20	32= 1 = 51 - 20 = 31	15	1	16	12,032	256
21	21	31= 1 = 51 - 21 = 30	15	0	15	11,280	240
22	22	30= 1 = 51 - 22 = 29	14	1	15	11,280	240
23	23	29= 1 = 51 - 23 = 28	14	0	14	10,528	224
24	24	28= 1 = 51 - 24 = 27	13	1	14	10,528	224
25	25	27= 1 = 51 - 25 = 26	13	0	13	9,776	208
<b>योग</b>					<b>481</b>	<b>3,61,712</b>	<b>7,696</b>

उ

पाँच की ओर

[1]  $d=1$ , के प्रति  $[(k-a)=50] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 25 और शेषफल 0 है।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 25 होगा।

s=n	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	22	23	24	25
a	1	6	11	16	---	---	----	---	---	---	---	106	111	116	121
k	51	49	47	45	---	---	----	---	---	---	---	9	7	5	3

[2]  $d=2$ , के प्रति  $[(k-a)=49] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 24 और शेषफल 1 है।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 24 का आगर 25 होगा।

s=n	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	22	23	24	25
a	1	6	11	16	---	---	----	---	---	---	---	106	111	116	121
k	50	48	46	44	---	---	----	---	---	---	---	8	6	4	2

[3]  $d=3$ , के प्रति  $[(k-a)=48] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 24 और शेषफल 0 है।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 24 होगा।

s=n	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	21	22	23	24
a	1	6	11	16	---	---	----	---	---	---	---	101	106	111	116
k	49	47	45	43	---	---	----	---	---	---	---	9	7	5	3

[4]  $d=4$ , के प्रति  $[(k-a)=47] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 23 और शेषफल 1 है।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 23 का आगर 24 होगा।

s=n	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	21	22	23	24
a	1	6	11	16	---	---	----	---	---	---	---	101	106	111	116
k	48	46	44	42	---	---	----	---	---	---	---	8	6	4	2

[5]  $d=5$ , के प्रति  $[(k-a)=46] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 23 और शेषफल 0 है।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 23 होगा।

s=n	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	20	21	22	23
a	1	6	11	16	---	---	----	---	---	---	---	96	101	106	111
k	47	45	43	41	---	---	----	---	---	---	---	9	7	5	3

इसी प्रकार -

[21]  $d=21$ , के प्रति  $[(k-a)=30] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 15 और शेषफल 0 है।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 15 होगा।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	6	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66	71
k	31	29	27	25	23	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3

[22]  $d=22$ , के प्रति  $[(k-a) = 29] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 14 और शेषफल 1 है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 14 का आगर 15 होगा।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	6	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66	71
k	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2

[23]  $d=23$ , के प्रति  $[(k-a) = 28] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 14 और शेषफल 0 है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 14 होगा।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
a	1	6	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66
k	29	27	25	23	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3

[24]  $d=24$ , के प्रति  $[(k-a) = 27] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 13 और शेषफल 1 है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 13 का आगर 14 होगा।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
a	1	6	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66
k	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2

[25]  $d=25$ , के प्रति  $[(k-a) = 26] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 13 और शेषफल 0 है।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 13 होगा।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
a	1	6	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66
k	27	25	23	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1

$d=25, a=66, k=1$  के प्रति  $s=786$  की जाँच

$N=6$  के यथार्थ-भजक 1 के प्रति

सामान्य आधार-वर्ग

66	91	116	141	166	191
67	92	117	142	167	192
68	93	118	143	168	193
69	94	119	144	169	194
70	95	120	145	170	195
71	96	121	146	171	196

सामान्य रंगोन जादुई-वर्ग

66	171	146	116	96	191
192	92	145	120	167	70
194	168	118	143	94	69
68	169	119	144	93	193
195	95	117	142	170	67
71	91	141	116	166	196

## विशिष्ट आधार-वर्ग

66	67	68	91	92	93
116	117	118	141	142	143
166	167	168	191	192	193
69	70	71	94	95	96
119	120	121	144	145	146
169	170	171	194	185	196

## विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

66	185	194	68	170	93
143	117	144	121	142	119
96	192	168	191	70	69
166	95	71	94	167	193
146	120	118	141	145	116
169	67	91	171	92	196

## N=6 के यथार्थ-भजक 2 के प्रति

## सामान्य आधार-वर्ग

66	116	166	67	117	167
68	118	168	69	119	169
70	120	170	71	121	171
91	141	191	92	142	192
93	143	193	94	144	194
95	145	195	96	146	196

## सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

66	146	96	166	145	167
169	118	94	193	119	93
192	121	170	71	141	91
70	142	191	92	120	171
194	143	168	69	144	68
95	116	67	195	117	196

## विशिष्ट आधार-वर्ग

66	68	70	116	118	120
166	168	170	67	69	71
117	119	121	167	169	171
91	93	95	141	143	145
191	193	195	92	94	96
142	144	146	192	194	196

## विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

66	194	192	70	144	120
71	168	92	195	69	191
145	169	121	167	93	91
117	143	95	141	119	171
96	193	170	67	94	166
142	68	116	146	118	196

## N=6 के यथार्थ-भजक 3 के प्रति

## सामान्य आधार-वर्ग

66	141	67	142	68	143
69	144	70	145	71	146
91	166	92	167	93	168
94	169	95	170	96	171
116	191	117	192	118	193
119	194	120	195	121	196

## सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

66	121	195	67	194	143
146	144	192	117	71	116
171	93	92	167	169	94
91	96	95	170	166	168
193	191	70	145	118	69
119	141	142	120	68	196

## विशिष्ट आधार-वर्ग

66	69	91	141	144	166
67	70	92	142	145	167
68	71	93	143	146	168
94	116	119	169	191	194
95	117	120	170	192	195
96	118	121	171	193	196

## विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

66	193	171	91	118	166
167	70	170	120	145	95
194	146	93	143	116	94
68	191	119	169	71	168
195	117	92	142	192	67
96	69	141	121	144	106

## N=6 के यथार्थ-भाजक 6 के प्रति

## सामान्य आधार-वर्ग

66	67	68	69	70	71
91	92	93	94	95	96
116	117	118	119	120	121
141	142	143	144	145	146
166	167	168	169	170	171
191	192	193	194	195	196

## सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

66	195	194	68	192	71
96	92	169	168	95	166
146	120	118	119	142	141
116	145	143	144	117	121
171	167	93	94	170	91
191	67	69	193	70	196

## विशिष्ट आधार-वर्ग

66	91	116	67	92	117
68	93	118	69	94	119
70	95	120	71	96	121
141	166	191	142	167	192
143	168	193	144	169	194
145	170	195	146	171	196

## विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

66	171	146	116	170	117
119	93	144	193	94	143
192	96	120	71	166	141
70	167	191	142	95	121
194	168	118	69	169	68
145	91	67	195	82	196

## 4■ N यथार्थ भाजक 1, 2 एवं N के अतिरिक्त किसी और अन्य यथार्थ भाजक m के प्रति

$2S \div N$  की भंक्रिया पूर्णतः अशेष विभाजित होने के प्रतिबंध पर  $-N*N$  का आधार-वर्ग के  $N^2$  अचयव  $\frac{N^2}{m}$  पदी m समान्तर श्रेढी के उभयनिष्ठ सर्वान्तर d पर दर्शित होंगे। जिनके प्रथम पदमान  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{m-2}, a_{m-1}, a_m)$  स्वयं में सर्वान्तर k पर समान्तर श्रेढी के प्रतिरूपण में  $[a, (a+k), (a+2k), \dots, \{a+(m-3)k\}, \{a+(m-2)k\}, \{a+(m-1)k\}]$  होंगे। लिये जाने पर-

$$N*S = a*N^2 + m * \left( \frac{N^2-1}{2} * \frac{N^2}{m} \right) * d + \left( \frac{m-1}{2} * m \right) * \frac{N^2}{m} * k$$

$$\Rightarrow 2NS = 2aN^2 + N^2 \left( \frac{N^2}{m} - 1 \right) d + (m-1) * N^2 * k$$

$$\Rightarrow 2S = 2aN + N \left( \frac{N^2}{m} - 1 \right) d + (m-1) N * k$$

$$\Rightarrow 2S = 2aN + N \left( \frac{N^2}{m} - 1 \right) d + (m-1) N * k$$

$\Rightarrow 2a + (m - 1) * k = \left[ \frac{2S}{N} - \left( \frac{N^2}{m} - 1 \right) d \right]$  के हल के लिये  $d$  के न्यूनतम प्राकृत संख्या मान की सुनिश्चिता के प्रति  $S, N$  और  $m$  का मान प्रतिस्थापित कर मानक सरल रैखिक समीकरण  $uk + 2a = w$  --- (1) प्राप्त करें।

समीकरण (1) के प्रति-

$a$  का न्यूनतम मान  $a_1$  सुनिश्चित करें। न्यूनतम मान  $a_1$  के संगत  $k = k_1$

तदुपरान्त  $a_x = a_1 + (x - 1) * u$  के संगत  $k_x = [w - 2a_x] \div u$  प्राप्त करें

$d$  का अधिकतम मान  $d_m$  की गणना-  $(k_1 \div 2)$  की संक्रिया से - प्राप्त भागफल  $r$  होगा।

इस प्रकार किसी सर्वान्तर  $d_n$  की सुनिश्चिता के प्रति प्रथम आधार.वर्ग की विस्तारित संख्या

$[k - a] \div 2$  की संक्रिया से-

1. शेषफल  $q = 0$  की प्राप्ति पर प्राप्त भागफल  $r$  पदों तक

2. शेषफल  $q = 1$  की प्राप्ति पर प्राप्त भागफल  $r$  का आगर  $(r + 1)$  तक

गणना विस्तार में  $k \neq d$   $k > d$  का प्रतिबंध स्वीकारा जाना यथेष्ट होगा।

{1}  $6*6$  के प्रति- समिका  $2S = 2aN + N\left(\frac{N^2}{m} - 1\right)d + (m - 1) N * k$

$a$	$a+d$	$a+2d$	$a+3d$	$a+4d$	$a+5d$
$a+6d$	$a+7d$	$a+8d$	$a+9d$	$a+10d$	$a+11d$
$(a+k)$	$(a+k)+d$	$(a+k)+2d$	$(a+k)+3d$	$(a+k)+4d$	$(a+k)+5d$
$(a+k)+6d$	$(a+k)+7d$	$(a+k)+8d$	$(a+k)+9d$	$(a+k)+10d$	$(a+k)+11d$
$(a+2k)$	$(a+2k)+d$	$(a+2k)+2d$	$(a+2k)+3d$	$(a+2k)+4d$	$(a+2k)+5d$
$(a+2k)+6d$	$(a+2k)+7d$	$(a+2k)+8d$	$(a+2k)+9d$	$(a+2k)+10d$	$(a+2k)+11d$

$\Rightarrow 2a + (m - 1) * k = \left[ \frac{2S}{N} - \left( \frac{N^2}{m} - 1 \right) d \right]$  में  $d$  के प्रति  $S=786, N=6$  और  $m=3$

प्रतिस्थापित करने पर-  $2a + (3-1)k = \left[ \frac{2+786}{6} - \left( \frac{6^2}{3} - 1 \right) d \right] \Rightarrow 2a + 2k = 262 - 11d$  में  $a$  और  $k$  प्राकृत संख्या मान प्राप्त करने  $d$  के सम मान  $(2, 4, 6, 8, 10, \dots)$  लिये जाने पर मानक सरल रैखिक समीकरण  $a+k = 131 - 11 * \frac{d}{2}$  प्राप्त होगा। जिसके प्रति  $d$  के सम संख्या मान  $(2, 4, 6, 8, \dots)$  स्वीकार्य होगा।

अतः अतः

$d$  का न्यूनतम सम संख्या मान 2 के प्रति-  $a+k=120$  से  $a$  का न्यूनतम मान  $a_1 = 1$  के प्रति

$k_1 = 119$   $(k-a) = [119-1] = 129 - 11 * \frac{d}{2} = 118$

सर्वान्तर  $d$  के प्रकारों की अधिकतम संख्या गणना-  $[131 \div 11]$  की संक्रिया से भागफल 11 होगा।

आकलन जाँच विश्लेषण मे-  $x$  वें क्रमांक के प्रति प्रथम पद  $a_x = x$

$$k_x = [131 - (x+11) * \frac{d}{2}]$$

त्व-  $S=786$  के प्रति सर्वान्तर  $d$  के सममानों क्रमशः  $2, 4, 6, \dots, 18, 20, 22$ , के लिये-  
सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर $d$	सर्वान्तर $d$ क सममानों के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार किसी सर्वान्तर $d$ के प्रति मान्य $(k-a)=129-11*\frac{d}{2}$	$[(b-a) \div 2]$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या $P$	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या	
			भागफल $r$	शेषफल $q$		खमान्य रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति $P*564$	विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति $P*12$
1	2	$119-1=129-11*1=118$	59	0	59	33,276	708
2	4	$108-1=129-11*2=107$	53	1	54	30,456	648
3	6	$97-1=129-11*3=96$	48	0	48	27,072	576
4	8	$86-1=129-11*4=85$	42	1	43	24,252	516
5	10	$75-1=129-11*5=74$	37	0	37	20,868	444
6	12	$64-1=129-11*6=63$	31	1	32	18,048	384
7	14	$53-1=129-11*7=52$	26	0	26	14,664	312
8	16	$42-1=129-11*8=41$	20	1	21	11,844	252
9	18	$31-1=129-11*9=30$	15	0	15	8,406	180
10	20	$20-1=129-11*10=19$	9	1	10	5,640	120
11	22	$9-1=129-11*11=8$	4	0	4	22,56	48
					<b>349</b>	<b>1,96,836</b>	<b>4,188</b>

जँच की ओर-

[1]  $d=2$ , के प्रति  $[(k-a)=118] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 59 और शेषफल 0 है।  
∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 59 होगा।

a	1	2	3	4	5							55	56	57	58	59
k	119	118	117	116	115							65	64	63	62	61

[2]  $d=4$ , के प्रति  $[(k-a)=107] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 53 और शेषफल 1 है।  
∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 53 का आगर 54 होगा।

a	1	2	3	4	5							50	51	52	53	54
k	108	107	106	105	104							59	58	57	56	55

[3]  $d=6$ , के प्रति  $[(k-a)=96] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 48 और शेषफल 0 है।  
∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 48 होगा।

a	1	2	3	4	5							44	45	46	47	48
k	97	96	95	94	93							54	53	52	51	50

[4]  $d=8$ , के प्रति  $[(k-a)=85] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 42 और शेषफल 1 है।  
∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 42 का आगर 43 होगा।

a	1	2	3	4	5							39	40	41	42	43
k	86	85	84	83	62							48	47	46	45	44

[5]  $d=10$ , के प्रति  $[(k-a)=74] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 37 और शेषफल 0 है ।  
 $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 37 होगा ।

a	1	2	3	4	5							33	34	35	36	37
k	75	74	73	72	71							43	42	41	40	39

[6]  $d=12$ , के प्रति  $[(k-a)=63] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 31 और शेषफल 1 है ।  
 $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 32 का आगर 33 होगा ।

a	1	2	3	4	5							29	30	31	32	33
k	64	63	62	61	60							36	35	34	33	32

[7]  $d=14$ , के प्रति  $[(k-a)=52] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 26 और शेषफल 0 है ।  
 $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 26 होगा ।

a	1	2	3	4	5							22	23	24	25	26
k	53	52	51	50	49							32	31	30	29	28

[8]  $d=16$ , के प्रति  $[(k-a)=41] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 20 और शेषफल 1 है ।  
 $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 20 का आगर 21 होगा ।

a	1	2	3	4	5							17	18	19	20	21
k	42	41	40	39	38							26	25	24	23	22

[9]  $d=18$ , के प्रति  $[(k-a)=30] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 15 और शेषफल 0 है ।  
 $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 15 होगा ।

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
k	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16

[10]  $d=20$ , के प्रति  $[(k-a)=19] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 9 और शेषफल 1 है ।  
 $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 9 का आगर 10 होगा ।

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11

[11]  $d=22$ , के प्रति  $[(k-a)=8] \div 2$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल 4 और शेषफल 0 है ।  
 $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 4 होगा ।

a	1	2	3	4
k	9	8	7	6

$d=22, a=4, k=6$  के प्रति  $s=786$  की जाँच

$N=6$  के यथार्थ-भजक 1 के प्रति

सामान्य आधार-वर्ग

4	26	48	70	92	114
136	158	180	202	224	246
10	32	54	76	98	120
142	164	186	208	230	252
16	38	60	82	104	126
148	170	192	214	236	258

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

4	236	214	48	170	114
126	158	82	60	224	136
252	98	54	76	164	142
10	230	186	208	32	120
246	38	180	202	104	16
148	26	70	192	92	258

विशिष्ट आधार-वर्ग

4	136	10	26	158	32
48	180	54	70	202	76
92	224	98	114	246	120
142	16	148	164	38	170
186	60	192	208	82	214
230	104	236	252	126	258

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

4	126	252	10	104	32
76	180	208	192	202	186
170	246	98	114	16	142
92	38	148	164	224	120
214	60	54	70	82	48
230	136	26	236	158	258

$N=6$  के यथार्थ-भजक 2 के प्रति

सामान्य आधार-वर्ग

4	48	92	136	180	224
10	54	98	142	186	230
16	60	104	148	192	236
26	70	114	158	202	246
32	76	120	164	208	252
38	82	126	170	214	258

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

4	214	170	92	82	224
230	54	164	120	186	32
246	192	104	148	70	26
16	202	114	158	60	236
252	76	98	142	208	10
38	48	136	126	180	258

विशिष्ट आधार-वर्ग

4	10	16	48	54	60
92	98	104	136	142	148
180	186	192	224	230	236
26	32	38	70	76	82
114	120	126	158	164	170
202	208	214	246	252	258

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

4	252	246	16	214	60
148	98	158	126	142	114
82	230	192	224	32	26
180	76	48	70	186	236
170	120	104	136	164	92
202	10	48	214	54	258

N=6 के यथार्थ-भजक 3 के प्रति

सामान्य आधार-वर्ग

4	70	136	202	10	76
142	208	16	82	148	214
26	92	158	224	32	98
164	230	38	104	170	236
48	114	180	246	54	120
186	252	60	126	192	258

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

4	192	126	136	252	76
214	208	246	180	148	48
236	32	158	224	230	164
26	170	38	104	92	98
120	114	16	82	54	142
186	70	202	60	10	258

विशिष्ट आधार-वर्ग

4	142	26	70	208	92
136	16	158	202	82	224
10	148	32	76	214	98
164	48	186	230	114	252
38	180	60	104	246	126
170	54	192	236	120	258

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

4	120	236	26	54	92
224	16	104	60	82	38
252	214	32	76	48	164
10	114	186	230	148	98
126	180	158	202	246	136
170	142	70	192	208	258

N=6 के यथार्थ-भजक 6 के प्रति

सामान्य आधार-वर्ग

4	136	10	142	16	148
26	158	32	164	38	170
48	180	54	186	60	192
70	202	76	208	82	214
92	224	98	230	104	236
114	246	120	252	126	258

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

4	126	252	10	246	148
170	158	230	98	38	92
214	60	54	186	202	70
48	82	76	208	180	192
236	224	32	164	104	26
114	136	142	120	16	258

विशिष्ट आधार-वर्ग

4	26	48	136	158	180
10	32	54	142	164	186
16	38	60	148	170	192
70	92	114	202	224	246
76	98	120	208	230	252
82	104	126	214	236	258

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

4	236	214	48	104	180
186	32	208	120	164	76
246	170	60	148	92	70
16	224	114	202	36	192
252	98	54	142	230	10
82	26	136	126	158	258

पुनः प्राप्त करें- ;

(1) सरल क्रमांक  $x=n$  के संगत प्राप्त  $a$  और  $k$  को आपस में बदलकर  $(k-a)$  के लिये  $(a-k)$  सेकर उपरोक्तानुसार प्राप्त करें।

(2)  $(k-a)$  के सम संख्या मानों  $\{118,96,74,52,30,8\}$  जिनकी कुल संख्या = प्रथम आधार-वर्ग की संख्या  $p=6$  होगा।

तब सकल गणन प्रस्तुति में -

1. प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या  $P = 349+349+6 = 704$
2. सामान्य जादुई-वर्ग संख्या  $P*564 = 704 * 564 = 3,97,056$
2. रंगीन जादुई-वर्ग संख्या  $P*12 = 704 * 12 = 8448$

**[B] केवल और केवल 4\*4 विशिष्ट प्रकार सामान्य जादुई-वर्ग रचना के प्रति-**

**1■ प्रतिबंध और नियम समिका  $S = (a+b+c+e+6d)$  के प्रति आकलन**

उभयनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  पर प्राप्त 4 पदी अलग-अलग 4 समांतर श्रेणी जिनके प्रथम पद क्रमशः  $a, b, c, e$  स्वयं में कोई भी तीन अवयव  $a, b, c/a, b, e/a, c, e/b, c, e$  समान्तर नहीं है और न ही कोई 4 पदी 2 समांतर श्रेणी के सयुक्तीकरण से 8 पदी समांतर श्रेणी दर्शित होगा।

के प्रति [1]  $a, (a+d), (a+2d), (a+3d)$  [2]  $b, (b+d), (b+2d), (b+3d)$

[3]  $c, (c+d), (c+2d), (c+3d)$  [4]  $e, (e+d), (e+2d), (e+3d)$  जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई-वर्ग के पंक्ति, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डबबों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान  $S = [a + b + c + e + 6d]$  होगा।

**प्रथम आधार-वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक-**

सामान्य आधार-वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
b	b+d	b+2d	b+3d
c	c+d	c+2d	c+3d
e	e+d	e+2d	e+3d

मेरी कृति ग्रंथ **छत्तीसगढ़ गणित दर्शन** के अध्याय 11 में उपरोक्त प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार-वर्ग  $\rightarrow$  विशिष्ट आधार-वर्ग  $\rightarrow$  सामान्य जादुई-वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति 4-4 अवयवों का योगमान  $S$  और उभयनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  ज्ञात होने पर प्रथम पद क्रमशः  $a, b, c, e$  की सुनिश्चिता एव यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम

आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार **-[1]  $d=1$  के प्रति-**  $a=x$  लियेजाने पर

$b=3d+x+2, c=6d+x+4, e=S-(15d+3x+6)$

**[2]  $d \geq 2$  के प्रति-**  $a=x$  लियेजाने पर  $b=3d+x+1, c=6d+x+2, e=S-(15d+3x+3)$   
(e-c)  $S - [21d - 4x + 5]$

**सर्वान्तर  $d$  के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना-**

सर्वान्तर  $d$  के प्रति  $a = x=1$  के लिये सुनिश्चिता पर-

**[1]  $d=1$  के प्रति-**  $a=1, b=6, c=11, e=S-24$  (e-c)  $=S-35$

**[2]  $d \geq 2$  के प्रति-**  $a=1, b=3d+2, c=6d+3, e=S-(15d+6) = [(S=6) - 15d]$   
(e-c)  $S - [21d - 9] = [(S-9) - 21d]$

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_m$  के प्रति (e-c)  $= [(S-9) - 21d]$  को दृष्टिगत करन पर-

$d_m = [(S-9) \div 21]$  की संक्रिया से-शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  होगा। जबकि शून्य शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  का उना  $(r-1)$  होगा।

**प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या**  $P = [(e-c) \div 4]$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल  $r$  एवं शेषफल  $q$  को दृष्टिगत करते हुये निम्नानुसार सुनिश्चित होगा।

1. शेषफल  $q = 0$  और 1 प्राप्त होने पर - भागफल  $r$

2. शेषफल 2 और 3 प्राप्त होने पर - भागफल  $r$  का आगर  $(r+1)$  होगा।

विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या  $=P*184$  का गुणनफल होगा।

**टीप-** सर्वान्तर  $d$  के प्रति सामान्य आधार-वर्ग विस्तार में (e-b) एवं (e-c)  $= 0, d, 2d, 3d$  हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः (e और b) एवं (e और b) पंक्ति के क्रमशः (4-4), (3-3), (2-2), (1-1) अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे।

$S = 786$  के प्रति  $[a+b+c+e] = 786 - 6*1 = 780$

**सर्वान्तर  $d$  के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना-**

$d_m = [(S - 9) \div 21] = 777 \div 21$  की संक्रिया से- शून्य शेषफल के प्रति भागफल  $r=37$  का  $(r-1)=36$  ही होगा।

$S=786$  के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3, ----34,35,36 के लिये-  
सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार मान्य (e-c) d=1 के प्रति- S-35 d ≥ 2 के प्रति- $(S - 9) - 21d$ = 777 - 21d	[(e-c) ÷ 4 से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $p*184$
			भागफल r	शेषफल q		
1	1	(786-35) = 751	187	3	188	34,592
2	2	(777-21*2) = 735	183	3	184	33,856
3	3	(777-21*3) = 714	178	2	179	32,936
4	4	(777-21*4) = 693	172	1	172	31,648
5	5	(777-21*5) = 672	168	0	168	30,912
6	6	(777-21*6) = 651	162	3	163	29,992
7	7	(777-21*7) = 630	157	2	158	29,072
8	8	(777-21*8) = 609	152	1	152	27,968
0	0	(777-21*9) = 588	147	0	147	27,048
10	10	(777-21*10) = 567	141	3	142	26,128
11	11	(777-21*11) = 546	136	2	137	25,208
12	12	(777-21*12) = 525	131	1	131	24,104
13	13	(777-21*13) = 504	126	0	126	23,184
14	14	(777-21*14) = 483	120	3	121	22,264
15	15	(777-21*15) = 462	115	2	116	21,344
16	16	(777-21*16) = 441	110	1	110	20,240
17	17	(777-21*17) = 420	105	0	105	19,320
18	18	(777-21*18) = 399	99	3	100	18,400
19	19	(777-21*19) = 378	94	2	95	17,480
20	20	(777-21*20) = 357	89	1	89	16,376
21	21	(777-21*21) = 336	84	0	84	15,456
22	22	(777-21*22) = 315	78	3	79	14,536
23	23	(777-21*23) = 294	73	2	74	13,616
24	24	(777-21*24) = 273	68	1	68	12,512
25	25	(777-21*25) = 252	63	0	63	11,592
26	26	(777-21*26) = 231	57	3	58	10,672
27	27	(777-21*27) = 210	52	2	53	9,752
28	28	(777-21*28) = 189	47	1	47	8,648
29	29	(777-21*29) = 168	42	0	46	7,728
39	39	(777-21*30) = 147	36	3	37	6,808
31	31	(777-21*31) = 126	31	2	32	5,888
32	32	(777-21*32) = 105	26	1	26	4,784
33	33	(777-21*33) = 84	21	0	21	3,864
34	34	(777-21*34) = 63	15	3	16	2,944
35	35	(777-21*35) = 42	10	2	11	2,024

36	36	$(777-21*36)$	= 21	5	1	5	920
योग						3,597	6,61,848

जाँच की ओर

[1]  $d=1$  से  $(a+b+c+e=780)$

$a=x$  लियेजाने पर  $b=3d+x+2$ ,  $c=6d+x+4$ ,  $e=S-(15d+3x+6)$

$a=x$ ,  $b=x+5$ ,  $c=x+10$ ,  $e=S-(15d+3x+6)=765-3x$

$a=x=1$  लियेजाने पर  $b=6$ ,  $c=11$ ,  $e=762$   $(e-c)=751$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
c	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
e	762	759	756	753	750	747	744	741	738	735	732	729	726	723	720

0	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
c	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	8	39	40
e	717	714	711	708	705	702	699	696	893	690	687	684	681	678	675

0	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
c	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
e	672	669	666	663	660	657	654	651	648	645	642	639	636	633	630

0	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	67	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	67	58	59	60
b	51	52	53	54	55	56	67	58	59	60	61	62	63	64	65
c	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
e	627	624	621	618	615	612	609	606	603	600	597	694	591	588	585

0	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
c	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85
e	582	579	576	573	570	567	564	561	558	555	552	549	546	543	540

0	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
c	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
e	537	534	531	528	525	522	519	516	513	510	507	504	501	498	495

0	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
c	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115
e	492	489	486	483	480	477	474	471	468	465	462	459	456	453	450

0	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
b	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125
c	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
e	447	444	441	438	435	432	429	426	423	420	417	414	411	408	405

0	121	122	123	124	125	126	117	128	129	130	131	132	133	134	135
a	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
b	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
c	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145
e	402	399	396	393	390	387	384	381	378	375	372	369	366	363	360

0	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
b	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155
c	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
e	357	354	351	348	345	342	339	336	333	330	327	324	321	318	315

0	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
a	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
b	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
c	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175
e	312	309	306	303	300	297	294	291	288	285	282	279	276	273	270

0	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
a	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
b	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185
c	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
e	267	264	261	258	255	252	249	246	243	240	237	234	231	228	225

	181	182	183	184	185	186	187	188
a	181	182	183	184	185	186	187	188
b	186	187	188	189	190	191	192	193
c	191	192	193	194	195	196	197	198
e	222	219	216	213	210	207	204	201

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 188 जो कि  $a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $e=762$  और  $c=11$  के अन्तर मान 751 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 187 और शेषफल 3 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 187 का आगर संख्या 188 प्रमाणित।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या  $=188*184 = 34592$

$d = 1, a=188, b=193, c=198, e = 201$  से  $S=786$  की जाँच

	प्रथम आधार-वर्ग				विशिष्ट आधार-वर्ग				विशिष्ट जादुई-वर्ग			
a	188	189	190	191	188	193	189	194	188	201	203	194
b	193	194	195	196	190	195	191	196	202	195	191	198
c	198	199	200	201	198	201	199	202	196	201	199	190
e	201	202	203	204	200	203	201	204	200	189	193	204

[2]  $d=2$  से ( $a+b+c+e=774$ )

$d \geq 2$  के प्रति-  $a=x$  लियेजाने पर  $b=3d+x+1, c=6d+x+2, e=S-(15d+3x+3)$  के नियम से

$a=x, b=x+7, c=x+14, e=753-3x$

$a=x=1$  लियेजाने पर  $b=8, c=15, e=750 (e-c)=735$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
c	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
e	750	747	744	741	738	735	732	729	726	723	720	717	714	711	708

0	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
c	30	31	32	33	34	35	36	37	8	39	40	41	42	43	44
e	705	702	699	696	893	690	687	684	681	678	675	672	669	666	663

0	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52
c	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
e	660	657	654	651	648	645	642	639	636	633	630	627	624	621	618

0	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	67	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	67	58	59	60
b	53	54	55	56	67	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67
c	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74
e	615	612	609	606	603	600	597	694	591	588	585	582	579	576	573

0	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82
c	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
e	570	567	564	561	558	555	552	549	546	543	540	537	534	531	528

0	76	77	78	79	60	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	60	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97
c	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104
e	525	522	519	516	513	510	507	504	501	498	495	492	489	486	483

0	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112
c	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119
e	480	477	474	471	468	465	462	459	456	453	450	447	444	441	438

0	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
b	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127
c	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134
e	435	432	429	426	423	420	417	414	411	408	405	402	399	396	393

0	121	122	123	124	125	126	117	128	129	130	131	132	133	134	135
a	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
b	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142
c	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149
e	390	387	384	381	378	375	372	369	366	363	360	357	354	351	348

0	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
b	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157
c	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164
e	345	342	339	336	333	330	327	324	321	318	315	312	309	306	303

0	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
a	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
b	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172
c	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179
e	300	297	294	291	288	285	282	279	276	273	270	267	264	261	258

0	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
a	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
b	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187
c	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194
e	255	252	249	246	243	240	237	234	231	228	225	222	219	216	213

0	181	182	183	184
a	181	182	183	184
b	188	189	190	191
c	195	196	197	198
e	210	207	204	201

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 184 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $e=750$  और  $c=15$  के अन्तर मान 735 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 183 और शेषफल 3 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 183 का आगर संख्या 184 प्रमाणित।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या  $=184*184 = 33,856$

$d = 2$ ,  $a=184$ ,  $b =191$ ,  $c =198$ ,  $e = 201$  से  $S=786$  की जाँच  
प्रथम आधार-वर्ग

a	184	186	188	190
b	191	193	195	197
c	198	200	202	204
e	201	203	205	207

विशिष्ट आधार-वर्ग

184	191	186	193
188	195	190	197
198	201	200	203
202	205	204	207

विशिष्ट जादुई-वर्ग

184	204	205	193
203	195	190	198
197	201	200	188
202	186	191	207

[3]  $d=3$  से ( $a+b+c+e=768$ )

$d \geq 2$  के प्रति-  $a=x$  लिये जाने पर  $b=3d+x+1$ ,  $c=6d+x+2$ ,  $e=S-(15d+3x+3)$  के नियम से

$a=x$ ,  $b=x+10$ ,  $c=x+20$ ,  $e=738-3x$

$a=x=1$  लिये जाने पर,  $b=11$ ,  $c=21$ ,  $e=735$  ( $e-c=714$ )

o	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
c	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
e	735	732	729	726	723	720	717	714	711	708	705	702	699	696	893

0	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
c	36	37	8	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
e	690	687	684	681	678	675	672	669	666	663	660	657	654	651	648

0	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	51	53	54	55
c	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65
e	645	642	639	636	633	630	627	624	621	618	615	612	609	606	603

0	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	67	58	59	60
b	56	67	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
c	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
e	600	597	694	591	588	585	582	579	576	573	570	567	564	561	558

0	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85
c	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
e	555	552	549	546	543	540	537	534	531	528	525	522	519	516	513

0	76	77	78	79	60	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	60	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
c	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
e	510	507	504	501	498	495	492	489	486	483	480	477	474	471	468

0	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115
c	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125
e	465	462	459	456	453	450	447	444	441	438	435	432	429	426	423

0	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
b	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
c	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
e	420	417	414	411	408	405	402	399	396	393	390	387	384	381	378

0	121	122	123	124	125	126	117	128	129	130	131	132	133	134	135
a	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
b	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145
c	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155
e	375	372	369	366	363	360	357	354	351	348	345	342	339	336	333

0	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
b	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
c	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
e	330	327	324	321	318	315	312	309	306	303	300	297	294	291	288

0	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
a	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
b	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175
c	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185
e	285	282	279	276	273	270	267	264	261	258	255	252	249	246	243

0	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179
a	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179
b	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189
c	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199
e	240	237	234	231	228	225	222	219	216	213	210	207	204	201

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 179 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $e=735$  और  $c=21$  के अन्तर मान 714 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 178 और शेषफल 2 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 178 का आगर संख्या 179 प्रमाणित।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या  $=179*184 = 32,936$

$d = 3$ ,  $a=179$ ,  $b =189$ ,  $c =199$ ,  $e = 201$  से  $S=786$  की जाँच

	प्रथम आधार-वर्ग				विशिष्ट आधार-वर्ग				विशिष्ट जादुई-वर्ग			
a	179	182	185	188	179	189	182	192	179	208	207	192
b	189	192	195	198	185	195	188	198	204	195	188	199
c	199	202	205	208	199	201	202	204	198	201	202	185
e	201	204	207	210	205	207	208	210	205	182	189	210

आगे इसी प्रकार

[34]  $d=34$  से ( $a+b+c+e=582$ )

- $d \geq 2$  के प्रति-  $a=x$  लियेजाने पर  $b=3d+x+1$ ,  $c=6d+x+2$ ,  $e=S-(15d+3x+3)$  के नियम से
- $a=x$ ,  $b= x+103$ ,  $c=x+206$ ,  $e = 273 - 3x$
- $a=x=1$  लियेजाने पर,  $b= 104$ ,  $c= 207$ ,  $e = 270$  ( $e-c)= 63$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118
c	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221
e	270	267	264	261	258	255	252	249	246	243	240	237	234	231	228

0		प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 16 जो कि
a	16	$a=x=1$ के प्रति प्राप्त $e= 270$ और $c= 207$ के अन्तर मान 63 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल
b	119	15 और शेषफल 3 है। $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 15 का आगर संख्या 16 प्रमाणित।
c	222	विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या $=16*184 = 2,944$
e	225	

$d = 34$ ,  $a=16$ ,  $b =119$ ,  $c =222$ ,  $e = 225$  से  $S=786$  की जाँच

	प्रथम आधार-वर्ग				विशिष्ट आधार-वर्ग				विशिष्ट जादुई-वर्ग			
a	16	50	84	118	16	119	50	153	16	324	293	153
b	119	153	187	221	84	187	118	221	259	187	118	222
c	222	256	290	324	222	225	256	259	221	225	256	84
e	225	259	293	327	290	293	324	327	290	50	119	327

[35]  $d=35$  से ( $a+b+c+e=576$ )

-  $d \geq 2$  के प्रति-  $a=x$  लियेजाने पर  $b=3d+x+1$ ,  $c=6d+x+2$ ,  $e=S-(15d+3x+3)$  के नियम से

-  $a=x$ ,  $b= x+106$ ,  $c=x+212$ ,  $e = 258 - 3x$

-  $a=x=1$  लियेजाने पर ,  $b= 107$ ,  $c= 213$ ,  $e= 255$   $(e-c)= 42$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
b	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114
c	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217
e	270	267	264	261	258	255	252	249	246	243	240

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 11 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $e= 255$  और  $c= 213$  के अन्तर मान 42 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 10 और शेषफल 2 है ।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 10 का आगर संख्या 11 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या  $=11*184 = 2,024$

$d = 35$ ,  $a=16$ ,  $b=119$ ,  $c=222$ ,  $e = 225$  से  $S=786$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	16	50	84	118
b	119	153	187	221
c	222	256	290	324
e	225	259	293	327

विशिष्ट आधार-वर्ग

16	119	50	153
84	187	118	221
222	225	256	259
290	293	324	327

विशिष्ट जादुई-वर्ग

16	324	293	153
259	187	118	222
221	225	256	84
290	50	119	327

[36]  $d=36$  से  $(a+b+c+e=570)$

-  $d \geq 2$  के प्रति-  $a=x$  लियेजाने पर  $b=3d+x+1$ ,  $c=6d+x+2$ ,  $e=S-(15d+3x+3)$  के नियम से

-  $a=x$ ,  $b= x+109$ ,  $c=x+218$ ,  $e = 243 - 3x$

-  $a=x=1$  लियेजाने पर ,  $b= 110$ ,  $c= 219$ ,  $e= 240$   $(e-c)= 21$

0	1	2	3	4	5
a	1	2	3	4	5
b	110	111	112	113	114
c	219	220	221	222	223
e	240	237	234	231	228

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 5 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $e= 240$  और  $c= 219$  के अन्तर मान 21 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 5 और शेषफल 1 है ।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 5 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या  $=5*184 = 920$

$d = 36$ ,  $a=5$ ,  $b=114$ ,  $c=223$ ,  $e = 228$  से  $S=786$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	5	41	77	113
b	114	150	186	222
c	223	259	295	331
e	228	264	300	336

विशिष्ट आधार-वर्ग

5	114	41	150
77	186	113	222
223	228	259	264
295	300	331	336

विशिष्ट जादुई-वर्ग

5	331	300	150
222	186	113	223
264	228	259	77
295	41	114	336

## 2 ■ प्रतिबंध एवं नियम समिका- 1

### $S=(2a+b+c+10d)$ के प्रति आकलन'

उभयनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  पर प्राथम प्राप्त प्रथम 8 पदी 1 समांतर श्रेणी एवं दूसरा और तीसरा 4 पदी अलग-अलग 2 समांतर श्रेणी है।

के प्रति [1]  $a, (a+d), (a+2d), (a+3d), (a+4d), (a+5d), (a+6d), (a+7d),,$

[2]  $b, (b+d), (b+2d), (b+3d)$  [3]  $c, (c+d), (c+2d), (c+3d)$ , जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई-वर्ग के पंक्ति, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डबबों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान  $S = [2a + b + c + 10d]$  होगा।

प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक-

सामान्य आधार-वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
a+4d	a+5d	a+6d	a+7d
b	b+d	b+2d	b+3d
c	c+d	c+2d	c+3d

मेरी कृति ग्रंथ **छत्तीसगढ़ गणित दर्शन** के अध्याय 11 में उपरोक्त प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार-वर्ग  $\rightarrow$  विशिष्ट आधार-वर्ग  $\rightarrow$  सामान्य जादुई-वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति 4-4 अवयवों का योगमान  $S$  और उभयनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  ज्ञात होने पर प्रथम पद क्रमशः  $a, b, c$ , की सुनिश्चिता एवं यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार अवलोकित कीजिये।

$$\begin{aligned} \text{सर्वान्तर } d = 1 \text{ के प्रति } a=x \text{ लिये जाने पर } b=7d+x+2, c &= [S - (10d + 2a + b)] \\ &= [S - (17d+3x+2)] \\ (c - b) &= [S - (24d+4x+2)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{आगे सर्वान्तर } d \geq 2 \text{ के प्रति } a=x \text{ लिये जाने पर } b=7d+x+1, \\ c=[S - (10d + 2a + b)] = [S - (17d+3x+1)], (c - b) &= [S - (24d+6)] \end{aligned}$$

सर्वान्तर  $d$  के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना-

$a=x=1$  लिये जाने पर -

$$\text{सर्वान्तर } d = 1 \text{ के प्रति } a=1, b=10, c=[S - 22], (c - b) = [S - 32]$$

$$\text{आगे सर्वान्तर } d \geq 2 \text{ के प्रति } a=1, b=7d+2, c=[S - (17d+4)]$$

$$(c - b) = [S - (24d+6)]$$

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_r$  के प्रति  $(c-b) = [(S-6)-24d]$  को दृष्टिगत करन पर-

$d_r = [(S - 6) \div 24]$  की संक्रिया से-शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  होगा। जबकि शून्य शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  का उना  $(r-1)$  होगा।

किसी सर्वान्तर  $d_n$  के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या  $P = [(c-b) \div 4]$  से प्राप्त भागफल  $r$  एवं शेषफल  $q$  को दृष्टिगत करते हुये निम्नानुसार सुनिश्चित होगा।

1. शेषफल  $q=0$  और 1 प्राप्त होने पर - प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या  $P =$  प्राप्त भागफल  $r$  होगा।

2. शेषफल  $q=2$  और 3 प्राप्त होने पर - प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या  $P =$  भागफल  $r$  का आगर  $(r+1)$  होगा।

विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या  $=P * 184$  का गुणनफल होगा।

पृष्ठ 17  $\Psi$  सर्वान्तर  $d$  के प्रति सामान्य आधार-वर्ग विस्तार में  $(b-a)$  एवं  $(c-b) = 0, d, 2d, 3d$  हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः  $(a$  और  $b)$  एवं  $(b$  और  $c)$  पंक्ति के क्रमशः  $(4-4), (3-3), (2-2), (1-1)$  अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे।

$S=786$  के प्रति -

सर्वान्तर का अधिकतम मान  $d_m$  की गणना-  $d_m = [(S - 6) \div 24] = 780 \div 24$  की संक्रिया से - शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति गफल  $r = 32$  होगा।

S=786 के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, से 32 तक के लिये-

सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति a=x=1 लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार मान्य (c-b) d=1 के प्रति- S-32 d≥ 2 के प्रति- S-(24d+6) = 780 - 24d	[(c-b) ÷ 4 से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या p*184
			भागफल r	शेषफल q		
1	1	786 - 32 = 754	188	2	189	34,776
4 2	2	786 - (24*2+6) = 732	183	0	183	33,672
3	3	786 - (24*3+6) = 708	177	0	177	32,568
4	4	786 - (24*4+6) = 684	171	0	171	31,464
5	5	786 - (24*5+6) = 660	165	0	165	30,360
6	6	786 - (24*6+6) = 636	159	0	159	29,256
7	7	786 - (24*7+6) = 612	153	0	153	28,152
8	8	786 - (24*8+6) = 588	147	0	147	27,048
9	9	786 - (24*9+6) = 564	141	0	141	25,944
10	10	786 - (24*10+6) = 540	135	0	135	24,840
11	11	786 - (24*11+6) = 516	129	0	129	23,736
12	12	786 - (24*12+6) = 492	123	0	123	22,632
13	13	786 - (24*13+6) = 468	117	0	117	21,528
14	14	786 - (24*14+6) = 444	111	0	111	20,424
15	15	786 - (24*15+6) = 420	105	0	105	19,320
16	16	786 - (24*16+6) = 396	99	0	99	18,216
17	17	786 - (24*17+6) = 372	93	0	93	17,112
18	18	786 - (24*18+6) = 348	87	0	87	16,008
19	19	786 - (24*19+6) = 324	81	0	81	14,904
20	20	786 - (24*20+6) = 300	75	0	75	13,800
21	21	786 - (24*21+6) = 276	69	0	69	12,696
22	22	786 - (24*22+6) = 252	63	0	63	11,592
23	23	786 - (24*23+6) = 228	57	0	57	10,488
24	24	786 - (24*24+6) = 204	51	0	51	9,384
25	25	786 - (24*25+6) = 180	45	0	45	8,280
26	26	786 - (24*26+6) = 156	39	0	39	7,176
27	27	786 - (24*27+6) = 132	33	0	33	6,072
28	28	786 - (24*28+6) = 108	27	0	27	4,968
29	29	786 - (24*29+6) = 84	21	0	21	3,864
30	30	786 - (24*30+6) = 60	15	0	15	2,760
31	31	786 - (24*31+6) = 36	9	0	9	1,656
32	32	786 - (24*32+6) = 12	3	0	3	552
योग					3072	5,65248

जाँच की ओर

[1] S= 786 d=1 से (2a+b+c=776)

a=x लियेजाने पर b=7d+x+2, c = [S-(17d+3x+2)]

$$a=x, b= x+9, c = [786-(17*1+3x+2)] = 767-3x$$

$$a=x=1 \text{ लियेजाने पर } , b= 10, c = 764 \quad (c-b) = 754$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
c	764	761	758	755	752	749	746	743	740	737	734	731	728	725	722

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
c	719	716	713	710	707	704	701	698	695	692	689	686	683	680	677

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54
c	674	671	668	665	662	659	656	653	650	647	644	641	638	635	632

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
c	629	626	623	620	617	614	611	608	605	602	599	596	593	590	587

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	88
c	584	581	578	575	572	569	566	563	560	557	554	551	548	545	542

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
c	539	536	533	530	527	524	521	518	515	512	509	506	503	500	497

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114
c	494	491	488	485	482	479	476	473	470	467	464	461	458	455	452

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
b	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	237	128	129
c	449	446	443	440	437	434	431	428	425	422	419	416	413	410	407

	121	122	123	124	125	126	237	128	129	130	131	132	133	134	135
a	121	122	123	124	125	126	237	128	129	130	131	132	133	134	135
b	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144
c	404	401	398	395	382	389	386	383	380	377	374	371	368	365	362

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
b	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159
c	359	356	353	350	347	344	341	338	335	332	329	326	323	320	317

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	150	161	162	163	164	165
a	151	152	153	154	155	156	157	158	159	150	161	162	163	164	165
b	150	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174
c	314	311	308	305	302	299	296	293	290	287	284	281	278	275	272

	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
a	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
b	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189
c	269	266	263	260	257	254	251	248	245	242	239	236	233	230	227

	181	182	183	184	185	186	187	188	189
a	181	182	183	184	165	186	187	188	189
b	190	191	192	193	194	195	196	197	198
c	224	221	218	215	212	209	206	203	200

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 189 जो कि  $a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c=764$  और  $b=10$  के अन्तर मान 754 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल =188 और शेषफल 2

है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 188 का आगर 189 प्रमाणित।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या =  $189 \times 184 = 34,776$

$d = 1, a = 189, b = 198, c = 200$ , से  $S = 786$  की जाँच  
प्रथम आधार-वर्ग

a	189	190	191	192
	193	194	195	196
b	198	199	200	201
c	200	201	202	203

विशिष्ट आधार-वर्ग

189	193	190	194
191	195	192	196
198	200	199	201
200	202	201	203

विशिष्ट जादुई-वर्ग

189	201	202	194
201	195	192	198
196	200	199	191
200	190	193	203

[2]  $S=786$   $d=2$  से ( $2a+b+c=766$ )

$a=x$  लियेजाने पर  $b=7d+x+1, c = [S-(17d+3x+1)]$

$a=x, b = x+15, c = [786-(17 \times 2+3x+1)] = 751-3x$

$a=x=1$  लियेजाने पर,  $b=16, c=748$  ( $c-b=732$ )

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
c	748	745	742	739	736	733	730	727	724	721	718	715	712	709	706

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
c	703	700	697	694	691	688	685	682	679	676	673	670	667	664	661

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
c	658	655	652	649	646	643	640	637	634	631	628	625	622	619	616

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
c	613	610	607	604	601	598	595	592	589	586	583	580	577	574	571

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
c	568	565	562	559	556	553	550	547	544	541	538	535	532	529	526

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
c	523	520	517	514	511	508	505	502	499	496	493	490	487	484	481

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
c	478	475	472	469	466	463	460	457	454	451	448	445	442	439	436

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
b	121	122	123	124	125	126	237	128	129	130	131	132	133	134	135
c	433	430	427	424	421	418	415	412	409	406	403	400	397	394	391

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
a	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
b	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
c	388	385	382	379	376	373	370	367	364	361	358	355	352	349	346

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
b	151	152	153	154	155	156	157	158	159	150	161	162	163	164	165
c	343	340	337	334	331	328	325	322	319	316	313	310	307	304	301

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	150	161	162	163	164	165
a	151	152	153	154	155	156	157	158	159	150	161	162	163	164	165
b	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
c	298	295	292	289	286	283	280	277	274	271	268	265	262	259	256

	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
a	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
b	181	182	183	184	165	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195
c	253	250	247	244	241	238	235	232	229	226	223	220	217	214	211

	181	182	183
a	181	182	183
b	196	197	198
c	208	205	202

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 183 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c=748$  और  $b=16$  के अन्तर मान 732 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल  $=183$  और शेषफल 0 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 183 प्रमाणित।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या  $=183*184 = 33,672$

$d = 2, a = 183, b = 198, c = 202,$  से  $S = 786$  की जाँच  
प्रथम आधार-वर्ग

a	183	185	187	189
	191	193	195	197
b	198	200	202	204
c	202	204	206	208

विशिष्ट आधार-वर्ग

183	191	185	193
167	195	189	197
198	202	200	204
202	206	204	208

विशिष्ट जादुई-वर्ग

183	204	206	193
204	195	189	198
197	202	200	167
202	185	191	208

आगे इसी प्रकार

[30]  $S = 786$   $d=30$  से ( $2a+b+c = 486$ )

$a=x$  लियेजाने पर  $b=7d+x+1, c = [S-(17d+3x+1)]$

$a=x, b = x+211, c = [786-(17*30+3x+1)] = 275 - 3x$

$a=x=1$  लियेजाने पर  $b = 212, c = 272$  ( $c-b = 60$ )

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226
c	272	269	266	263	260	257	254	251	248	245	242	239	236	233	230

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 15 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c=272$  और  $b = 212$  के अन्तर मान 60 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल  $=15$  और शेषफल 0 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 15 प्रमाणित।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या  $=15*184 = 2,760$

$d = 30, a = 15, b = 226, c = 230,$  से  $S = 786$  की जाँच  
प्रथम आधार-वर्ग

a	15	45	75	105
	135	165	195	225
b	226	256	286	316
c	230	260	290	320

विशिष्ट आधार-वर्ग

15	135	45	165
75	195	105	225
226	230	256	260
286	290	316	320

विशिष्ट जादुई-वर्ग

15	316	290	195
260	195	105	226
225	230	256	75
286	45	135	320

[31]  $S = 786$   $d=31$  से ( $2a+b+c = 476$ )

$a=x$  लियेजाने पर  $b=7d+x+1, c = [S-(17d+3x+1)]$

$a=x, b = x+218, c = [786-(17*31+3x+1)] = 258 - 3x$

$a=x=1$  लियेजाने पर ,  $b= 219$  ,  $c = 255$   $(c-b) = 36$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
b	219	220	221	222	223	224	225	226	227
c	255	252	249	246	243	240	237	234	231

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 9 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c = 255$  और  $b = 219$  के अन्तर मान 36 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल =9 और शेषफल 0 है ।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 9 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या  $=9*184 = 1,656$

$d = 31$ ,  $a = 15$ ,  $b = 226$  ,  $c = 230$  , से  $S = 786$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग				विशिष्ट आधार-वर्ग				विशिष्ट जादुई-वर्ग				
a	9	40	71	102	9	133	40	164	9	320	293	164
	133	164	195	226	71	195	102	226	262	195	102	227
b	227	258	289	320	227	231	258	262	226	231	258	v71
c	231	262	293	324	289	293	320	324	289	40	133	324

[32]  $S = 786$   $d=32$  से  $(2a+b+c= 466)$

$a=x$  लियेजाने पर  $b=7d+x+1$  ,  $c = [S-(17d+3x+1)]$

$a=x$  ,  $b = x+225$  ,  $c = [786-(17*32+3x+1)] = 241 - 3x$

$a=x=1$  लियेजाने पर ,  $b = 226$  ,  $c = 238$   $(c-b) = 12$

	1	2	3
a	1	2	3
b	226	227	228
c	238	235	232

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 3 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c = 238$  और  $b = 226$  के अन्तर मान 12 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल =3 और शेषफल 0 है ।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 3 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या  $=3*184 = 552$

$d = 32$ ,  $a = 3$ ,  $b = 228$  ,  $c = 232$  , से  $S = 786$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग				विशिष्ट आधार-वर्ग				विशिष्ट जादुई-वर्ग				
a	3	35	67	99	3	131	35	163	3	324	296	163
	131	163	195	227	67	195	99	227	264	195	99	228
b	228	260	292	324	228	232	260	264	227	232	250	67
c	232	264	296	328	292	296	324	326	292	35	131	326

## प्रतिबंध एवं नियम समिका - 2

**$S=(a+2b+c+10d)$  के प्रति आकलन'**

उभयनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  पर प्राथम प्राप्त प्रथम 4 पदी 1 समांतर श्रेणी एवं दूसरा 8 पदी 1 समांतर श्रेणी और तीसरा 4 पदी 1 समांतर श्रेणी है ।

के प्रति [1]  $a, (a+d), (a+2d), (a+3d)$  [2]  $b, (b+d), (b+2d), (b+3d), (b+4d), (b+5d), (b+6d), (b+7d)$  [3]  $c, (c+d), (c+2d), (c+3d)$ , जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई-वर्ग के पंक्ति, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डबबों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान  $S = [a + 2b + c + 10d]$  होगा।

4 के यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक—  
सामान्य आधार-वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
b	b+d	b+2d	b+3d
b+4d	b+5d	b+6d	b+7d
c	c+d	c+2d	c+3d

मेरी कृति ग्रंथ **छत्तीसगढ़ गणित दर्शन** के अध्याय 11 में उपरोक्त प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार-वर्ग  $\rightarrow$  विशिष्ट आधार-वर्ग  $\rightarrow$  सामान्य जादुई-वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति 4-4 अवयवों का योगमान S और उभयनिष्ठ सर्वान्तर d ज्ञात होने पर प्रथम पद क्रमशः a,b,c, की सुनिश्चिता एव यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग

की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार अवलोकित कीजिये।

$$\text{सर्वान्तर } d = 1 \text{ के प्रति } a=x \text{ लिये जाने पर } b=3d+x+2, c = [S - (10d + a + 2b)] \\ = [S - (16d+3x+4)]$$

$$[c - (b+4d)] = [S - (23d+4x+6)] = [S - (29+4x)]$$

आगे सर्वान्तर  $d \geq 2$  के प्रति  $a=x$  लिये जाने पर  $b=3d+x+1,$

$$c = [S - (10d + a + 2b)] = [S - (16d+3x+2)], [c - (b+4d)] = [S - (23d+4x+3)]$$

सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना—

$a=x=1$  लिये जाने पर —

$$\text{सर्वान्तर } d = 1 \text{ के प्रति } a=1, b=6, c = [S - 23], [c - (b+4d)] = [S - 33]$$

आगे सर्वान्तर  $d \geq 2$  के प्रति  $a=1, b=3d+2, c = [S - (16d+5)]$

$$[c - (b+4d)] = [S - (23d+7)]$$

सर्वान्तर d का अधिकतम मान की गणना—

सर्वान्तर d का अधिकतम मान  $d_m$  के प्रति  $[c - (b+4d)] = [(S-7) - 23d]$  को दृष्टिगत करने पर—

$d_m = [(S - 7) \div 23]$  की संक्रिया से—शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल r होगा। जबकि शून्य शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल r का उना (r-1) होगा।

प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या  $P = \{[c - (b+4d)] \div 4\}$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल r एवं शेषफल q को दृष्टिगत करते हुये निम्नानुसार सुनिश्चित होगा।

1. शेषफल q = 0 और 1 प्राप्त होने पर — भागफल r

2. शेषफल 2 और 3 प्राप्त होने पर — भागफल r का आगर (r+1) होगा।

विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या =  $P * 184$  का गुणनफल होगा।

**पृष्ठ 17**  $\Psi$  सर्वान्तर d के प्रति सामान्य आधार-वर्ग विस्तार में (b-a) एवं (c-b) = 0, d, 2d, 3d हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः (a और b) एवं (b और c) पंक्ति के क्रमशः (4-4), (3-3), (2-2), (1-1) अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे।

$S = 786$  के प्रति—

सर्वान्तर का अधिकतम मान  $d_m$  की गणना—  $d_m = [(S - 7) \div 23] = 779 \div 23$  की संक्रिया से—  
शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r = 33$  होगा।

तब  $S = 786$  के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1 से 33 के लिये—सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर— प्रतिबंधानुसार मान्य $[c - (b+4d)]$ $d=1$ के प्रति— $S - 33$ $d \geq 2$ के प्रति— $S - (23d+7)$ $= 779 - 23d$	$[c - (b+4d)] \div 4$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $P * 184$
			भागफल r	शेषफल q		
1	1	$786 - 33 = 753$	188	1	188	34,592

2	2	$786 - (23 * 2 + 7) = 733$	183	1	183	33,672
3	3	$786 - (23 * 3 + 7) = 710$	177	2	178	32,752
4	4	$786 - (23 * 4 + 7) = 687$	171	3	172	31,648
5	5	$786 - (23 * 5 + 7) = 664$	166	0	166	30,544
6	6	$786 - (23 * 6 + 7) = 641$	160	1	160	29,440
7	7	$786 - (23 * 7 + 7) = 618$	154	2	155	28,520
8	8	$786 - (23 * 8 + 7) = 595$	148	3	149	27,416
9	9	$786 - (23 * 9 + 7) = 572$	143	0	143	26,312
10	10	$786 - (23 * 10 + 7) = 549$	137	1	137	25,208
11	11	$786 - (23 * 11 + 7) = 526$	131	2	132	24,288
12	12	$786 - (23 * 12 + 7) = 503$	125	3	126	23,184
13	13	$786 - (23 * 13 + 7) = 480$	120	0	120	22,080
14	14	$786 - (23 * 14 + 7) = 457$	114	1	114	20,976
15	15	$786 - (23 * 15 + 7) = 434$	108	2	109	20,056
16	16	$786 - (23 * 16 + 7) = 411$	102	3	103	18,952
17	17	$786 - (23 * 17 + 7) = 388$	97	0	97	17,848
18	18	$786 - (23 * 18 + 7) = 365$	91	1	91	16,744
19	19	$786 - (23 * 19 + 7) = 342$	85	2	86	15,824
20	20	$786 - (23 * 20 + 7) = 319$	79	3	80	14,720
21	21	$786 - (23 * 21 + 7) = 296$	74	0	74	13,616
22	22	$786 - (23 * 22 + 7) = 273$	68	1	68	12,512
23	23	$786 - (23 * 23 + 7) = 250$	62	2	63	11,592
24	24	$786 - (23 * 24 + 7) = 227$	56	3	55	10,120
25	25	$786 - (23 * 25 + 7) = 204$	51	0	51	9,384
26	26	$786 - (23 * 18 + 7) = 181$	45	1	45	8,280
27	27	$786 - (23 * 19 + 7) = 158$	39	2	41	7,544
28	28	$786 - (23 * 20 + 7) = 135$	33	3	34	6,256
29	29	$786 - (23 * 21 + 7) = 112$	28	0	28	5,152
30	30	$786 - (23 * 22 + 7) = 89$	22	1	22	4,048
31	31	$786 - (23 * 23 + 7) = 66$	16	2	17	3,128
32	32	$786 - (23 * 24 + 7) = 43$	10	3	11	2,024
33	33	$786 - (23 * 25 + 7) = 20$	5	0	5	920
योग					3113	5,72,792

जाँच की ओर

[1]  $S = 786$   $d = 1$  से  $(a + 2b + c = 776)$

$a = x$  लिये जाने पर  $b = 3d + x + 2$ ,  $c = [S - (16d + 3x + 4)]$ ,  $(b + 4d) = x + 7d + 2$

$a = x$ ,  $b = x + 5$ ,  $c = [786 - (16 * 1 + 3x + 4)] = 766 - 3x$   $(b + 4d) = x + 9$

$[c - (b + 4d)] = 757 - 4x$

$a = x = 1$  लिये जाने पर  $b = 6$ ,  $c = 763$   $(b + 4d) = 10$   $[c - (b + 4d)] = 753$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
c	763	760	757	754	751	748	745	742	739	736	733	730	727	724	721

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
c	718	715	712	709	706	703	700	697	694	691	688	685	682	679	676

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
c	673	670	667	664	661	658	655	652	649	646	643	640	637	634	631

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65
c	628	625	622	619	616	613	610	607	604	601	598	595	592	589	586

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
c	583	580	577	574	571	568	565	562	559	556	553	550	547	544	541

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
c	538	535	532	529	526	523	520	517	514	511	508	505	502	499	496

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
c	493	490	487	484	481	478	475	472	469	466	463	460	457	454	451

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
b	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125
c	448	445	442	439	436	433	430	427	424	421	418	415	412	409	406

	121	122	123	124	125	126	237	128	129	130	131	132	133	134	135
a	121	122	123	124	125	126	237	128	129	130	131	132	133	134	135
b	126	237	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
c	403	400	397	394	391	388	385	382	379	376	373	370	367	364	361

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
b	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155
c	358	355	352	349	346	343	340	337	334	331	328	325	322	319	316

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	150	161	162	163	164	165
a	151	152	153	154	155	156	157	158	159	150	161	162	163	164	165
b	156	157	158	159	150	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
c	313	310	307	304	301	298	295	292	289	286	283	280	277	274	271

	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
a	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
b	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185
c	268	265	262	259	256	253	250	247	244	241	238	235	232	229	226

	181	182	183	184	165	186	187	188
a	181	182	183	184	165	186	187	188
b	186	187	188	189	190	191	192	193
c	223	220	217	214	211	208	205	202

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 188 जो कि  $a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c=763$  और  $[b+4d]=10$  के अन्तर मान 753 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 188 और शेषफल 1 है।  
 $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 188

प्रमाणित ।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $188 \times 184 = 34,592$

$d = 1, a = 188, b = 193, c = 202,$  से  $S = 786$  की जाँच  
 प्रथम आधार-वर्ग

a	188	189	190	191
b	193	194	195	196
	197	198	199	200
c	202	203	204	205

विशिष्ट आधार-वर्ग

188	193	189	194
190	195	191	196
197	202	198	203
199	204	200	205

विशिष्ट जादुई-वर्ग

188	200	204	194
203	195	191	197
196	202	198	190
199	189	193	205

[2]  $S = 786$   $d=2$  से  $(a+2b+c=766)$

$d \geq 2$  के प्रतिबंध पर -

$x$  लियेजाने पर  $b=3d+x+1, c = [S-(16d+3x+2)], (b+4d) = \{7d+x+1\}$

$a=x, b= x+7, c = [786 - (16 \times 2 + 3x + 2)] = 752 - 3x, (b+4d) = x+15$

$[c - (b+4d)] = [(752-3x) - (x+15)] = 737 - 4x$

$a=x=1$  लियेजाने पर  $b= 8, c = 749 (b+4d) = 16 [c-(b+4d)] = 733$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
c	749	746	743	740	737	734	731	728	725	722	719	716	713	710	707

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
c	704	701	698	695	692	689	686	683	680	677	674	671	668	665	662

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52

c	659	656	653	650	647	644	641	638	636	632	629	626	623	620	617
---	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67
c	614	611	608	605	602	599	596	593	590	587	584	581	578	575	572

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82
c	569	566	563	560	557	554	551	548	545	542	539	536	533	530	527

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97
c	524	521	518	515	512	509	506	503	500	497	494	491	488	485	482

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112
c	479	476	473	470	467	464	461	458	455	452	449	446	443	440	437

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
b	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127
c	434	431	428	425	422	419	416	413	410	407	404	401	398	395	392

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
a	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
b	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142
c	389	386	383	380	377	374	371	368	365	362	359	356	353	350	347

SSSSSSSS

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
b	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157
c	344	341	338	335	332	329	326	323	320	317	314	311	308	305	302

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	150	161	162	163	164	165
a	151	152	153	154	155	156	157	158	159	150	161	162	163	164	165
b	158	159	150	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172
c	299	296	293	290	287	284	281	278	275	272	269	266	263	260	257

	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
a	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
b	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187
c	254	251	248	245	242	239	236	233	230	227	224	221	218	215	212

	181	182	183
a	181	182	183
b	188	189	190
c	209	206	203

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 183 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c=749$  और  $[b+4d]=16$  के अन्तर मान 733 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 183 और शेषफल 1 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 183 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $183 \times 184 = 33,672$

$d = 2, a = 188, b = 190, c = 203$ , से  $S = 786$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	183	185	187	189
b	190	192	194	196
	198	200	202	204
c	203	205	207	209

विशिष्ट आधार-वर्ग

183	190	185	192
187	194	189	196
198	203	200	205
202	207	204	209

विशिष्ट जादुई-वर्ग

183	294	207	192
205	194	189	198
196	203	200	187
202	185	190	209

आगे इसी प्रकार

[33]  $S = 786$   $d = 33$  से  $(a + 2b + c = 456)$

$d \geq 2$  के प्रतिबंध पर -

$x$  लियेजाने पर  $b = 3d + x + 1, c = [S - (16d + 3x + 2)], (b + 4d) = \{7d + x + 1\}$

$a = x, b = x + 100, c = [786 - (16 \times 33 + 3x + 2)] = 256 - 3x, (b + 4d) = x + 232$

$[c - (b + 4d)] = [(256 - 3x) - (x + 232)] = 24 - 4x$

$a = x = 1$  लियेजाने पर  $b = 8, c = 253, (b + 4d) = 233, [c - (b + 4d)] = 20$

	1	2	3	4	5
a	1	2	3	4	5
b	101	102	103	104	105
c	253	250	247	244	241

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 5 जो कि

$a = x = 1$  के प्रति प्राप्त  $c = 253$  और  $[b + 4d] = 233$  के अन्तर मान 20 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 5 और शेषफल 0 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 5 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $5 \times 184 = 920$

$d = 33, a = 105, b = 141, c = 241$ , से  $S = 786$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	5	38	71	104
b	105	138	171	204
	237	270	303	336
c	241	274	307	340

विशिष्ट आधार-वर्ग

5	105	38	138
71	171	104	294
257	241	270	274
333	307	336	340

विशिष्ट जादुई-वर्ग

5	336	307	138
274	171	104	257
294	241	270	71
333	38	105	340

प्रतिबंध एवं नियम समिका- 3

$S = (a + b + 2c + 10d)$  के प्रति आकलन'

उभयनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  पर प्राप्त प्रथम एवं दूसरा 4 पदी अलग-अलग 2 समांतर श्रेणी एवं तीसरा 8 पदी 1 समांतर श्रेणी जिनके प्रथम पद क्रमशः  $a, b, c$  स्वयं में समान्तर नहीं है।

के प्रति [1]  $a, (a + d), (a + 2d), (a + 3d)$  [2]  $b, (b + d), (b + 2d), (b + 3d)$

[3]  $c, (c+d), (c+2d), (c+3d), (c+4d), (c+5d), (c+6d), (c+7d)$ , जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई-वर्ग के पंक्ति, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डबबों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान  $S = [a + b + 2c + 10d]$  होगा।

4 के यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक—

सामान्य आधार-वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
b	b+d	b+2d	b+3d
c	c+d	c+2d	c+3d
c+4d	c+5d	c+6d	e+7d

मेरी कृति ग्रंथ **छत्तीसगढ़ गणित दर्शन** के अध्याय 11 में उपरोक्त प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार-वर्ग  $\rightarrow$  विशिष्ट आधार-वर्ग  $\rightarrow$  सामान्य जादुई-वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति 4-4 अवयवों का योगमान  $S$  और उभयनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  ज्ञात होने पर प्रथम पद क्रमशः  $a, b, c$ , की सुनिश्चिता एवं यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार अवलोकित कीजिये।

2 से पूर्ण विभाज्य संख्या सम संख्या कहलाती है। सम संख्या में से सम संख्या घटाने पर सम संख्या प्राप्त होगा। विषम संख्या में से विषम संख्या घटाने पर सम संख्या प्राप्त होगा। को दृष्टिगत करने करने पर—

[1] **S सम संख्या होने पर—**

**सर्वान्तर  $d = 1$  के प्रति**  $a = 2x$  लिये जाने पर  $b = 3d + 2x + 3$ ,

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d + 4x + 3)]$$

पुनः  $x=1$  लिपे जाने पर  $a = 2x = 2$   $b = 3d + 2x + 3 = 3d + 5 = 8$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d + 4x + 3)] = \frac{1}{2} [S - (13d + 7)] = \frac{1}{2} [S - 20]$$

$$(c - b) = \frac{1}{2} [S - 20] - 8 = \frac{1}{2} [S - 36]$$

**सर्वान्तर  $d = 2$  के प्रति**  $a = 2x$  लिये जाने पर  $b = 3d + 2x + 4$ ,

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d + 4x + 4)]$$

:  $x=1$  लिपे जाने पर  $a = 2x = 2$   $b = 3d + 2x + 4 = 3d + 6 = 12$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d + 4x + 4)] = \frac{1}{2} [S - (13d + 8)] = \frac{1}{2} [S - 34]$$

$$(c - b) = \frac{1}{2} [S - 34] - 12 = \frac{1}{2} [S - 58]$$

**आगे सर्वान्तर  $d \geq 3$  के प्रति**

1. सर्वान्तर  $d$  के सम संख्या होने के प्रति  $a = 2x$  लिये जाने पर  $b = 3d + 2x + 2$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d + 4x + 2)]$$

पुनः  $x=1$  लिपे जाने पर  $a = 2x = 2$   $b = 3d + 2x + 2 = 3d + 4$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d + 4x + 2)] = \frac{1}{2} [S - (13d + 6)]$$

$$(c - b) = \frac{1}{2} [S - (13d + 6)] - (3d + 4) = \frac{1}{2} [S - (19d + 14)]$$

2. सर्वान्तर  $d$  के विषम संख्या होने के प्रति—  $a = 2x$  लिये जाने पर  $b = 3d + 2x + 1$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d + 4x + 1)]$$

पुनः  $x=1$  लिपे जाने पर  $a = 2x = 2$   $b = 3d + 2x + 1 = 3d + 3$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d + 4x + 1)] = \frac{1}{2} [S - (13d + 5)]$$

पुनः  $x=1$  लिपे जाने पर  $a = 2x = 2$   $b = 3d + 2x + 1 = 3d + 3$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d + 4x + 1)] = \frac{1}{2} [S - (13d + 5)]$$

$$(c-b) = \frac{1}{2} [S - (13d+5)] - (3d+3) = \frac{1}{2} [S - (19d+11)]$$

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_r$  के प्रति  $[c-b] = \frac{1}{2} [(S-14) - 19d]$  को दृष्टिगत करने पर-

$d_r = [(S-14) \div 19]$  की संक्रिया से-शून्यतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  होगा। जबकि शून्य शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  का उना  $(r-1)$  होगा।

[2]  $S$  विषम संख्या होने पर-

सर्वान्तर  $d = 1$  के प्रति  $a=2x$  लिये जाने पर  $b=3d+2x+2$ ,

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+2)]$$

पुनः  $x=1$  लिपे जाने पर  $a=2x=2$   $b=3d+2x+2 = 3d+4 = 7$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+2)] = \frac{1}{2} [S - (13d+6)] = \frac{1}{2} [S - 19]$$

$$(c-b) = \frac{1}{2} [S - 19] - 7 = \frac{1}{2} [S - 33]$$

सर्वान्तर  $d=2$  के प्रति  $a=2x$  त्रि लिये जाने पर  $b=3d+2x+1$ ,

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)]$$

:  $x=1$  लिपे जाने पर  $a=2x=2$   $b=3d+2x+1 = 3d+3 = 9$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)] = \frac{1}{2} [S - (13d+5)] = \frac{1}{2} [S - 31]$$

$$(c-b) = \frac{1}{2} [S - 31] - 9 = \frac{1}{2} [S - 49]$$

आगे सर्वान्तर  $d \geq 3$  के प्रति

1. सर्वान्तर  $d$  के सम संख्या होने के प्रति  $a=2x$  लिये जाने पर  $b=3d+2x+1$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)]$$

पुनः  $x=1$  लिपे जाने पर  $a=2x=2$   $b=3d+2x+1 = 3d+3$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)] = \frac{1}{2} [S - (13d+5)]$$

$$(c-b) = \frac{1}{2} [S - (13d+5)] - (3d+3) = \frac{1}{2} [S - (19d+11)]$$

2. सर्वान्तर  $d$  के विषम संख्या होने के प्रति-  $a=2x$  लिये जाने पर  $b=3d+2x+2$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+2)]$$

पुनः  $x=1$  लिपे जाने पर  $a=2x=2$   $b=3d+2x+2 = 3d+4$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+2)] = \frac{1}{2} [S - (13d+6)]$$

$$(c-b) = \frac{1}{2} [S - (13d+6)] - (3d+4) = \frac{1}{2} [S - (19d+14)]$$

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_m$  के प्रति  $[c-b] = \frac{1}{2} [(S-11) - 19d]$  को दृष्टिगत करने पर-

$d_m = [(S-11) \div 19]$  की संक्रिया से-शून्यतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  होगा। जबकि शून्य शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  का उना  $(r-1)$  होगा।

**ध्यानाकर्षण**  $S$  के सम एवं विषम मानों के प्रति-

किसी सर्वान्तर  $d$  के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्राप्ती क्रम में  $x$  वें क्रम का प्रथम पद  $a_x = 2x$  होगा।

**किसी सर्वान्तर  $d$  के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या**  $P = \{c-b\} \div 2$  की संक्रिया से

प्राप्त भागफल  $r$  एवं शेषफल  $q$  को दृष्टिगत करते हुये निम्नानुसार सुनिश्चित होगा।

1. शेषफल  $q = 0$  औ प्राप्त होने पर - भागफल  $r$

2. शेषफल  $1$  प्राप्त होने पर - भागफल  $r$  का आगर  $(r+1)$  होगा।

विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या  $= P * 184$  का गुणनफल होगा।

**पृष्ठ 17**  $\Psi$  सर्वान्तर  $d$  के प्रति सामान्य आधार-वर्ग विस्तार में  $(b-a)$  एवं  $(c-b) = 0, d, 2d, 3d$  हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः  $(a$  और  $b)$  एवं  $(b$  और  $c)$  पंक्ति के क्रमशः  $(4-4), (3-3), (2-2), (1-1)$  अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे।

$S=786$  के प्रति—  $S=786$  सम संख्या है।

सर्वान्तर का अधिकतम मान  $d_m$  की गणना—

$$d_m = [(S - 14) \div 19] = 772 \div 19 \text{ की संक्रिया}$$

से— शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r=40$  होगा।

तब  $S=786$  के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1 से 40 तक के लिये—

**सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।**

क्रमांक	सर्वान्तर $d$	सर्वान्तर $d$ के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर— प्रतिबंधानुसार मान्य $(c-b)$ $d=1$ के प्रति $-\frac{1}{2}[S - 36]$ $d=2$ के प्रति $-\frac{1}{2}[S - 58]$ $d \geq 3$ के सम संख्या होने के प्रति— $\frac{1}{2}[S - (19d+14)]$ $d \geq 3$ के विषम संख्या होने के प्रति— $\frac{1}{2}[S - (19d+11)]$	[[ $(c-b) \div 2$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $m*184$
			भागफल $r$	शेषफल $q$		
1	1	$\frac{1}{2}[786 - 36] = 375$	187	1	188	34,592
2	2	$\frac{1}{2}[786 - 58] = 364$	182	0	182	33,488
3	3	$\frac{1}{2}[786 - (19*3+11)] = 359$	179	1	180	33,120
4	4	$\frac{1}{2}[786 - (19*4+14)] = 348$	174	0	174	32,016
5	5	$\frac{1}{2}[786 - (19*5+11)] = 340$	170	0	170	31,280
6	6	$\frac{1}{2}[786 - (19*6+14)] = 329$	164	1	165	30,360
7	7	$\frac{1}{2}[786 - (19*7+11)] = 321$	160	1	161	29,624
8	8	$\frac{1}{2}[786 - (19*8+14)] = 310$	155	0	155	28,520
9	9	$\frac{1}{2}[786 - (19*9+11)] = 302$	151	0	151	27,784
10	10	$\frac{1}{2}[786 - (19*10+14)] = 291$	145	1	146	26,864
11	11	$\frac{1}{2}[786 - (19*11+11)] = 283$	141	1	142	26,128
12	12	$\frac{1}{2}[786 - (19*12+14)] = 272$	136	0	136	25,024
13	13	$\frac{1}{2}[786 - (19*13+11)] = 264$	132	0	132	24,288
14	14	$\frac{1}{2}[786 - (19*14+14)] = 253$	126	1	127	23,368
15	15	$\frac{1}{2}[786 - (19*15+11)] = 245$	122	1	123	22,632
16	16	$\frac{1}{2}[786 - (19*16+14)] = 234$	117	0	117	21,528
17	17	$\frac{1}{2}[786 - (19*17+11)] = 226$	113	0	113	20,792

18	18	$\frac{1}{2} [786 - (19*18+14)]$	= 215	107	1	108	19,872
19	19	$\frac{1}{2} [786 - (19*19+11)]$	= 207	103	1	104	19,136
20	20	$\frac{1}{2} [786 - (19*20+14)]$	= 196	98	0	98	18,032
21	21	$\frac{1}{2} [786 - (19*21+11)]$	= 188	94	0	94	17,296
22	22	$\frac{1}{2} [786 - (19*22+14)]$	= 177	88	1	89	16,376
23	23	$\frac{1}{2} [786 - (19*23+11)]$	= 169	84	1	85	15,640
24	24	$\frac{1}{2} [786 - (19*24+14)]$	= 158	79	0	79	14,536
25	25	$\frac{1}{2} [786 - (19*25+11)]$	= 150	75	0	75	13,800
26	26	$\frac{1}{2} [786 - (19*26+14)]$	= 139	69	1	70	12,880
27	27	$\frac{1}{2} [786 - (19*27+11)]$	= 131	65	1	66	12,144
28	28	$\frac{1}{2} [786 - (19*28+14)]$	= 120	60	0	60	11,040
29	29	$\frac{1}{2} [786 - (19*29+11)]$	= 112	56	0	56	10,304
30	30	$\frac{1}{2} [786 - (19*30+14)]$	= 101	50	1	51	9,384
31	31	$\frac{1}{2} [786 - (19*31+11)]$	= 93	46	1	47	8,648
32	32	$\frac{1}{2} [786 - (19*32+14)]$	= 82	41	0	41	7,544
33	33	$\frac{1}{2} [786 - (19*33+11)]$	= 74	37	0	37	6,808
34	34	$\frac{1}{2} [786 - (19*34+14)]$	= 63	31	1	32	5,888
35	35	$\frac{1}{2} [786 - (19*35+11)]$	= 55	27	1	28	5,152
26	26	$\frac{1}{2} [786 - (19*36+14)]$	= 44	22	0	22	4,048
37	37	$\frac{1}{2} [786 - (19*37+11)]$	= 36	18	0	18	3,312
38	38	$\frac{1}{2} [786 - (19*38+14)]$	= 25	12	1	13	2,392
39	39	$\frac{1}{2} [786 - (19*39+11)]$	= 17	8	1	9	1,656
40	40	$\frac{1}{2} [786 - (19*40+14)]$	= 6	3	0	3	552
<b>योग</b>						<b>3857</b>	<b>7,09,688</b>

[1]  $S = 786$  सम संख्या  $d=1$  से  $(a+b+2c=776)$

सर्वान्तर  $d = 1$  के प्रति  $x=1$ ,  $a=2x=2$  लिये जाने पर  $b=3d+2x+3 = 6+2x=8$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+3)] = \frac{1}{2} [786 - (16+4x)] = 385 - 2x = 383 \quad (c-b) = 375$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
b	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36
c	383	381	379	377	375	373	371	369	367	365	363	361	359	357	355

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
b	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60	62	64	66
c	353	351	349	347	345	343	341	339	337	335	333	331	329	327	325

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90
b	68	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90	92	94	96
c	323	321	319	317	315	313	311	309	307	305	303	301	299	297	295

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120
b	98	100	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120	122	124	126
c	293	291	289	287	285	283	281	279	277	275	273	271	269	267	265

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	122	124	126	128	130	132	134	136	138	140	142	144	146	148	150
b	128	130	132	134	136	138	140	142	144	146	148	150	152	154	156
c	263	261	259	257	255	253	251	249	247	245	243	241	239	237	235

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	152	154	156	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180
b	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180	182	184	186
c	233	231	229	227	225	223	221	219	217	215	213	211	209	207	205

	91	92	93	94	95	86	97	98	99	100	101	192	103	104	105
a	182	184	186	188	190	192	194	196	198	200	202	204	206	208	210
b	188	190	192	194	196	198	200	202	204	206	208	210	212	214	216
c	203	201	199	197	195	193	191	189	187	185	183	181	179	177	175

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	212	214	216	218	220	222	224	226	228	230	232	234	236	238	240
b	218	220	222	224	226	228	230	232	234	236	238	240	242	244	246
c	173	171	169	167	165	163	161	159	157	155	153	151	149	147	145

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
a	242	244	246	248	250	252	254	256	258	260	262	264	266	268	270
b	248	250	252	254	256	258	260	262	264	266	268	270	272	274	276
c	143	141	139	137	135	133	131	129	127	125	123	121	119	117	115

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	272	274	276	278	280	282	284	286	288	290	292	294	296	298	300
b	278	280	282	284	286	288	290	292	294	296	298	300	302	304	306
c	113	111	109	107	105	103	101	99	97	95	93	91	89	87	85

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
a	302	304	309	308	310	312	314	316	318	320	322	324	326	328	330
b	308	310	312	314	316	318	320	322	324	326	328	330	332	334	336
c	83	81	79	77	75	73	71	69	67	65	63	61	59	57	55

	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
a	332	34	336	338	349	342	344	346	348	350	352	354	356	358	360
b	338	340	342	344	346	348	350	352	354	356	358	360	362	364	366
c	53	51	49	47	45	43	41	39	37	35	33	31	29	27	25

	181	182	183	184	185	186	187	188
a	362	364	366	368	370	372	374	376
b	368	370	372	374	376	378	380	382
c	23	21	19	17	15	13	11	9

प्रथम म आधार-वर्ग की संख्या 188 जो कि  $a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c=383$  और  $b=8$  के अन्तर मान 375 को 2 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 187 और शेषफल 1 है ।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल

187 का आगर 188 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $188 \times 184 = 34,592$

$d = 1$   $a = 376$ ,  $b = 382$ ,  $c = 9$ , से  $S = 786$  की जाँच  
प्रथम आधार-वर्ग

a	376	377	378	379
b	382	383	384	385
c	9	10	11	12
	13	14	15	16

विशिष्ट आधार-वर्ग

376	382	377	383
378	384	379	385
9	13	10	14
11	15	12	16

विशिष्ट जादुई-वर्ग

376	12	15	383
14	384	379	9
385	13	10	378
11	377	382	16

[2]  $S = 786$  सम संख्या  $d=2$  से  $(a+b+2c=766)$

सर्वान्तर  $d = 2$  के प्रति  $x=1$ ,  $a=2x=2$  लिये जाने पर  $b=3d+2x+4 = 10+2x = 12$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+4)] = \frac{1}{2} [786 - (30+4x)] = 378 - 2x = 376 \quad (c-b) = 364 -$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
b	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
c	376	374	372	370	368	366	364	362	360	358	356	354	352	350	348

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
b	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60	62	64	66	68	70
c	346	344	342	340	338	336	334	332	330	328	326	324	322	320	318

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90
b	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90	92	94	96	98	100
c	316	314	312	310	308	306	304	302	300	298	296	294	292	290	288

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120
b	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120	122	124	126	128	130
c	286	284	282	280	278	276	274	272	270	268	266	264	262	260	258

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	122	124	126	128	130	132	134	136	138	140	142	144	146	148	150
b	132	134	136	138	140	142	144	146	148	150	152	154	156	158	160
c	256	254	252	250	248	246	244	242	240	238	236	234	232	230	228

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	152	154	156	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180
b	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180	182	184	186	188	190
c	226	224	222	220	218	216	214	212	210	208	206	204	204	200	198

	91	92	93	94	95	86	97	98	99	100	101	192	103	104	105
a	182	184	186	188	190	192	194	196	198	200	202	204	206	208	210
b	192	194	196	198	200	202	204	206	208	210	212	214	216	218	220
c	196	194	192	190	188	186	184	182	180	178	176	174	172	170	168
	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	212	214	216	218	220	222	224	226	228	230	232	234	236	238	240
b	222	224	226	228	230	232	234	236	238	240	242	244	246	248	250
c	166	164	162	160	158	156	154	152	150	148	146	144	142	140	138

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
a	242	244	246	248	250	252	254	256	258	260	262	264	266	268	270
b	252	254	256	258	260	262	264	266	268	270	272	274	276	278	280
c	136	134	132	130	128	126	124	122	120	118	116	114	112	110	108

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	272	274	276	278	280	282	284	286	288	290	292	294	296	298	300
b	282	284	286	288	290	292	294	296	298	300	302	304	306	308	310
c	106	104	102	100	98	96	94	92	90	88	86	84	82	80	78

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
a	302	304	309	308	310	312	314	316	318	320	322	324	326	328	330
b	312	314	316	318	320	322	324	326	328	330	332	334	336	338	340
c	76	74	72	70	68	66	64	62	60	58	56	54	52	50	48

	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
a	332	34	336	338	349	342	344	346	348	350	352	354	356	358	360
b	342	344	346	348	350	352	354	356	358	360	362	364	366	368	370
c	46	44	42	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22	20	18

	181	182
a	362	364
b	372	374
c	16	14

प्रथम म आधार-वर्ग की संख्या 182 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c=376$  और  $b=12$  के अन्तर मान 364 को 2 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 182 और शेषफल 0 है।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 182 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $182 \times 184 = 33,488$

$d = 2$   $a = 364$ ,  $b = 374$ ,  $c = 14$ , से  $S = 786$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग				
a	364	366	368	370
b	374	376	378	380
c	14	16	18	20
	22	24	26	28

विशिष्ट आधार-वर्ग			
364	374	366	376
368	378	370	380
14	22	16	26
18	26	20	28

विशिष्ट जादुई-वर्ग			
364	20	26	376
26	378	370	14
380	22	16	368
18	366	374	28

[3]  $S = 786$  सम संख्या  $d = 3$  से ( $a + b + 2c = 756$ )

सर्वान्तर  $d = 3$  के प्रति  $x = 1$ ,  $a = 2x = 2$  लिये जाने पर  $b = 3d + 2x + 1 = 10 + 2x = 12$

$c = \frac{1}{2} [S - (13d + 4x + 1)] = \frac{1}{2} [786 - (40 + 4x)] = 373 - 2x = 371$   $(c - b) = 359$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
b	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
c	371	369	367	365	363	361	359	357	355	353	351	349	347	345	343

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
b	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60	62	64	66	68	70
c	341	339	337	335	333	331	329	327	325	323	321	319	317	315	313

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90
b	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90	92	94	96	98	100
c	311	309	307	305	303	301	299	297	295	293	291	289	287	285	283

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120
b	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120	122	124	126	128	130
c	281	279	277	275	273	271	269	267	265	263	261	259	257	255	253

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	122	124	126	128	130	132	134	136	138	140	142	144	146	148	150
b	132	134	136	138	140	142	144	146	148	150	152	154	156	158	160
c	251	249	247	245	243	241	239	237	235	233	231	229	227	225	223

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	152	154	156	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180
b	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180	182	184	186	188	190
c	221	219	217	215	213	211	209	207	205	203	201	199	197	195	193

	91	92	93	94	95	86	97	98	99	100	101	192	103	104	105
a	182	184	186	188	190	192	194	196	198	200	202	204	206	208	210
b	192	194	196	198	200	202	204	206	208	210	212	214	216	218	220
c	191	189	187	185	183	181	179	177	175	173	171	169	167	165	163

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	212	214	216	218	220	222	224	226	228	230	232	234	236	238	240
b	222	224	226	228	230	232	234	236	238	240	242	244	246	248	250
c	161	159	157	155	153	151	149	147	145	143	141	139	137	135	133

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
a	242	244	246	248	250	252	254	256	258	260	262	264	266	268	270
b	252	254	256	258	260	262	264	266	268	270	272	274	276	278	280
c	131	129	127	125	123	121	119	117	115	113	111	109	107	105	103

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	272	274	276	278	280	282	284	286	288	290	292	294	296	298	300
b	282	284	286	288	290	292	294	296	298	300	302	304	306	308	310
c	101	99	97	95	93	91	89	87	85	83	81	79	77	75	73

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
a	302	304	309	308	310	312	314	316	318	320	322	324	326	328	330
b	312	314	316	318	320	322	324	326	328	330	332	334	336	338	340
c	71	69	67	65	63	61	59	57	55	53	51	49	47	45	43

	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
a	332	34	336	338	349	342	344	346	348	350	352	354	356	358	360
b	342	344	346	348	350	352	354	356	358	360	362	364	366	368	370
c	41	39	37	35	33	31	29	27	25	23	21	19	17	15	13

प्रथम म आधार-वर्ग की संख्या 180 जो कि

$a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c=371$  और  $b=12$  के अन्तर मान 359 को 2 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 179 और शेषफल 1 है।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 179 का अगर 180 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $180 \times 184 = 33,120$

$d = 3$   $a = 360$ ,  $b = 370$ ,  $c = 13$ , से  $S = 786$  की जाँच

	प्रथम आधार-वर्ग				विशिष्ट आधार-वर्ग				विशिष्ट जादुई-वर्ग			
a	360	363	366	369	360	370	363	373	360	22	31	373
b	370	373	376	379	366	376	369	379	28	376	369	13
c	13	16	19	22	13	25	16	28	379	25	16	366
	25	28	31	34	19	31	22	34	19	363	370	34

[4]  $S = 786$  सम संख्या  $d=4$  से  $(a+b+2c=746)$

सर्वान्तर  $d = 4$  के प्रति  $x=1$ ,  $a=2x=2$  लिये जाने पर  $b=3d+2x+2 = 14+2x = 16$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+2)] = \frac{1}{2} [786 - (54+4x)] = 366 - 2x = 364 \quad (c-b) = 348$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
b	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44
c	364	362	360	358	356	354	352	350	348	346	344	342	340	338	336

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
b	46	48	50	52	54	56	58	60	62	64	66	68	70	72	74
c	334	332	330	328	326	324	322	320	318	316	314	312	310	308	306

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90
b	76	78	80	82	84	86	88	90	92	94	96	98	100	102	104
c	304	302	300	298	296	294	292	290	288	286	284	282	280	278	276

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120
b	106	108	110	112	114	116	118	120	122	124	126	128	130	132	134
c	274	272	270	268	266	264	262	260	258	256	254	252	250	248	246

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	122	124	126	128	130	132	134	136	138	140	142	144	146	148	150
b	136	138	140	142	144	146	148	150	152	154	156	158	160	162	164
c	244	242	240	238	236	234	232	230	228	226	224	222	220	218	216

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	152	154	156	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180
b	166	168	170	172	174	176	178	180	182	184	186	188	190	192	194
c	214	212	210	208	206	204	204	200	198	196	194	192	190	188	186

	91	92	93	94	95	86	97	98	99	100	101	192	103	104	105
a	182	184	186	188	190	192	194	196	198	200	202	204	206	208	210
b	196	198	200	202	204	206	208	210	212	214	216	218	220	222	224
c	184	182	180	178	176	174	172	170	168	166	164	162	160	158	156

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	212	214	216	218	220	222	224	226	228	230	232	234	236	238	240
b	226	228	230	232	234	236	238	240	242	244	246	248	250	252	254
c	154	152	150	148	146	144	142	140	138	136	134	132	130	128	126

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
a	242	244	246	248	250	252	254	256	258	260	262	164	266	268	270
b	256	258	260	262	164	266	268	270	272	274	276	278	280	282	284
c	124	122	120	118	116	114	112	110	108	106	104	102	100	98	96

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	272	274	276	278	280	282	284	286	288	290	292	294	296	298	300
b	286	288	290	292	294	296	298	300	302	304	306	308	310	312	314
c	94	92	90	88	86	84	82	80	78	76	74	72	70	68	66

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
a	302	304	309	308	310	312	314	316	318	320	322	324	326	328	330
b	316	318	320	322	324	326	328	330	332	334	336	338	340	342	344
c	64	62	60	58	56	54	52	50	48	46	44	42	40	38	36

	166	167	168	169	170	171	172	173	174
a	332	334	336	338	349	342	344	346	348
b	346	348	350	352	354	356	358	360	362
c	34	32	30	28	26	24	22	20	18

प्रथम म आधार-वर्ग की संख्या 174 जो कि  $a=x=1$  के प्रति प्राप्त  $c=364$  और  $b=16$  के अन्तर मान 348 को 2 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 174 और शेषफल 0 है ।

$\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 174 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $182 \times 184 = 33,488$

$d = 2$   $a = 348$ ,  $b = 362$ ,  $c = 18$ , से  $S = 786$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	348	352	356	360
b	362	366	370	374
c	18	22	26	30
	34	38	42	46

विशिष्ट आधार-वर्ग

348	362	352	366
356	370	360	374
18	34	22	38
26	42	30	46

विशिष्ट जादुई-वर्ग

348	30	42	366
38	370	360	18
374	34	22	356
26	352	362	46

आगे इसी प्रकार

-----

-----

[39]  $S = 786$  सम संख्या  $d = 39$  से ( $a + b + 2c = 396$ )

सर्वान्तर  $d \geq 3$  के प्रति  $x = 1$ ,  $a = 2x = 2$  लिये जाने पर  $b = 3d + 2x + 1 = 118 + 2x = 120$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d + 4x + 1)] = \frac{1}{2} [786 - (508 + 4x)] = 139 - 2x = 137 \quad (c - b) = 17$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	2	4	6	8	10	12	14	16	18
b	120	122	124	126	128	130	132	134	136
c	137	135	133	131	129	127	125	123	121

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 9 जो कि

$a = x = 1$  के प्रति प्राप्त  $c = 137$  और  $b = 120$  के अन्तर मान 17 को 2 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 8 और शेषफल 1 है ।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 8 का आगर 9 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $9 \times 184 = 1,656$

$d = 39, a = 18, b = 136, c = 121$ , से  $S = 786$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग				
a	18	57	96	135
b	136	175	214	253
c	121	160	199	238
	277	316	355	394

विशिष्ट आधार-वर्ग			
18	136	57	175
96	214	135	253
121	277	160	316
199	355	238	394

विशिष्ट जादुई-वर्ग			
18	238	355	175
316	214	135	121
253	277	160	96
199	57	136	394

[40]  $S = 786$  सम संख्या  $d = 40$  से  $(a + b + 2c = 386)$

सर्वान्तर  $d \geq 3$  के प्रति  $x = 1$ ,  $a = 2x = 2$  लिये जाने पर  $b = 3d + 2x + 2 = 122 + 2x = 124$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d + 4x + 2)] = \frac{1}{2} [786 - (522 + 4x)] = 132 - 2x = 130 \quad (c - b) = 6$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3
a	2	4	6
b	124	126	128
c	130	128	126

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 3 जो कि

$a = x = 1$  के प्रति प्राप्त  $c = 130$  और  $b = 124$  के अन्तर मान 6 को 2 से विभजित करने पर

प्राप्त भागफल 3 और शेषफल 0 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 3

प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $3 \times 184 = 552$

$d = 40, a = 6, b = 128, c = 126$ , से  $S = 786$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग				
a	6	46	86	126
b	128	168	208	248
c	126	166	206	246
	286	326	366	406

विशिष्ट आधार-वर्ग			
6	128	46	168
86	208	126	248
126	286	166	326
206	366	246	406

विशिष्ट जादुई-वर्ग			
6	246	366	168
326	208	126	126
248	286	166	86
206	46	128	406

### 3 ■ प्रतिबंध एवं नियम समिका - 1

$S = (3a + b + 18d)$  के प्रति आकलन'

उभयनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  पर प्राप्त प्रथम 12 पदी 1 समांतर श्रेणी एवं दूसरा 4 पदी समांतर श्रेणी है।

के प्रति

[1]  $a, (a + d), (a + 2d), (a + 3d), (a + 4d), (a + 5d), (a + 6d), (a + 7d), (a + 8d), (a + 9d), (a + 10d), (a + 11d),$

[2]  $b, (b + d), (b + 2d), (b + 3d)$  जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई-वर्ग के पंक्ति, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डबबों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान  $S = [3a + b + 18d]$  होगा।

4 के यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक-

सामान्य आधार-वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
a+4d	a+5d	a+6d	a+7d
a+8d	a+9d	a+10d	a+11d
b	b+d	b+2d	b+3d

मेरी कृति ग्रंथ छत्तीसगढ़ गणित दर्शन के अध्याय 11 में उपरोक्त प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार-वर्ग  $\rightarrow$  विशिष्ट आधार-वर्ग  $\rightarrow$  सामान्य जादुई-वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति 4-4 अवयवों का योगमान  $S$  और उभयनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  ज्ञात होकर प्रथम पद क्रमशः  $a, b$ , की सुनिश्चिता एवं यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम

आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार अवलोकित कीजिये।

सर्वान्तर  $d \geq 1$  के प्रति  $a=x$  लिये जाने पर  $b = [S - (18d + 3a)] = b = [(S-3x) - 18d]$

पुनः  $a=x=1$  लिये जाने पर  $b = [(S-3x) - 18d] = [(S-3) - 18d]$

$$[b - (a+8d)] = [(S-4) - 26d]$$

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_m = [(S-4) \div 26]$  की संक्रिया से शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  होगा। जबकि शून्य शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  का उना  $(r-1)$  होगा।

सर्वान्तर  $d$  के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना-

$[(S-4) - 26d] \div 4$  की संक्रिया से-

1. शेषफल  $q = 0$  और 1 प्राप्त होने पर - भागफल  $r$

2. शेषफल 2 और 3 प्राप्त होने पर - भागफल  $r$  का आगर  $(r+1)$  होगा।

विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या  $= P * 184$  का गुणनफल होगा।

पृष्ठ 17  $\Psi$  सर्वान्तर  $d$  के प्रति सामान्य आधार-वर्ग विस्तार में  $(b-a)$  एवं  $(c-b) = 0, d, 2d, 3d$  हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः  $(a$  और  $b)$  एवं  $(b$  और  $c)$  पक्ति के क्रमशः  $(4-4), (3-3), (2-2), (1-1)$  अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे। सर्वान्तर 1 पर 16 पदी एक समान्तर श्रेढी का प्रतिरूपण प्राप्त हो सकता है।

जाँच की ओर

[1]  $S = 786$  सम संख्या  $d=1$  से  $(3a+b = 768)$

$S = 786$  के प्रति-

सर्वान्तर का अधिकतम मान  $d_m$  की गणना-

$d_m = [(S-4) \div 26] = [782 \div 26]$  की संक्रिया से शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r = 30$  होगा।

तब  $S = 786$  के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1 से 30 तक के लिये-  
सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर $d$	सर्वान्तर $d$ के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार मान्य $[b - (a+8d)] = [782 - 26d]$	$[b - (a+8d)] \div 4$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या $P$	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $m*184$
			भागफल $r$	शेषफल $q$		
1	1	$[782 - 26*1] = 756$	189	0	189	34,776
2	2	$[782 - 26*2] = 730$	182	2	183	33,672
3	3	$[782 - 26*3] = 704$	176	0	176	32,384
4	4	$[782 - 26*4] = 678$	169	2	170	31,280
5	5	$[782 - 26*5] = 652$	163	0	164	30,176
6	6	$[782 - 26*6] = 626$	156	2	157	28,888
7	7	$[782 - 26*7] = 600$	150	0	150	27,600
8	8	$[782 - 26*8] = 574$	143	2	144	26,496
9	9	$[782 - 26*9] = 548$	137	0	137	25,208
10	10	$[782 - 26*10] = 522$	130	2	131	24,104
11	11	$[782 - 26*11] = 496$	124	0	124	22,816
12	12	$[782 - 26*12] = 470$	117	2	118	21,712
13	13	$[782 - 26*13] = 444$	111	0	111	20,424

14	14	[782 - 26*14]	=	418	104	2	105	19,320
15	15	[782 - 26*15]	=	392	98	0	98	18,032
16	16	[782 - 26*16]	=	366	91	2	92	16,928
17	17	[782 - 26*17]	=	340	85	0	85	15,640
18	18	[782 - 26*18]	=	314	78	2	79	14,536
19	19	[782 - 26*19]	=	288	72	0	72	13,248
20	20	[782 - 26*20]	=	262	65	2	66	12,144
21	21	[782 - 26*21]	=	236	59	0	59	10,856
22	22	[782 - 26*22]	=	210	52	2	53	9,752
23	23	[782 - 26*23]	=	184	46	0	46	8,464
24	24	[782 - 26*24]	=	158	39	2	39	7,176
25	25	[782 - 26*25]	=	132	33	0	33	6,072
26	26	[782 - 26*26]	=	106	26	2	27	4,968
27	27	[782 - 26*27]	=	80	20	0	20	3,680
28	28	[782 - 26*28]	=	54	13	2	14	2,576
29	29	[782 - 26*29]	=	28	7	0	7	1,288
30	30	[782 - 26*30]	=	2	0	2	1	184
<b>यज्ञैः</b>							<b>2,850</b>	<b>5,24,400</b>

८

पाँच की ओर

[1]  $S = 786$   $d = 1$  से  $(3a + b = 768)$

$$a = x = 1 \text{ लियेजाने पर } b = [(S - 3x) - 18d] = [(786 - 3) - 18 * 1] = 783 - 18 = 765$$

$$-(a + 8d) = 9 \quad [b - (a + 8d)] = 756$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	765	762	759	756	753	750	747	744	741	738	735	732	729	726	723

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	720	717	714	711	708	705	702	699	696	693	690	687	684	681	678

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	675	672	669	666	663	660	657	654	651	648	645	642	639	636	633

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	630	627	624	621	618	615	612	609	606	603	600	597	594	591	588

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	585	582	579	576	573	570	567	564	561	558	555	552	549	546	543

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	540	537	534	531	528	525	522	519	516	513	510	507	504	501	498

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	495	492	489	486	483	480	477	474	471	468	465	462	459	456	453

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
b	450	447	444	441	438	435	432	429	426	423	420	417	414	411	408

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
a	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
b	405	402	399	396	393	390	387	384	381	378	375	372	369	366	363

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
b	360	357	354	351	348	345	342	339	336	333	330	327	324	321	318

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
a	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
b	315	312	309	306	303	300	297	294	291	288	285	282	279	276	273

	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
a	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
b	270	267	264	261	258	255	252	249	246	243	240	237	234	231	228

	181	182	183	184	185	186	187	188	189
a	181	182	183	184	185	186	187	188	189
b	225	222	219	216	213	210	207	204	201

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 189 जो कि

$x = a = 1$  के प्रति प्राप्त  $b = 765$  और  $(a+8d) = (1+8) = 9$  के अन्तर मान 756 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 189 और शेषफल 0 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 189 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $189 \times 184 = 34,776$

$d = 1, a = 189, b = 201$ , से  $S = 786$  की जाँच

	प्रथम आधार-वर्ग				विशिष्ट आधार-वर्ग				विशिष्ट जादुई-वर्ग			
a	189	190	191	192	189	193	190	194	189	200	203	194
	193	194	195	196	191	195	192	196	202	195	192	197
	197	198	199	200	197	201	198	202	196	201	198	191
b	201	202	203	204	199	203	200	204	199	190	193	204

[2]  $S = 786$   $d = 1$  से  $(3a + b = 750)$

$$a = x = 1 \text{ लिये जाने पर } b = [(S - 3x) - 18d] = [(786 - 3) - 18 \times 2] = 783 - 36 = 747$$

$$(a + 8d) = 17 \quad [b - (a + 8d)] = 730$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	747	744	741	738	735	732	729	726	723	720	717	714	711	708	705

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	702	699	696	693	690	687	684	681	678	675	672	669	666	663	660

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	657	654	651	648	645	642	639	636	633	630	627	624	621	618	615

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	612	609	606	603	600	597	594	591	588	585	582	579	576	573	570

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	567	564	561	558	555	552	549	546	543	540	537	534	531	528	525

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	522	519	516	513	510	507	504	501	498	495	492	489	486	483	480

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	477	474	471	468	465	462	459	456	453	450	447	444	441	438	435

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
b	432	429	426	423	420	417	414	411	408	405	402	399	396	393	390

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
a	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
b	387	384	381	378	375	372	369	366	363	360	357	354	351	348	345

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
b	342	339	336	333	330	327	324	321	318	315	312	309	306	303	300

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	150	161	162	153	164	165
a	151	152	153	154	155	156	157	158	159	150	161	162	153	164	165
b	297	294	291	288	285	282	279	276	273	270	267	264	261	258	255

	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
a	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
b	252	249	246	243	240	237	234	231	228	225	222	219	216	213	210

	181	182	183
a	181	182	183
b	207	204	201

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 183 जो कि

$x = a = 1$  के प्रति प्राप्त  $b = 747$  और  $(a+8d) = (1+16) = 17$  के अन्तर मान 730 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 182 और शेषफल 1 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 182 का आगर 183 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $183 \times 184 = 33,672$

$d = 2, a = 183, b = 201$ , से  $S = 786$  की जाँच  
प्रथम आधार-वर्ग

a	183	185	187	189
	191	193	195	197
	199	201	203	205
b	201	203	205	207

विशिष्ट आधार-वर्ग

183	191	185	193
187	195	189	197
199	201	201	203
203	205	205	207

विशिष्ट जादुई-वर्ग

183	205	205	193
203	195	189	199
197	201	201	187
203	185	191	207

[3]  $S = 786$   $d = 3$  से  $(3a + b = 732)$

$$a = x = 1 \text{ लिये जाने पर } b = [(S - 3x) - 18d] = [(786 - 3) - 18 \times 3] = 783 - 54 = 729$$

$$(a + 8d) = 25 \quad [b - (a + 8d)] = 704$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	729	726	723	720	717	714	711	708	705	702	699	696	693	690	687

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	684	681	678	675	672	669	666	663	660	657	654	651	648	645	642

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	639	636	633	630	627	624	621	618	615	612	609	606	603	600	597

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	594	591	588	585	582	579	576	573	570	567	564	561	558	555	552

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	549	546	543	540	537	534	531	528	525	522	519	516	513	510	507

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	504	501	498	495	492	489	486	483	480	477	474	471	468	465	462

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	459	456	453	450	447	444	441	438	435	432	429	426	423	420	417

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
b	414	411	408	405	402	399	396	393	390	387	384	381	378	375	372

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
a	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
b	369	366	363	360	357	354	351	348	345	342	339	336	333	330	327

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
b	324	321	318	315	312	309	306	303	300	297	294	291	288	285	282

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
a	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
b	279	276	273	270	267	264	261	258	255	252	249	246	243	240	237

	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176
a	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176
b	234	231	228	225	222	219	216	213	210	207	204

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 176 जो कि

$x = a = 1$  के प्रति प्राप्त  $b = 729$  और  $(a + 8d) = (1 + 24) = 25$  के अन्तर मान 704 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 176 और शेषफल 0 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 176 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $176 \times 184 = 32,384$

$d = 3, a = 176, b = 204$ , से  $S = 786$  की जाँच  
प्रथम आधार-वर्ग

a	176	179	182	185
	188	191	194	197
	200	203	206	209
b	204	207	210	213

विशिष्ट आधार-वर्ग

176	188	179	191
182	194	185	197
200	204	203	207
206	210	209	213

विशिष्ट जादुई-वर्ग

176	209	210	191
207	194	185	200
197	204	203	182
206	179	188	213

आगे इसी प्रकार

[28]  $S = 786$   $d = 28$  से  $(3a + b = 282)$

$$a = x = 1 \text{ लिये जाने पर } b = [(S - 3x) - 18d] = [(786 - 3) - 18 \times 28] = 783 - 504 = 279$$

$$(a + 8d) = 225 \quad [b - (a + 8d)] = 54$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
b	279	276	273	270	267	264	261	258	255	252	249	246	243	240

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 14 जो कि

$x = a = 1$  के प्रति प्राप्त  $b = 279$  और  $(a + 8d) = (1 + 224) = 225$  के अन्तर मान 54 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 13 और शेषफल 2 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 13 का आगर 14 प्रमाणित।  
विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $14 * 184 = 2,576$

$d = 28, a = 14, b = 240$ , से  $S = 786$  की जाँच

	प्रथम आधार-वर्ग				विशिष्ट आधार-वर्ग				विशिष्ट जादुई-वर्ग			
a	14	42	70	98	14	126	42	154	14	322	296	154
	126	154	182	210	70	182	98	210	268	182	98	238
	238	266	294	322	238	240	266	268	210	240	266	70
b	240	268	296	324	294	296	322	324	294	42	126	324

[29]  $S = 786$   $d = 29$  से  $(3a + b = 264)$

$$a = x = 1 \text{ लिये जाने पर } b = [(S - 3x) - 18d] = [(786 - 3) - 18 * 29] = 783 - 522 = 261$$

$$(a + 8d) = 233 \quad [b - (a + 8d)] = 28$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7
a	1	2	3	4	5	6	7
b	261	258	255	252	249	248	243

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 7 जो कि

$x = a = 1$  के प्रति प्राप्त  $b = 261$  और  $(a + 8d) = (1 + 232) = 233$  के अन्तर मान 28 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 7 और शेषफल 0 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 7 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $7 * 184 = 1,288$

$d = 28, a = 7, b = 243$ , से  $S = 786$  की जाँच

	प्रथम आधार-वर्ग				विशिष्ट आधार-वर्ग				विशिष्ट जादुई-वर्ग			
a	7	36	65	94	7	123	36	152	7	326	301	152
	123	152	181	210	65	181	94	210	272	181	94	239
	239	268	297	326	239	243	268	272	210	243	268	65
b	243	272	301	330	297	301	326	330	297	36	123	330

[30]  $S = 786$   $d = 30$  से  $(3a + b = 246)$

$$a = x = 1 \text{ लिये जाने पर } b = [(S - 3x) - 18d] = [(786 - 3) - 18 * 30] = 783 - 540 = 243$$

$$(a + 8d) = 241 \quad [b - (a + 8d)] = 2$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1
a	1
b	243

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 1 जो कि

$x = a = 1$  के प्रति प्राप्त  $b = 243$  और  $(a+8d) = (1+240) = 241$  के अन्तर मान 2 को 4 से विभाजित करने पर प्राप्त भागफल 0 और शेषफल 2 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 0 का आगर

1 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $1 \cdot 184 = 184$

$d = 30, a = 1, b = 243$ , से  $S = 786$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	1	31	61	91
	121	151	181	211
	241	271	301	331
b	243	273	303	333

विशिष्ट आधार-वर्ग

1	121	31	151
61	181	91	211
241	243	271	273
301	303	331	333

विशिष्ट जादुई-वर्ग

1	331	303	151
273	181	91	241
211	243	271	61
301	31	121	333

### प्रतिबंध एवं नियम समिका - 2

#### $S = (a + 3b + 18d)$ के प्रति आकलन

उभयनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  पर प्राप्त प्रथम 4 पदी 1 समांतर श्रेणी एवं दूसरा 12 पदी समांतर श्रेणी है।

के प्रति

[1]  $a, (a+d), (a+2d), (a+3d)$

[2]  $b, (b+d), (b+2d), (b+3d), (b+4d), (b+5d), (b+6d), (b+7d), (b+8d), (b+9d), (b+10d), (b+11d)$ , जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई-वर्ग के पक्वितक, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डबबों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान  $S = [a + 3b + 18d]$  होगा।

4 के यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक-

सामान्य आधार-वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
b	b+d	b+2d	b+3d
b+4d	b+5d	b+6d	b+7d
b+8d	b+9d	b+10d	b+11d

मेरी कृति ग्रंथ छत्तीसगढ़ गणित दर्शन के अध्याय 11 में उपरोक्त प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार-वर्ग  $\rightarrow$  विशिष्ट आधार-वर्ग  $\rightarrow$  सामान्य जादुई-वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति 4-4 अवयवों का योगमान  $S$  और उभयनिष्ठ सर्वान्तर  $d$  ज्ञात होने पर प्रथम पद क्रमशः  $a, b$ , की सुनिश्चिता एवं यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम

आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार अवलोकित कीजिये।

f

$S = (a + 3b + 18d)$  से  $b = \frac{1}{3}[(S - a) - 18d]$  में किसी सर्वान्तर  $d \geq 1$  एवं क्रमांक  $x$  के प्रति-

योगमान  $S$  को 3 से विभाजित करने पर-

1■ शेषफल 0 (शून्य) की प्राप्ति के प्रति -  $a = 3x, b = \frac{1}{3}[(S - 3x) - 18d]$

2■ शेषफल 1 (एक) की प्राप्ति के प्रति -  $a = 3x + 1, b = \frac{1}{3}[(S - (3x + 1)) - 18d]$

3■ शेषफल 2 (दो) की प्राप्ति के प्रति -  $a = 3x + 2, b = \frac{1}{3}[(S - (3x + 2)) - 18d]$

किसी सर्वान्तर  $d \geq 1$  एवं क्रमांक  $x = 1$  के प्रति-

1■ शेषफल 0 (शून्य) की प्राप्ति के प्रति -  $a = 3x = 3, b = \frac{1}{3}[(S - 3) - 18d]$

$$(b = a) = \frac{1}{3}[(S - 12) - 18d]$$

2■ शेषफल 1 (एक) की प्राप्ति के प्रति —  $a=3x+1=4$   $b = \frac{1}{3}[(S-4) - 18d]$   
 $(b=a) = \frac{1}{3}[(S-16) - 18d]$

3■ शेषफल 2 (दो) की प्राप्ति के प्रति —  $a=3x+2=5$   $b = \frac{1}{3}[(S-5) - 18d]$   
 $(b=a) = \frac{1}{3}[(S-20) - 18d]$

सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान— सर्वान्तर  $d$  का अधिकतम मान  $d_m =$

1■ शेषफल 0 (शून्य) की प्राप्ति के प्रति  $[(S-12) \div 18]$   
 2■ शेषफल 1 (एक) की प्राप्ति के प्रति  $[(S-16) \div 18]$   
 3■ शेषफल 2 (दो) की प्राप्ति के प्रति  $[(S-20) \div 18]$  } की संक्रिया से

शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  होगा। जबकि शून्य शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल  $r$  का उना  $(r-1)$  होगा।

सर्वान्तर  $d$  के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना—  
 सर्वान्तर  $d \geq 1$  एवं  $x=1$  के प्रति

प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या  $P = [\text{सर्वान्तर } d \geq 1 \text{ एवं } x=1 \text{ के प्रति प्राप्त } (b-a) \div 4]$  की संक्रिया से प्राप्त भागफल  $r$  एवं शेषफल  $q$  को दृष्टिगत करते हुये निम्नानुसार सुनिश्चित होगा।

1• शेषफल  $q=0$  और 1 प्राप्त होने पर — प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या  $P =$  प्राप्त भागफल  $r$

2• शेषफल  $q=2$  और 3 प्राप्त होने पर — प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या  $P =$  प्राप्त भागफल का आगर  $(r+1)$  होगा।

विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या  $=P*184$  का गुणनफल होगा।

पृष्ठ 17  $\Psi$  सर्वान्तर  $d$  के प्रति सामान्य आधार-वर्ग विस्तार में  $(b-a)$  एवं  $(c-b) = 0, d, 2d, 3d$  हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः  $(a$  और  $b)$  एवं  $(b$  और  $c)$  पंक्ति के क्रमशः  $(4-4), (73-3), (2-2), (1-1)$  अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे। सर्वान्तर 1 पर 16 पदी एक समान्तर श्रेणी का प्रतिरूपण प्राप्त हो सकता है।

$S=786$  के प्रति—  $786 \div 3$  की संक्रिया से प्राप्त शेषफल 0 है।

$\therefore$  सर्वान्तर  $d \geq 1$  में क्रमांक  $x=1$  लिये जाने पर  $a=3x=3$

$$b = \frac{1}{3}[(S-3x) - 18d] = \frac{1}{3}[(786-3*1) - 18*1] = \frac{1}{3}[(783-18)] = 255$$

$$[b-a] = \frac{1}{3}[S - (18d + 12x)] = \frac{1}{3}[786 - (18d + 12)] = \frac{1}{3}[774 - 18d] = 258 - 6d$$

सर्वान्तर का अधिकतम मान  $d_r$  की गणना—

$a$  और  $b$  की सुनिश्चिता के प्रति योगमान  $S$  को 3 से विभाजित करने से प्राप्त शेषफल 0 है।

$\therefore$  शेषफल 0 (शून्य) की प्राप्ति के प्रति— $[(S-12) \div 18] = 774 \div 18$  की संक्रिया से शून्य शेषफल के प्रति भागफल  $r=43$  का उना  $(r-1)=42$  होगा।

786 के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1 से 42 के लिये—  
सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार मान्य $(b-a) = 258 - 6d$	[b-a] ÷ 4 से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $m*184$
			भागफल r	शेषफल q		
1	1	$258 - 6 * 1 = 252$	63	0	63	11592
2	2	$258 - 6 * 2 = 246$	61	2	62	11224
3	3	$258 - 6 * 3 = 240$	60	0	60	11,040
4	4	$258 - 6 * 4 = 234$	58	2	59	10,856
5	5	$258 - 6 * 5 = 228$	57	0	57	10,488
6	6	$258 - 6 * 6 = 222$	55	2	56	10304
7	7	$258 - 6 * 7 = 216$	54	0	54	9,936
8	8	$258 - 6 * 8 = 210$	52	2	53	9,752
9	9	$258 - 6 * 9 = 204$	51	0	51	9,384
10	10	$258 - 6 * 10 = 198$	49	2	50	9,200
11	11	$258 - 6 * 11 = 192$	48	0	48	8,832
12	12	$258 - 6 * 12 = 186$	46	2	47	8,648
13	13	$258 - 6 * 13 = 180$	45	0	45	8,280
14	14	$258 - 6 * 14 = 174$	43	2	44	8,096
15	15	$258 - 6 * 15 = 168$	42	0	42	7,728
16	16	$258 - 6 * 16 = 162$	40	2	41	7,544
17	17	$258 - 6 * 17 = 156$	39	0	39	7,176
18	18	$258 - 6 * 18 = 150$	37	2	38	6,992
19	19	$258 - 6 * 19 = 144$	36	0	36	6,624
20	20	$258 - 6 * 20 = 138$	34	2	35	6,440
21	21	$258 - 6 * 21 = 132$	33	0	33	6,072
22	22	$258 - 6 * 22 = 126$	31	2	32	5,888
23	23	$258 - 6 * 23 = 120$	30	0	30	5,520
24	24	$258 - 6 * 24 = 114$	28	2	29	5,336
25	25	$258 - 6 * 25 = 108$	27	0	27	4,968
26	26	$258 - 6 * 26 = 102$	25	2	26	4,784
27	27	$258 - 6 * 27 = 96$	24	0	24	4,416
28	28	$258 - 6 * 28 = 90$	22	2	23	4,232
29	29	$258 - 6 * 29 = 84$	21	0	21	3,864
30	30	$258 - 6 * 30 = 78$	19	2	20	3,680
31	31	$258 - 6 * 31 = 72$	18	0	18	3,312
32	32	$258 - 6 * 32 = 66$	16	2	17	3,128
33	33	$258 - 6 * 33 = 60$	15	0	15	2,760
34	34	$258 - 6 * 34 = 54$	13	2	14	2,576
35	35	$258 - 6 * 35 = 48$	12	0	12	2,208
36	36	$258 - 6 * 36 = 42$	10	2	11	2,024
37	37	$258 - 6 * 37 = 36$	9	0	9	1,656

38	38	$258 - 6 * 38 = 30$	7	2	8	1472
39	39	$258 - 6 * 39 = 24$	6	0	6	1,104
40	40	$258 - 6 * 40 = 18$	4	2	5	920
41	41	$258 - 6 * 41 = 12$	3	0	3	552
42	42	$258 - 6 * 42 = 6$	1	2	2	368
याग					1365	2,51,160

[1]सर्वान्तर  $d = 1$  के प्रति  $(a + 3b = 768)$   $a = 3x = 3$  लिये जाने पर

$$b = \frac{1}{3}[(S - 3x) - 18d] = \frac{1}{3}[(786 - 3*1) - 18*1] = 255$$

$$[b-a] = 255 - 3 = 252$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45
b	255	254	253	252	251	250	249	248	247	246	245	244	243	242	241

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	48	51	54	57	60	63	66	69	72	75	78	81	84	87	90
b	240	239	238	237	236	235	234	233	232	231	230	229	228	227	226

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	93	96	99	102	105	108	111	114	117	120	123	126	129	132	135
b	225	224	223	222	221	220	219	218	217	216	215	214	213	212	211

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	138	141	144	147	150	153	156	159	162	165	168	171	174	177	180
b	210	209	208	207	206	205	204	203	202	201	200	199	198	197	196

	61	62	63
a	183	186	189
b	195	194	193

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 63 जो कि

$x = 1$  के प्रति प्राप्त  $b = 255$  और  $a = 3$  अन्तर मान 252 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 63 और शेषफल 0 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 63 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $63 * 184 = 11,592$

$d = 1, a = 189, b = 193$ , से  $S = 786$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	189	190	191	192
b	193	194	195	196
	197	198	199	200
	201	202	203	204

विशिष्ट आधार-वर्ग

189	193	190	194
191	195	192	196
197	201	198	202
199	203	200	204

विशिष्ट जादुई-वर्ग

189	200	203	194
202	195	192	197
196	201	198	191
199	190	193	204

16 पदी एक समान्तर श्रेणी के अवयव है।

[2]सर्वान्तर  $d = 2$  के प्रति  $(a + 3b = 750)$   $a = 3x = 3$  लिये जाने पर

$$b = \frac{1}{3}[(S - 3x) - 18d] = \frac{1}{3}[(786 - 3*1) - 18*2] = 249$$

$$[b-a] = 249 - 3 = 246$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45
b	249	248	247	246	245	244	243	242	241	240	239	238	237	236	235

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	48	51	54	57	60	63	66	69	72	75	78	81	84	87	90
b	234	233	232	231	230	229	228	227	226	225	224	223	222	221	220

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	93	96	99	102	105	108	111	114	117	120	123	126	129	132	135
b	219	218	217	216	215	214	213	212	211	210	209	208	207	206	205

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	138	141	144	147	150	153	156	159	162	165	168	171	174	177	180
b	204	203	202	201	200	199	198	197	196	195	194	193	192	191	190

	61	62
a	183	186
b	189	188

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 62 जो कि

 $x=1$  के प्रति प्राप्त  $b=249$  और  $a=3$  अन्तर मान 246 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल61 और शेषफल 2 है।  $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 61 का आगर 62

प्रमाणित ।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $123 \times 184 = 22,632$  $d=2, a=369, b=127$ , से  $S=786$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

विशिष्ट आधार-वर्ग

विशिष्ट जादुई-वर्ग

a	186	188	190	192
b	188	190	192	194
	196	198	200	202
	204	206	208	210

186	188	188	190
190	192	192	194
196	204	198	206
200	208	202	210

186	202	208	190
206	192	192	196
194	204	198	190
200	188	188	210

**[3]** सर्वान्तर  $d=3$  के प्रति  $(a+3b=732)$   $a=3x=3$  लिये जाने पर

$$b = \frac{1}{3}[(S-3)-18d] = \frac{1}{3}[(786-3)-18 \times 3] = 243$$

$$[b-a] = 243-3 = 240$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45
b	243	242	241	240	239	238	237	236	235	234	233	232	231	230	229

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	48	51	54	57	60	63	66	69	72	75	78	81	84	87	90
b	228	227	226	225	224	223	222	221	220	219	218	217	216	215	214

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	93	96	99	102	105	108	111	114	117	120	123	126	129	132	135
b	213	212	211	210	209	208	207	206	205	204	203	202	201	200	199

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	138	141	144	147	150	153	156	159	162	165	168	171	174	177	180
b	198	197	196	195	194	193	192	191	190	189	188	187	186	185	184

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 60 जो कि

$x=1$  के प्रति प्राप्त  $b=243$  और  $a=3$  अन्तर मान 240 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 60 और शेषफल 0 है।  
 $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 60 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या  $60 \times 184 = 11,040$

$d=3, a=180, b=164,$  से  $S=786$  की जाँच  
 प्रथम आधार-वर्ग

a	180	183	186	189
b	184	187	190	193
	196	199	202	205
	208	211	214	217

विशिष्ट आधार-वर्ग

180	184	183	187
186	190	189	193
196	208	199	211
202	214	205	217

विशिष्ट जादुई-वर्ग

180	205	214	187
211	190	189	196
193	208	199	186
202	183	184	217

आगे इसी प्रकार

[41] सर्वान्तर  $d=41$  के प्रति  $(a+3b=48)$   $a=3x=3$  लिये जाने पर

$$b = \frac{1}{3}[(S-3)-18d] = \frac{1}{3}[(786-3)-18 \times 41] = 15$$

$$[b-a] = 15-3 = 12$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3
a	3	6	9
b	15	14	13

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 3 जो कि

$x=1$  के प्रति प्राप्त  $b=15$  और  $a=3$  अन्तर मान 12 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 3 और शेषफल 0 है।  
 $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 3 प्रमाणित।

$d=41, a=9, b=13,$  से  $S=786$  की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	9	50	91	132
b	13	54	95	136
	177	218	259	300
	341	382	423	464

विशिष्ट आधार-वर्ग

9	13	50	54
91	95	132	136
177	341	218	382
259	423	300	464

विशिष्ट जादुई-वर्ग

9	300	423	54
382	95	132	177
136	341	218	91
259	50	13	464

[42] सर्वान्तर  $d=42$  के प्रति  $(a+3b=30)$   $a=3x=3$  लिये जाने पर

$$b = \frac{1}{3}[(S-3)-18d] = \frac{1}{3}[(786-3)-18 \times 42] = 9 \quad [b-a] = 9-3 = 6$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2
a	3	6
b	9	8

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 2 जो कि

$x=1$  के प्रति प्राप्त  $b=9$  और  $a=3$  अन्तर मान 6 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 1 और शेषफल 2 है।  
 $\therefore$  प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 1 का आगर 2 प्रमाणित।

$d = 42, a = 6, b = 8,$  से  $S = 786$  की जाँच  
प्रथम आधार-वर्ग

a	6	48	90	132
b	8	50	92	134
	176	218	260	302
	344	386	428	470

विशिष्ट आधार-वर्ग

6	8	48	50
90	92	132	134
176	344	218	386
260	428	302	470

विशिष्ट जादुई-वर्ग

6	302	428	50
386	92	132	176
134	344	218	90
260	48	8	470

॥ बिस्मील्ला हिर्रम्हमा निर्रहीम ॥  
॥ अल्लाह के नाम से शुरू जो बहुत मेहरबान और रहम करने वाला है ॥

786  
786



786  
बिस्मील्ला हिर्रम्हमा निर्रहीम

अष्टसिद्धि- नवनिधिदाता परवर दिगार अल्लाह कवच यंत्र-

457	2	327	67	392	327	457	132	197	67	522	197
132	262	392	522	262	2	2	262	522	392	262	132
197	522	67	197	132	457	327	392	67	327	2	457
327	2	457	197	132	457	327	392	67	197	522	67
392	262	132	522	262	2	2	262	522	132	262	392
67	522	197	62	392	327	457	132	197	457	2	327

अल्लाह के नाम से शुरू जो बहुत मेहरबान और रहम करने वाला है।  
मेरे गरीब नवाज़ मुझ पर कर रहम कर रहम। तुझे सलाम, तुझे सलाम, तुझे सलाम, तुझे सलाम॥

• मेहनत मेरी • रहमत तेरी •

786  
786

योगमान  $S=786$  के प्रति समिकावार कुल प्रकारों की संख्या आकलन तालिका

[1]  $3*3$  का जादुई-वर्ग रचना के प्रति

क्रमांक	समिका	प्रथम आधार-वर्ग की संख्या p	प्रथम आधार-वर्ग से विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या	
			सामान्य जादुई-वर्ग रचना के प्रति $P*8$	रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति $P*8$
1	2	3	4	5
1	$2S = 2N*a + N*(N^2 - 1) * d$	65	,520	520
2	$2S = 2N*a + N*(N - 1) * (d + k)$	25,415	2,03,320	2,03,320
	योग	25,480	2,03,840	2,03,840

[2A] 4\*4 का जादुई-वर्ग रचना के प्रति

क्रमांक	समिका	I प्रथम आधार-वर्ग की संख्या p	प्रथम आधार-नर्ग से विस्तारित आधार-नर्ग की संख्या		
			अरंगित विशिष्ट जादुई-वर्ग के प्रति	रंगीन जादुई-वर्ग	
				सामान्य में जादुई-वर्ग के प्रति	विशिष्ट में जादुई-वर्ग के प्रति
1	2	3	4	5	6
1	$2S = 2N*a + N*(N^2 - 1) * d$	13	3588	1,092	156
2	$2S = N*(a+b) + N*(\frac{N^2}{2} - 1) * d$	5,376	14,83,776	4,51,584,	43,008
3	$2S = 2N*a + N*(N - 1) * (d + k)$	3,008	8,30,208	2,52,672	36,096
	योग	8,397	23,13,984	7,05,358	79,260

[2B] 4\*4 का सामान्य (रंग धारण करने के गुण से मुक्त) विशिष्ट जादुई-वर्ग रचना के प्रति

क्रमांक	समिका	प्रथम आधार-वर्ग की संख्या cp	प्रथम आधार-नर्ग से विस्तारित आधार-नर्ग की संख्या P*184
1	2	3	4
1	$S = (a+b+c+e+6d)$	3,597	6,61,848
2-1	$S=(2a+b+c+10d)$	3072	5,65,248
2-2	$S=(a+2b+c+10d)$	3113	5,72,792
2-3	$S=(a+b+2c+10d)$	3857	7,09,688
3-1	$S=(3a+b+18d)$	2,850	5,24,400
3-2	$S=(a+3b+18d)$	1365	2,51,160
	योगमान	17,854	32,85,136

6\*6 का जादुई-वर्ग रचना के प्रति

क्रमांक	समिका	I प्रथम आधार-वर्ग की संख्या p	प्रथम आधार-नर्ग से विस्तारित आधार-नर्ग की संख्या	
			रंगीन जादुई-वर्ग	
				विशिष्ट में जादुई-वर्ग के प्रति
1	2	3	4	5
1	$2S = 2N*a + N*(N^2 - 1) * d$	3	2,256	48
2	$2S = N*(a+b) + N*(\frac{N^2}{2} - 1) * d$	934	4,89,416	3,736

3	$2S = 2N*a + N*(N - 1) * (d + k)$	481	3,61,712	7,696
4	$2S = 2aN + N(\frac{N^2}{m} - 1)d + (m - 1) N * k$	704	3,97,056	8448
योगमान		2122	12,50,440	19,928

### महायाग तालिका

क्रमांक	N*N का जादुई-वर्ग रचना के प्रति	प्रथम आधार-वर्ग की संख्या P	प्रथम आधार-वर्ग से विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या				महायोग
			सामान्य (अंरगित)		रंगीन जादुई-वर्ग		
			सामान्य जादुई-वर्ग के प्रति	विशिष्ट जादुई-वर्ग के प्रति	सामान्य जादुई-वर्ग के प्रति	विशिष्ट जादुई-वर्ग के प्रति	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	3*3	25,480	2,03,840		2,03,840		4,07,680
2	4*4 A	8,397		23,17,572	5,54,820	79,260	29,51,652
3	4*4 B	17,854		32,85,136			32,85,136
4	6*6	2,122			12,50,440	19,928	12,70,368
;यांग		53,853	2,03,840	56,02,708	20,09,100	99,188	79,14,836

उन्चासी लाख, चौदह हजार, आठ सौ छत्तीस

-----786-----