S=108
। प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन की ओर ।

प्रतिबंध

[A] सामान्य,/ सामान्य रंगीन/ विशिष्ट प्रकार के रंगीन जादुई–वर्ग रचना के प्रति–
N*N का जादुंइ–वर्ग रचना के प्रति प्रथम आधार–वर्ग की भूमिका से पूर्णतः परिचित हो चुके है। जादुई–वर्ग के पंक्तिक, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डब्बों (खानों) में स्थित N-N अवयवों का योगमान S –
N के सम एवं विषम मानों के प्रति $S > [N * \frac{N^2+1}{2}]$ होने के प्रति N के यथार्थ भाजकों को दृष्टिगत कर N*N का जादुर्ह–वर्ग रचना के तारतम्य में प्रथम आधार–वर्ग की विस्तारित श्रृंखला प्राप्ती की ओर अलग–अलग सरल समिका आगे अध्ययन क्रम में विस्तारित है।

जादुई–वर्ग रचना के प्रति प्रथम आधार–वर्ग से विस्तारित आधार–वर्ग के प्रकारों की संख्या–
उपरोक्तानुसार प्राप्त प्रथम आधार–वर्ग की विस्तारित श्रृंखला के किसी भी प्रथम आधार–वर्ग के अवयवों को नियमानुसार स्थान क्रम बदलकर नवीन आधार–वर्ग श्रृंखला माला पिरोया जा सकता है। निम्नानुसार प्राप्त कीजिये।

[1] **विषम ' विषम** (2x+1)* (2x+1) **के प्रति**

1■ **सामान्य जाडुई–वर्ग रचना के प्रति** सामान्य **आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या**

(2x+1) के समस्त यथार्थ भाजक की कुल संख्या m होने के प्रति–

1। **यथार्थ भाजक 1 और (2x+1) के प्रति–**
आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या =जादुई–वर्ग के प्रकारों संख्या $= 4m[!(2x) - 1]$

2 । **यथार्थ भाजक 1 और (2x+1} के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजक के प्रति–**
आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या =जादुई–वर्ग के प्रकारों संख्या $= 4(m-1)[!(2x) - 1]$ होगा।

2■ **रंग धारिता प्रगुण के अधीन रंगीन जादुई–वर्ग रचना के प्रति** सामान्य **आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या**

(1) (2x+1) 3 द्वारा अविभाजित होने के प्रति– समस्त यथार्थ भाजक की कुल संख्या m होने के प्रति–

1। **यथार्थ भाजक 1 और (2x+1) के प्रति–**
आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या =जार्दु–वर्ग के प्रकारों संख्या $= 4m[(!x * 2^x) - 1]$

2। **यथार्थ भाजक 1और (2x+1) के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजक के प्रति–**
आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या =जादुई–वर्ग के प्रकारों संख्या $=4(m\text{-}1)[(!x * 2^x) - 1]$ होगा।

(2) (2x+1) 3 द्वारा विभाजित होने के प्रति– समस्त यथार्थ भाजक की कुल संख्या m होने के प्रति–

1। **यथार्थ भाजक 1, 3, $\frac{(2x+1)}{3}$ और (2x+1) के प्रति–**
आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या =जादुई–वर्ग के प्रकारों संख्या $= 4m[(!x * 2^x) - 1]$

2। **यथार्थ भाजक 1, 3, $\frac{(2x+1)}{3}$ और (2x+1) के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजक के प्रति–**
आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या =जादुई–वर्ग के प्रकारों संख्या $= 4(m\text{-}1)[(!x * 2^x) - 1]$ होगा।

[2A] **x ≥ 3 विषम संख्या होने के प्रतिबंध पर 4 से अविभाजित सम*सम 2x* 2x के प्रति**

1■ **रंग धारिता प्रगुण के अधीन रंगीन जादुई–वर्ग रचना के प्रति** सामान्य **आधार–वर्ग के प्रकारों कीसंख्या**

1। **यथार्थ भाजक 1 और 2x के प्रति–** आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या = $4m[(!x * 2^x) - 1]$

2। **यथार्थ भाजक 1 और 2x के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजकों के प्रति–**
आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या =जादुई–वर्ग के प्रकारों संख्या $= 4(m\text{-}1)[(!x * 2^x) - 1]$

2■ विशिष्ठ आधार–वर्ग की ओर सामान्य आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या

1। **यथार्थ भाजक 1 और 2x के प्रति–** आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या = 4m

2। **यथार्थ भाजक x के प्रति–**

आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या =जादुई–वर्ग के प्रकारों संख्या = 4(m-1)

3। **यथार्थ भाजक 1, x और 2x के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजक के प्रति–**

आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या =जादुई–वर्ग के प्रकारों संख्या = 4(m-3) होगा।

[2B] **$x \geq 2$ सम संख्या होने के प्रतिबंध पर 4 से विभाजित सम*सम 2x* 2x के प्रति**

1■ रंग धारिता प्रगुण के अधीन रंगीन जादुई–वर्ग रचना के प्रति सामान्य आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या

1। **यथार्थ भाजक 1, 2, x और 2x के प्रति–** आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या = $4m[(!x * 2^x) - 1]$

2। **यथार्थ भाजक 1, 2, x और 2x के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजकों के प्रति–**

आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या =जादुई–वर्ग के प्रकारों संख्या = $4(m-1)[(!x * 2^x) - 1]$

2■ विशिष्ठ आधार–वर्ग की ओर सामान्य आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या

1। **यथार्थ भाजक 1, 2, x और 2x के प्रति–** आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या = 4m

2। **यथार्थ भाजक 1, 2, x और 2x के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजक के प्रति–**

आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या =जादुई–वर्ग के प्रकारों संख्या = 4(m-1) होगा।

[**3**] **केवल और केवल** 4*4 **के प्रति–**

1■ रंग धारिता प्रगुण सें मुक्त सामाय जादुई–वर्ग रचना के प्रति–

4 के तीनों यथार्थ भाजक 1,2 और 4 के प्रति–

सामान्य आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या– 276 होगा ।

1■ सामाय रंगीन जादुई–वर्ग रचना के प्रति–

4 के तीनों यथार्थ भाजक 1,2 और 4 के प्रति–

सामान्य आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या– 84 होगा ।

2■ विशिष्ठ आधार–वर्ग की ओर सामान्य आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या

4 के तीनों यथार्थ भाजक 1,2 और 4 के प्रति–

आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या =जादुई–वर्ग के प्रकारों संख्या =12

टीप– स्थान क्रम बदलकर नवीन आधार–वर्ग श्रृंखला माला पिरोने का प्रतिबंध–

[1] x के विषम मानों के प्रति 2x*2x के जादुई–वगै रचना क्रम म्रें 2x के यथार्थ –भाजक 1 **और** 2x के अतिरिक्त किसी यथार्थ–भाजक m के प्रति प्राप्त प्रथम आधार–वर्ग के अवयवों का स्थान क्रम बदलकर स्वयं यथार्थ–भाजक m के प्रति नवीन आधार–वर्ग श्रृंखला माला पिरोना जाना यथेष्ठ नहीं होगा।

[2] (2x+1) 3 से अविभाजित होने के प्रति (2x+1)*(2x+1) के जादुई–वगै रचना क्रम म्रें के यथार्थ –भाजक 1 **और** (2x+1) के अतिरिक्त किसी यथार्थ–भाजक m के प्रति प्राप्त प्रथम आधार–वर्ग के अवयवों का स्थान क्रम बदलकर स्वयं यथार्थ–भाजक m के प्रति नवीन आधार–वर्ग श्रृंखला माला पिरोना जाना यथेष्ठ नहीं होगा।

य. भा. 1 सा.आ. व.

1	4	7	10	13	16	19	22
25	28	31	34	37	40	43	46
49	52	55	58	61	64	67	70
73	76	79	82	85	88	91	94
3	6	9	12	15	18	21	24
27	30	33	36	39	42	45	48
51	54	57	60	63	66	69	72
75	78	81	84	87	90	93	96

रं. जा.–व.

1	93	7	87	84	16	78	22
46	28	66	63	34	57	43	25
27	67	55	39	36	64	30	70
3	21	88	82	85	9	6	94
73	76	18	12	15	79	91	34
49	45	33	58	61	42	52	48
72	54	31	37	60	40	69	25
5	4	90	10	13	81	19	96

S= 388 य. भा. 1 वि.आ.. व.

1	25	49	73	4	28	52	76
7	31	55	79	10	34	58	82
13	37	61	85	16	40	64	88
19	43	67	91	22	46	70	94
3	27	51	75	6	30	54	78
9	33	57	81	12	36	60	84
15	39	63	87	18	42	66	90
21	45	69	93	24	48	72	96

वि. रं. जा.–व.

1	72	49	24	93	28	45	79
82	31	42	18	79	63	58	15
9	64	61	12	81	40	33	88
94	54	46	91	22	51	27	3
78	43	30	75	6	68	70	19
13	60	57	85	16	36	37	84
90	39	55	10	87	34	66	7
21	25	48	73	4	69	52	96

S= 388 य. भा. 2 सा. व.

1	7	13	19	25	31	37	43
49	55	61	67	73	79	85	91
3	9	15	21	27	33	39	45
51	57	63	69	75	81	87	93
4	10	16	22	28	34	40	46
52	58	64	70	76	82	88	94
6	12	18	24	30	36	42	48
54	60	66	72	78	84	90	96

रं. जा.–व.

1	90	13	78	72	31	60	43
91	55	36	30	67	18	85	6
52	39	15	76	70	33	58	45
93	40	81	69	75	16	10	4
46	57	34	22	28	63	87	51
3	88	64	21	27	82	9	94
48	12	61	73	24	79	42	49
54	7	84	19	25	66	37	96

S= 388 य. भा. 2 वि.आ.. व.

1	49	3	51	7	55	9	57
13	61	15	63	19	67	21	69
25	73	27	75	31	79	33	81
37	85	39	87	43	91	45	93
4	52	6	54	10	58	12	60
16	64	18	66	22	70	24	72
28	76	30	78	34	82	36	84
40	88	42	90	46	94	48	96

वि. रं. जा.–व.

1	48	3	46	90	55	88	57
69	61	82	34	63	30	21	28
16	33	27	22	66	79	64	81
93	12	91	87	43	6	52	4
60	85	58	54	10	39	45	37
25	24	18	75	31	70	73	72
84	76	15	19	78	67	36	13
40	49	94	51	7	42	9	96

S= 388 य. भा. 4 सा. व.

1	13	25	37	49	61	73	85
3	15	27	39	51	63	75	87
4	16	28	40	52	64	76	88
6	18	30	42	54	66	78	90
7	19	31	43	55	67	79	91
9	21	33	45	57	69	81	93
10	22	34	46	58	70	82	94
12	24	36	48	60	72	84	96

रं. जा.–व.

1	84	25	60	48	61	24	85
87	15	70	58	39	34	75	10
9	76	28	57	45	64	21	88
90	79	66	42	54	31	19	7
91	18	67	43	55	30	78	6
4	81	33	40	52	69	16	93
94	22	27	51	46	63	82	3
12	13	72	37	49	36	73	96

S= 388 य. भा. 4 वि.आ.. व.

1	3	4	6	13	15	16	18
25	27	28	30	37	39	40	42
49	51	52	54	61	63	64	66
73	75	76	78	85	87	88	90
7	9	10	12	19	21	22	24
31	33	34	36	43	45	46	48
55	57	58	60	67	69	70	72
79	81	82	84	91	93	94	96

वि. रं. जा.–व.

1	94	4	91	84	15	81	18
42	27	69	67	30	58	40	55
31	64	52	43	36	63	33	66
90	22	87	78	85	10	9	7
24	75	21	12	19	76	88	73
49	46	34	54	61	45	51	48
72	57	28	37	60	39	70	25
79	3	93	6	13	82	16	96

S= 388 य. भा. 8 सा.आ. व.

1	25	49	73	3	27	51	75
4	28	52	76	6	30	54	78
7	31	55	79	9	33	57	81
10	34	58	82	12	36	60	84
13	37	61	85	15	39	63	87
16	40	64	88	18	42	66	90
19	43	67	91	21	45	69	93
22	46	70	94	24	48	72	96

रं. जा.–व.

1	72	49	24	94	27	46	75
78	28	45	21	76	67	54	19
16	57	55	18	88	33	40	81
84	63	36	82	12	61	37	13
87	34	39	85	15	58	60	10
7	66	64	79	9	42	31	90
93	43	52	6	91	30	69	4
22	25	48	73	3	70	51	96

S= 388 य. भा. 8 वि.आ.. व.

1	4	7	10	25	28	31	34
49	52	55	58	73	76	79	82
3	6	9	12	27	30	33	36
51	54	57	60	75	78	81	84
13	16	19	22	37	40	43	46
61	64	67	70	85	88	91	94
15	18	21	24	39	42	45	48
63	66	69	72	87	90	93	96

वि. रं. जा.–व.

1	93	7	87	72	28	66	34
82	52	42	39	58	21	79	15
61	33	9	85	70	30	64	36
84	43	78	60	75	19	16	13
46	54	40	22	37	57	81	51
3	91	67	12	27	88	6	94
48	38	55	73	24	76	45	49
63	4	90	10	25	69	31	96

उभयन्ष्ठिट सर्वान्तर d=3 पर , 16 पदी 4 समान्तर श्रेढ़ी जिनके प्रथम पद a,b,c और d समान्तर श्रेढी के अवयव होने के प्रति सर्वान्तर 50 होने के प्रति a,b,c और d क्रमशः (1, 51, 101, और 151) के प्रति S= 788 की जादुई–वर्ग के प्रकारों के विस्तार विषयक जाँच–

य. भा. 1 सा.आ. व.

1	4	7	10	13	16	19	22
25	28	31	34	37	40	43	46
51	54	57	60	63	66	69	72
75	78	81	84	87	90	93	96
101	104	107	110	113	116	119	122
125	128	131	134	137	140	143	146
151	154	157	160	163	166	169	172
175	178	181	184	187	190	193	196

रं. जा.–व.

1	193	7	187	164	16	178	22
46	28	166	163	34	157	43	151
125	69	57	137	134	66	128	72
96	119	90	84	87	107	104	101
122	78	116	110	113	81	93	75
51	143	131	60	63	140	54	146
172	154	31	37	160	40	169	25
175	4	190	10	13	181	19	196

,

य. भा. 1 वि.आ.. व.

1	25	51	75	4	28	54	78
7	31	57	81	10	34	60	84
13	37	63	87	16	40	66	90
19	43	69	93	22	46	72	96
101	125	151	175	104	128	154	178
107	131	157	181	110	134	160	184
113	137	163	187	116	140	166	190
119	143	169	193	122	146	172	196

वि. रं. जा.–व

1	172	51	122	193	28	143	78
84	31	140	116	81	163	60	113
107	66	63	110	181	40	131	90
96	154	46	93	22	151	125	101
178	43	128	175	104	69	72	19
13	160	157	87	1 6	134	37	184
190	137	57	10	187	34	166	7
119	25	146	75	4	169	5 4	196

.य. भा. 2 सा.आ. व.

1	7	13	19	25	31	37	43
51	57	63	69	75	81	87	93
101	107	113	119	125	131	137	143
151	157	163	169	175	181	187	193
4	10	16	22	28	34	40	46
54	60	66	72	78	84	90	96
104	110	116	122	128	134	140	146
154	160	166	172	178	184	190	196

रं. जा.–व.

1	190	13	178	172	31	160	42
93	57	134	128	69	116	87	104
54	137	113	28	22	131	60	143
193	40	181	168	175	16	10	4
46	157	34	22	28	163	187	151
101	90	66	119	125	84	107	96
146	110	63	75	122	81	140	51
154	7	184	19	25	166	37	198

य. भा. 2 वि.आ.. व.

1	51	101	151	7	57	107	157
13	63	113	163	19	69	119	169
25	75	125	175	31	81	131	181
37	87	137	187	43	93	143	193
4	54	104	154	10	60	110	160
16	66	116	166	22	72	122	172
28	78	128	178	34	84	134	184
40	90	140	190	46	96	146	196

वि. रं. जा.–व

1	146	101	46	190	57	90	157
169	63	84	34	163	128	119	28
16	131	125	22	166	81	66	181
193	110	93	187	43	104	54	4
160	87	60	154	10	137	143	37
25	122	116	175	31	72	75	172
184	78	113	19	178	69	134	13
40	51	96	151	7	140	107	196

5.य. भा. 4 सा.आ. व.

1	13	25	37	51	63	75	87
101	113	125	137	151	163	175	187
4	16	28	40	54	66	78	90
104	116	128	140	154	166	178	190
7	19	31	43	57	69	81	93
107	119	131	143	157	169	181	193
10	22	34	46	60	72	84	96
110	122	134	146	160	172	184	196

रं. जा.–व.

1	184	25	160	146	6 3	122	87
187	113	72	60	137	34	175	10
107	78	28	157	143	66	119	90
190	81	166	140	154	31	19	7
93	116	69	43	57	128	178	104
4	181	131	40	54	169	16	193
96	22	125	151	46	163	84	101
110	13	172	37	51	134	75	196

य. भा. 4 वि.आ.. व.

1	101	4	104	13	113	16	116
25	125	28	128	37	137	40	140
51	151	54	154	63	163	66	166
75	175	78	178	87	187	90	190
7	107	10	110	19	119	22	122
31	131	34	134	43	143	46	146
57	157	60	160	69	169	72	172
81	181	84	184	93	193	96	196

वि. रं. जा.–व

1	96	4	93	184	113	181	116
140	125	169	69	128	60	40	57
31	66	54	43	134	163	131	166
190	22	187	178	87	10	107	7
122	175	119	110	19	78	90	75
51	46	34	154	63	143	151	146
172	157	28	37	160	137	72	25
81	101	193	104	13	84	16	196

.य. भा. 8 सा.आ. व.

1	25	51	75	101	125	151	175
4	28	54	78	104	128	154	178
7	31	57	81	107	131	157	181
10	34	60	84	110	134	160	184
13	37	63	87	113	137	163	187
16	40	66	90	116	140	166	190
19	43	69	93	119	143	169	193
22	46	72	96	122	146	172	196

रं. जा.–व.

1	172	51	122	96	125	46	175
178	28	143	119	78	69	154	19
16	157	57	116	90	131	40	181
184	163	134	84	110	63	37	13
187	34	137	87	113	60	160	10
7	166	66	81	107	140	31	190
193	43	54	104	93	128	169	4
22	25	146	75	101	72	151	196

य. भा. 8 वि.आ.. व.

1	4	7	10	25	28	31	34
51	54	57	60	75	78	81	84
101	104	107	110	125	128	131	134
151	154	157	160	175	178	181	184
13	16	19	22	37	40	43	46
63	66	69	72	87	90	93	96
113	116	119	122	137	140	143	146
163	166	169	172	187	190	193	196

वि. रं. जा.–व

1	193	7	187	172	28	166	34
84	54	140	137	60	119	81	113
63	131	107	87	72	128	66	134
184	43	178	160	175	19	16	13
46	154	40	22	37	157	181	151
101	93	69	110	125	90	104	96
146	116	57	75	122	78	143	51
163	4	190	10	25	169	31	198

[3] केवल और केवल 4*4 के प्रति–

(1) रंगधारिता प्रगुण के परिपालन से मुक्त होने के प्रति–

4 के तीनों यथार्थ भाजक 1,,2,4 के प्रति –

सामान्य आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या– 276 होगा

(2) रंगधारिता प्रगुण के परिपालन से युक्त होने के प्रति–

1■ सामाय रंगीन जादुई–वर्ग रचना के प्रति–

4 के तीनों यथार्थ भाजक 1,2 और 4 के प्रति–

सामान्य आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या– 84 होगा ।

2■ विशिष्ठ 1ए आधार–वर्ग की ओर सामान्य **आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या**

4 के तीनों यथार्थ भाजक 1,2 और 4 के प्रति–

आधार–वर्ग के प्रकारों संख्या =जादुई–वर्ग के प्रकारों संख्या =12

ध्यानाकर्षण—– N *N वे जादुई –वर्ग के पंक्तिकए स्मम्भिक एवं तिर्यक N अवयवों का योगमान S होने के प्रति–

प्रतिबंधानुसार प्रख्क्त गणन समिका के तारतम्य में किसी उभयनिष्ठ सर्वान्तर मान d के लिये प्राप्त प्रथम आधार–वर्ग की संख्या P होने के प्रति उपरोक्त गण समिकाा के अनुसार प्राप्त विस्तारित आधार–वर्ग का P गुना होगा।

तब उक्त प्रगुण के परिपालन में S के ज्ञात मान को दृष्टि करते हुये सामान्य,/ सामान्य रंगीन/ विशिष्ट प्रकार के रंगीन जिादुई–वर्ग रचना के प्रति प्रथम सामान्य आधार–वर्ग रचना की कुल प्रस्तुति वि व्यापकता में सर्वमान्य नियम प्रतिपादन विषयक समिका निम्नानुसार होगा। जिनके प्रति उदाहरणाार्थ हिन्दु एवं जैन धर्म की शुभ एवं पूर्णता सिद्व संख्या स्वरूप आत्मसाती है। जिसके विषयक आष्यात्म विचार मंथन में– 1• 108 का मूलांक (एक अंकीय योग मान) 9 पूर्णता का बोध कराता है।

2• राशि संख्या 12 एवं ग्रह संख्या 9 का गुणनफल 108

3• नक्षत्र संख्या 27 एवं प्रत्येक नक्षत्र के चरण संख्या 4 का गुणनफल 108

- . .. . और भी है। के प्रति 3*3. एवं 4*4 का जादुई –वर्ग रचना चिषयक प्रथम आधार–वर्ग
- रचना में समिका परिपालन विदित कराया गया है।

1■ N के यथार्थ भाजक 1 (एक) के प्रति–

2S ÷ N की भंक्रिया पूर्णतः अशेष विभाजित होने के प्रतिबंध पर– **N*N** का आधार–0र्ग के सभी N^2 अचयव का प्रथम पदमान a एवं एक उभय निष्ट सर्वान्तर d पर N^2 पदी यमांतर श्रेढ़ी के अवयव ह्रोंगें ।

तब $N*S = N^2 * a + \frac{N^2=1}{2} * N^2 * d \quad \Rightarrow 2S = 2N*a + N*(N^2-1)*d$

$\Rightarrow$ $\mathbf{2a = \frac{2S}{N} - (N^2-1)*d}$ में S और`N के ज्ञात मान प्रतिस्मापित कर समिका $2a = \frac{2s}{N} - (N^2-1)*d$ को सरल करें। फिर d के प्राकृत सं,ख्या मानों के प्रति a का मान प्रापप्त कीजिये।

सर्वान्तर d का अधिकतम् मान d_r के प्रति

$d_r = \frac{2s}{N} \div 2\,(N^2-1) = \frac{S}{N} \div (N^2-1)$ की संक्रिया से – शून्येतर शेषफल के प्रति प्राप्त भागफल r होगा। जबकि शून्य शेषफल के प्रति प्राप्त भागफल r का उना (r−1) होगा।

प्रथम आधार–वर्ग के प्रकारों की संख्या n = [यमिका $2a = \frac{2s}{N} - (N^2-1)*d$ को संतुलित करने में प्राप्त सर्वान्तर d के प्रकारों की संख्या]

N के यथार्थ भजको की संख्या m होने के प्रति प्रथम आधार–वर्ग से विस्तारित आधार–वर्ग प्रकारों की कुल संख्या w उपरोक्त नियमानुसार प्राप्त कीजिये।

संख्या S=108 के अनुपालन में–

{1} 3*3 के प्रति– **समिका** $\mathbf{2a = \frac{2s}{N} - (N^2-1)*d}$ के **तारतत्य में–**

a	a+d	a+2d
a+3d	a+4d	a+5d
a+6d	a+7d	a+8d

S =108 , N=3 प्रति स्थापित करने पर–

$2a = \frac{2s}{N} - (3^2-1)*d \quad \Rightarrow \quad a = 36 - 4d$

सर्वान्तर d का अशिकतम् मान $[\frac{2+108}{3} \div (3^2-1) = [72 \div 8]$ की संक्रिया से– शून्य शेषफल पर भागफल r=9 है।

∴ सर्वान्तर d का अशिकतम् मान– भागफल 9 का उना 8 होगा।

प्रतिबंधानुसार हल तालिका

S-N	1	2	3	4	5	6	7	8
„d =	1	2	3	4	5	6	7	8
a =	32	28	24	20	16	12	8	4

सामान्य जादुई–वर्ग के प्रति – प्रथम आधार–कर्ग की संख्या **8** प्रथम आधार–कर्ग से विस्तारित आधार–कर्ग की संख्या **8*8 =64**

रंगीन जादुई–वर्ग के प्रति – प्रथम आधार–कर्ग की संख्या 8
प्रथम आधार–कर्ग से विस्तारित आधार–कर्ग की संख्या **8*8 =64**

{2} **4*4** के प्रति– **समिका** $\mathbf{2a = \frac{2s}{N} - (N^2-1)*d}$ के **तारतत्य में–**

a	a+d	a+2d	a+3d
a+4d	a+5d	a+6d	a+7d
a+8d	a+9d	a+10d	a+11d
a+12d	a+13d	a+14d	a+15d

S =108 , N=4 प्रति स्थापित करने पर–

$2a = \frac{2*108}{4} - (4^2-1)*d$

$\Rightarrow 2a = 54 - 15d$ का प्रतिबंधानुसार हल तालिका

सर्वान्तर d का अशिकतम् मान $[\frac{2s}{N} \div 2(N^2-1)]$

$= [\frac{2*108}{4} \div 2(4^2-1)] = [54 \div 30]$ की संक्रिया से– शून्येतर शेषफल पर भागफल 1 है।∴ सर्वान्तर d का अशिकतम् मान– भागफल r=1 होगा।

S-N	1
d =	2
a =	12

सामान्य ंगीन जादुई–वर्ग के प्रति प्रथम आधार–कर्ग से – विस्तारित आधार–कर्ग की संख्या **1*84 = 84**
विर्शिट रंगीन जादुई–वर्ग के प्रति प्रथम आधार–कर्ग से – विस्तारित आधार–कर्ग की संख्या **`1*12 = 12**

विर्शिट सामान्य जादुई–वर्ग के प्रति प्रथम आधार–कर्ग से विस्तारित आधार–कर्ग की संख्या **1*276= 276**

2■ N सम संख्या होने पर यथार्थ भाजक 2 (दो) के प्रति–

$2s \div N$ की भंक्रिया पूर्णतः अशेष विभाजित होने के प्रतिबंध पर उभ्सनिष्ठ सर्वान्तर d की $\frac{N^2}{2}$ पदी दो समान्तर श्रेढ़ी में विभक्त होंगे।जिनका प्रथम पदमान a और b [(a≠ b) के प्रतिबंध] **लिये** जाने पर

$N*S = (a+b)\frac{N^2}{2} + 2*(\frac{\frac{N^2}{2}-1}{2}*\frac{N^2}{2})*d \quad \Rightarrow 2S = N*(a+b) + N*(\frac{N^2}{2}-1)*d$

$\Rightarrow (a+b) = \frac{2S}{N} - [(\frac{N^2}{2}-1)*d]$ होगा

$\mathbf{b = [(\frac{2S}{N} - a) - [(\frac{N^2}{2}-1)*d]}$ होगा

a=x=1 के प्रति $\mathbf{b = [(\frac{2S}{N} - 1) - [(\frac{N^2}{2}-1)*d]}$ से

d=1 के प्रति $b = [(\frac{2S}{N} - 1) - [(\frac{N^2}{2}-1)]$

$(b - a) = (b-1) = [(\frac{2S}{N} - 2) - (\frac{N^2}{2}-1)]$ प्राप्त करे

तब सर्वान्तर d का अधिकतम मान d_r की गणना– $d_r = [\frac{2S}{N} - 2] \div [(\frac{N^2}{2}-1)]$ की संक्रिया से – शून्येतर शेषफल के प्रति प्राप्त भागफल r होगा। जबकि शून्य शेषफल के प्रति प्राप्त भागफल r का उना (r−1) होगा।

किसी सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार–वर्ग के प्रकारों की संख्या n = [(b-a)÷ 2] की संक्रिया से–

1• भागफल r और शेष्फल 0 की प्राप्ति पर– भागफल r होगा।
2• भागफल r और शेष्फल 1 की प्राप्ति पर– भागफल r का आगर ;r+1) होगा।

पूरे–पूरे अवयव का सर्वान्तर d के प्रति क्रमागत होना– b-a $=\frac{N^2}{2}*d$ की प्राप्ति पर प्रथम आधार–वर्ग के पूरे–पूरे अवयव का सर्वान्तर d के प्रति क्रमागत होंगे।

अवयव का सर्वान्तर d के प्रति दोहराया जाना–

(b-a) के सम संख्या मानों में (b-a) = $(\frac{N^2}{2}-1)d, (\frac{N^2}{2}-2)d,$ - - - - 3d, 2d ,d, और 0 की प्राप्ति पर $[\frac{N^2}{2}$ वाँ पद से प्रथम पद की ओर] एवं $[(\frac{N^2}{2}+1)$ वाँ पद से अंतिम N^2 वाँ पद की ओर] क्रमशः

(1-1),(2-2),(3-3) - - - - -{$(\frac{N^2}{2}$-3)_$(\frac{N^2}{2}$ -3)} {$(\frac{N^2}{2}$-2)_$(\frac{N^2}{2}$ -2)},

{$(\frac{N^2}{2}$-1)_ $\frac{N^2}{2}$ -1)} और $(\frac{N^2}{2}-\frac{N^2}{2}$-) के युग्मों में दोहराये हुये येप्त होंगे।

टीप (b-a) के विषम मानों के प्रति दोहराये जाने का प्रश्न ही नहीं है।

2} **4*4** के प्रति– **समिका** (a+b) = $\frac{2s}{N}-(\frac{N^2}{2}-1)*d$ के **तारतत्य में–**

a	a+d	a+2d	a+3d
a+4d	a+5d	a+6d	a+7d
b	b+d	b+2d	b+3d
b+4d	b+5d	b+6d	b+7d

S= 108 के प्रति सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना–

a=x=1 के प्रति **b** $=[(\frac{2*108}{N}-1)-[(\frac{4^2}{2}-1)*d]$

= 53 -7d

(b - a)=(b-1) $=52-7d$ प्राप्त करे

सर्वान्तर d का अधिकतम मान की गणना–

$[(\frac{2S}{N}-1)\div(N^2-1)\Rightarrow$ [53 ÷ 7 की संक्रिया से –

शून्येतर शेषफल परभागफल 7 है।∴ सर्वान्तर d का अशिकतम् मान– भागफल 7 होगा।

S= 108 के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3,4,5,6,7 के लिये–

सामान्य आधार–वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर **d**	सर्वान्तर **d** के प्रति **a=x=1**लिये जाने पर– प्रतिबंधानुसार किसी सर्वान्तर **d** के प्रति मान्य **(b-a)=52-7d**	[(b − a) ÷ 2 से प्राप्त		प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार–वर्ग की संख्या		
			भागफल r	शेषफल q		विशिष्ट जादुई..वर्ग **के प्रति P*184**	खमान्य रंगीन जादुई–वर्ग **के प्रति P*56**	विशिष्ट रंगीन जादुई–वर्ग **के प्रति P*8**
1	1	52–7*1 =45	22	1	23	4,232	1288	184
2	2	52–7*2 = 38	19	0	19	3496	1,064	153
3	3	52–7*3 =31	15	1	16	2,924	896	128
4	4	52–7*4 = 24	12	0	12	2,208	672	`96
5	5	52–7*5 = 17	8	1	9	1,656	504	72
6	6	52–7*6 = 10	5	0	5	920	280	40
7	7	52–7*7 = 3	1	1	2	368	112	16
		योग			86	15,824	4,816	688

जाँच की ओर

[1] सर्वान्तर d= 1 के प्रति– a=x=1 के प्रति b = 53–7*1 =46 (b-a) = (b-1) =45

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या

(b-a) = (b-1) =45] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल **22** और शेषफल **1** है ।

∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या।** **22** का आगर **= 23** होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32

s=n-	16	17	18	19	20	21	22	23
a	16	17	18	19	29	21	22	23
k	31	30	29	28	27	26	25	24

[2] सर्वान्तर d= 2 के प्रति– a=x=1 के प्रति b = 53−7*2 =39 (b-a) = (b-1) =38

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या

[(b-a) =38] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल **19** और शेष फल **0** है।

∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या** भागफल **19** होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
b	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24

s=n-	17	18	19
a	17	18	19
b	23	22	21

[3] सर्वान्तर d= 3 के प्रति– a=x=1 के प्रति b = 53−7*3 =32 (b-a) = (b-1) =31

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या

[(b-a) =31] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल **15** और शेषफल **1** है ।

∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या** भागफल **15** का आगर **16** होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
b	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17

[4] सर्वान्तर d= 4 के प्रति– a=x=1 के प्रति b = 53−7*4 =25 (b-a) = (b-1) =24

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या

[(b-a) =24] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल **12** और शेषफल **0** है ।

∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या** भागफल **12** होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
b	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	13

[5] सर्वान्तर d= 5 के प्रति– a=x=1 के प्रति b = 53−7*5 =18 (b-a) = (b-1) =17

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या

[(b-a) =17] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल **8** और शेषफल **1** है ।

∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या** भागफल **8** का आगर **9** होगा।

a   b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
b	18	17	16	15	14	13	12	11	10

[6] सर्वान्तर d= 6 के प्रति– a=x=1 के प्रति b = 53−7*6 =11   (b-a) = (b-1) =10

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या

[(b-a) =10] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल **5** और शेषफल **9** है ।

∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या** भागफल **5** होगा।

a   b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	5
a	1	2	3	4	5
b	11	10	9	8	7

[7] सर्वान्तर d= 6 के प्रति– a=x=1 के प्रति b = 53−7*7 =4   (b-a) = (b-1) =3

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या

[(b-a) =3] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल **1** और शेषफल **1** है ।

∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या** भागफल **1** का आगर **2** होगा ।

s=n-	1	2
a	1	2
b	4	10

3■ N के यथार्थ भाजक N के प्रति–

2S ÷ N की भंक्रिया पूर्णतः अशेष विभाजित होने के प्रतिबंध पर – **N*N** का आधार–वर्ग के N^2 अचयव उभ्सनिष्ठ सर्वान्तर d पर $\frac{N^2}{N}$ = N पदी N समान्तर श्रेढ़ी में विभक्त होंगे ।जिनकै प्रथम पदमान $(a_1, q_2, a_3 ----a_{n-2}, a_{n-1}, a_n)$ स्वयं में सर्वान्तर k पर समान्तर श्रेढ़ी के प्रतिरूपण [a, (a + k), (a + 2k), − − − − − − − − − − − − − − − {a + (N − 3)k}, {a + (N − 2)k }, {a + (N − 1)k}] में होंगे। [(d≠ k) एवं (d≠ k) के प्रतिअंध] में लिये जाने पर–

$N*S = a*N^2 + N*\left(\frac{N-1}{2}*N\right)*(d+k)$ **2S = 2N*a +N*(N-1)*(<u>d+k</u>) ;**

$2S = 2N*a + N*(N-1)*(d+k) \Rightarrow \frac{2S}{N} = 2a + (N-1)(d+k)$

$\Rightarrow (N\text{-}1)\,k = \frac{2S}{N} - 2a - (N\text{-}1)d$

$\Rightarrow (N\text{-}1)\,k + 2a = \frac{2S}{N} - (N\text{-}1)d$ के हल के लिये d **के**

न्यूनतम् प्राकृत सख्या मान की सुनिश्चिता के प्रति S ,N **और** m **का मान प्रतिस्थापित कर मानक सरल रैखिक समीकरण** uk +2a= w − − − −(1) **प्राप्त करें।**

समीकरण (1) **के प्रति** a **का न्यूनतम् मान** a_1 **सुनिश्चित करें। न्यूनतम् मान** a_1 **के संगत** $k = k_1$
– तदुउपरांत $a_x = a_1 + (x-1)*u$ **के संगत** $k_x = [w - 2a_x] \div u$ **प्राप्त करें**

d का अधिकतम् मान d_r की गएाना–

द्ध $d_r = [(k_1 \div 2]$ **की संक्रिया से** – प्राप्त भागफल r होगा।

इस प्रकार किसी सर्वान्तर d_n की सुनिश्विता के प्रति प्रथम आधार.वर्ग की विस्तारित संख्या
[{k−a} ÷ 2 की संक्रिया से–

1• शेषफल **q= 0** की प्राप्ति पर प्राप्त भागफल **r** पदों तक

2• शेषफल **q= 1** की प्राप्ति पर प्राप्त भागफल **r** का आगर **(r+1)** तक

गणना विस्तार में $k \neq d$ $k > d$ **का प्रतिबंध स्वीकारा जाना यथेष्ठ होगा।**

प्रथम आधार–वर्ग के प्रकारों की संख्या n = [d के प्रयुक्त कुल प्रकार के प्रति प्रथम पद a के प्रकारों का योग मान होगा।

(1) 3*3 के प्रति– **N=3** विषम संख्या ∴**समिका** $S = N*a + N*\frac{N-1}{2}(d+k)$

a	a+d	a+2d
a+k	(a+k)+d	(a+k)+2d
a+2k	(a+2k)+d	(a+2k)+2d

$\Rightarrow (N-1)k + 2a = \frac{2S}{N} - (N-1)\,d$ में – d=1 **के प्रति S=108 और N=3 प्रतिस्थापित करने पर** $2k + 2a = 72 - 2 \Rightarrow k + a = 35$ **से a का न्यूनतम् मान** $a_1 = 1$ **के संगत** $k = k_1 = 34$

(k–a) = [34 –d] **=[34-1] = 33**

सर्वान्तर d का अधिकत मान d_m **की गणना–**

सर्वान्तर d का अधिकत मान . [(k_1 ÷ 2] ⇒ 34÷ 2 की संप्रिया से प्राप्त भागफल 17 होगो।

तब सर्वान्त d = 1,2,3-----------15,16,17 के प्रति क्रमशः अलग–अलग तालिका अवलोकित कीजिये। **सामान्य आधार–वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।**

क्रमांक	सर्वान्तर **d**	सर्वान्तर **d** के प्रति **a=1**लिये जाने पर– प्रतिबंधानुसार किसी सर्वान्तर **d** के प्रति मान्य **(k–a)=(34–d)**	[(k-a)÷ 2 से प्राप्त		प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार–वर्ग की संख्या	
			भागफल r	शेषफल q		**सामान्य जादुई–वर्ग P*8**	**रंगीन जादुई–वर्ग P*8**
1	1	34–1 = 34 - 1 = 33	16	1	17	136	136
2	2	33 -1 = 34 - 2 = 32	16	0	16	128	128
3	3	32–1 = 34 - 3 = 31	15	1	16	128	128
4	4	31–1 = 34 - 4 = 30	15	0	15	120	120
5	5	30–1 = 34 - 5 = 29	14	1	15	120	120
6	6	29–1 = 34-- 6 = 28	14	0	14	112	112
7	7	28–1 = 34-- 7 = 27	13	1	14	112	112
8	8	27–1 = 34 - 8 = 26	13	0	13	104	104
9	9	26–1 = 34 - 9 = 25	12	1	13	104	104
10	10	25–1= 34 --10 = 24	12	0	12	96	96
11	11	24–1 = 34- 11 = 23	11	1	12	96	96
12	12	23–1 = 34 -12 = 22	11	0	11	88	88
13	13	22–1 = 34 -13 = 21	10	1	11	88	88
14	14	21–1 = 34 -14 = 20	10	0	10	80	80
15	15	20–1 = 34 15 = `19	9	1	10	80	80
16	16	19–1 = 34 -16 = `18	9	8	9	72	72
17	17	18–1 = 34 -17 = 17	8	1	9	72	72
योग					**217**	**1,736**	**1,736**

[1] **d=1 , के प्रति** [(k-a) =33] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल **16** और शेषफल **1** है ।

∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या =** भागफल **16** का आगर **17** होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
k	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20

s=n-	16	17
a	16	17
k	19	18

[2] d=1 , के प्रति [(k-a) =32] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 16 और शेषफल 0 है ।

∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 16 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
k	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19

s=n-	16
a	16
k	18

[3] d=3 , के प्रति [(k-a) =31] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 15 और शेषफल 1 है ।

∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 15 का आगर 16 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
k	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18

s=n-	16
a	16
k	17

[4] d=4 , के प्रति [(k-a) =30] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 15 और शेषफल 0 है ।

∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 15 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
k	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17

[5] d=5 , के प्रति [(k-a) =29] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 14 और शेषफल 1 है ।

∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 14 का आगर 15 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
k	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16

[6] d=6 , के प्रति [(k-a) =28] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 14 और शेषफल 0 है ।

∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 14 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
k	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16

[7] d=7 , के प्रति [(k-a) =27] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 13 और शेषफल 1 है ।

∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 13 का आगर 14 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
k	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15

[8] d=8 , के प्रति [(k-a) =26] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 13 और शेषफल 0 है ।
∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 13 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
k	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15

[9] d=9 , के प्रति [(k-a) =25] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 12 और शेषफल 1 है ।
∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 12 का आगर 13 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
k	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14

[10] d=10 , के प्रति [(k-a) =24] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 12 और शेषफल 0 है ।
∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 12 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
k	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14

[11] d=11 , के प्रति [(k-a) =23] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 11 और शेषफल 1 है ।
∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 11 का आगर 12 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
k	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13

[12] d=12 , के प्रति [(k-a) =22] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 11 और शेषफल 0 है ।
∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 11 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
k	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13

[13] d=13 , के प्रति [(k-a) =21] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 10 और शेषफल 1 है ।
∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 10 का आगर 11 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
k	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12

[14] d=14 , के प्रति [(k-a) =20] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 10और शेषफल 0है ।
∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 10 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12

[15] d=15 , के प्रति [(k-a) =19] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 9 और शेषफल 1 है ।

∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 9 का आगर 10 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11

[16] d=16 , के प्रति [(k-a) =18] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 9और शेषफल 0है ।

∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 9 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
k	19	18	17	16	15	14	13	12	11

[17] d=17 , के प्रति [(k-a) =17] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 8 और शेषफल 1 है ।

∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 8 का आगर 9 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
k	18	17	16	15	14	13	12	11	10

[

पुनः प्राप्त करें– ;

(1) सरल कमांक x=n के संगतत प्राप्त a और k को आपस में बदलकर (k- a) के लिये (a-k) सेकर उपरोक्तानुसार प्राप्त करें।

(2) (k- a) के सम संख्या मानों [30,28,26,24,22,20,18} जिनकी कुल संख्या = प्रमम आधार–वर्ग की संख्यp=7 होगा।

त्ब सकल गणन प्रस्तुति में –

1• प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P = 217+217 +7 = 441

2• सामान्य जादुई–वर्ग संख्या P*8 =441 *8 = 3,52 8

'2• रंगीन जादुई–वर्ग संख्या P*8 =23,126 *8 = 3,529

{2} 4*4 के प्रति– समिका $2(S = 2N{*}a \;+\; N{*}(N-1)(d+k)$ से –

a	a+d	a+2d	a+3d
(a+k)	(a+k)+d	(a+k)+2d	(a+k)+3d
(a+2k)	(a+2k)+d	(a+2k)+2d	(a+2k)+3d
(a+3k)	(a+3k)+d	(a+2k)+2d	(a+3k)+3d

$\Rightarrow (N-1)k + 2a = \frac{2S}{N} -$ $(N-1)\,d$ में – d=1 के प्रति S=108 और N=4 प्रतिस्थापित करने पर

$3k + 2a = 54 - 3$

$\Rightarrow$ 3k +2a = 51 से a का न्यूनतम् मान $a_1 = 3$ के संगत k =k_1 =15

(k–a) = [15--3d [15 –3] –12

सर्वान्तर d का अधिकत मान d_m की गणना–

सर्वान्तर d का अधिकत मान . $k_1 \div 2]$ $\Rightarrow$ 18÷ 2 की संप्रिया सें प्राप्त भागफल 9 होगा।

∴ सर्वान्तर d का अधिकत मान भागफल 9 होग।;

S= 108 के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3,4,5,6,7, के लिये–

सामान्य आधार–वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर **d** के प्रति **a-3** जाने पर– प्रतिबंधानुसार किसी सर्वान्तर **d** के प्रति मान्य (k–a) =(13–d)	[(k-a)÷ 2 से प्राप्त		प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार–वर्ग की संख्या		
			भागफल r	शेषफल q		विशिष्ट जादुईकृवर्ग **के प्रति P* 276**	खमान्य रंगीन जादुई–वर्ग **के प्रति P*84**	विशिष्ट रंगीन जादुई–वर्ग **के प्रति P*12**
1	1	15 – 3 = 13–1 = 12	6	0	6	1,656	504	72
2	2	14 – 3 = 13–2 = 11	5	1	6	1,656	504	72
3	3	13 –3 = 13–3 = 10	5	0	5	1,380	420	60
4	4	12 –3 = 13–4 = 9	4	1	5	1,380	420	60
5	5	11-–3 = 13–5 = 8	4	0	4	1104	336	48
6	6	10– 3 = 13–6 = 7	3	1	4	1,104	336	48
7	7	9–3 =13–7 = 6	3	0	3	828	252	36
		योग			33	9108	2772	396

जाँच की ओर

[1] d=1 , के प्रति [(k-a) =12] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 6 और शेषफल 0 है ।

∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 6 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6
a	3	6	9	12	15	18
k	15	13	11	9	7	5

[2] d=2 , के प्रति [(k-a) =11] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 5 और शेषफल 1 है ।

∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 5 का आगर 6 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6
a	3	6	9	12	15	18
k	14	12	10	8	6	4

[3] d= 3 , के प्रति [(k-a) =10] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 5 और शेषफल 0 है ।

∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 5 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5
a	3	6	9	12	15
k	13	11	9	7	5

[4] d=4 , के प्रति [(k-a) =9] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 4 और शेषफल 1 है ।

∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 4 का आगर 5 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5
a	3	6	9	12	15
k	12	10	8	65	4

[5] d=5 , के प्रति [(k-a) =8] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 4 और शेषफल 0 है ।

∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 4 होगा ।

s=n	1	2	3	4
a	3	6	9	12
k	11	9	7	5

[6] d=17 , के प्रति [(k-a) =7]÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 3 और शेषफल 1 है ।
∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 3 का आगर 4 होगा ।

s=n	1	2	3	4
a	3	6	9	12
k	10	8	6	4

[7] d=7 , के प्रति [(k-a) =6] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 3 और शेषफल 0 है ।
∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या = भागफल 3 होगा ।

s=n	1	2	3
a	3	6	9
k	9	7	5

=9, k =5 के प्रति–

[1] यथार्थ भाजक 1 के प्रति

सरल प्रथम आधार–वर्ग

9	16	23	30
14	21	28	35
19	26	33	40
24	31	38	45

सरल रंगीन जादुई–0र्ग

9	38	31	30
40	21	28	19
35	26	33	
24	23	16	45

ऊ.पं. वर्ग– 81+ 1444+961+900 =3386
नी.पं. वर्ग– 576 + 529+256+2025 =338 6
बाँ..स्त.. वर्ग– 81+1600+1225+576 =348 2
दाँ..स्त.. वर्ग– 900 +361+ 196 +2025 = 3482

विशिष्ट प्रथम आधार–वर्ग

9	14	16	21
23	28	30	35
19	24	26	31
33	38	40	45

विशिष्ट रंगीन जादुई–0र्ग

9	40	38	21
31	28	30	19
35	24	26	23
33	16	14	45

ऊ.पं. वर्ग– 81+ 1600+1444+441 = 3566
नी.पं. वर्ग– 1089 + 256+196+2025 =356 6
बाँ..स्त.. वर्ग– 81+961+1225+ 1089 =335 6
दाँ..स्त.. वर्ग– 441 +361+ 529 +2025 = 3356

[2] यथार्थ भाजक 2 के प्रति

स्रल प्रथम आधार–वर्ग

9	23	14	28
19	33	24	38
16	30	21	35
26	40	31	45

सरल रंगीन जादुई–0र्ग

9	31	40	28
35	33	24	16
38	30	21	19
26	14	23	45

ऊ.पं. वर्ग– 81+ 961+1600+ 784 = 3426
नी.पं. वर्ग– 676+ 196+529+2025 =34 26
बाँ..स्त.. वर्ग– 81+1225 +1444+ 676 =342 6
दाँ..स्त.. वर्ग– 784 +256+ 361 +2025 = 3426

विशिष्ट प्रथम आधार–वर्ग

9	19	23	33
14	24	28	38
16	26	30	40
21	31	35	45

विशिष्ट रंगीन जादुई–0र्ग

9	35	31	33
40	24	28	16
38	26	30	14
21	23	19	45

ऊ.पं. वर्ग– 81+ 1225+ 961+ 1089 = 3356
नी.पं. वर्ग– 441+ 529+ 361+2025 =33 56
बाँ..स्त.. वर्ग– 81+1600 +1444+ 441 =356 6
दाँ..स्त.. वर्ग– 1089 +256+ 196 +2025 = 3566

[3] यथार्थ भाजक **4** के प्रति

स्रल प्रथम आधार–वर्ग

9	14	19	24
16	21	26	31
23	28	33	38
30	35	40	45

सरल रंगीन जादुई–0र्ग

9	40	35	24
38	21	26	23
31	28	33	16
30	19	14	45

ऊ.पं. वर्ग– 81+ 1600+1225+576 =3482
नी.पं. वर्ग– 900 + 361+196+2025 =348 2
बाँ..स्त.. वर्ग– 81+1444+ 961+ 900 =348 6
दाँ..स्त.. वर्ग– 576 +529+ 256 +2025 = 3486

विशिष्ट प्रथम आधार–वर्ग

9	16	14	21
19	26	24	31
23	30	28	35
33	40	38	45

विशिष्ट रंगीन जादुई–0र्ग

9	38	40	21
35	26	24	23
31	30	28	19
33	14	16	45

ऊ.पं. वर्ग– 81+1444+ 1600+441 =35 66
नी.पं. वर्ग– 1089 + 196+256+2025 =356 6
बाँ..स्त.. वर्ग– 81+1225+ 961+ 1089 =335 6
दाँ..स्त.. वर्ग– 441 +529+ 361 +2025 = 3356

4■ N यथार्थ भाजक 1, 2 एवं N के अतिरिक्त किसी और अन्य यथार्थ भाजक m के प्रति

$2S \div N$ की भंक्रिया पूर्णतः अशेष विभाजित होने के प्रतिबंध पर **–N*N** का आधार–वर्ग के N^2 अचयव $\frac{N^2}{m}$ पदी m समान्तर श्रेढ़ी वै उभयनिष्ठ सर्वान्तर d पर दर्शित होंगे।जिनकै प्रथम पदमान $(a_1, q_2, a_3 - - - - a_{m-2}, a_{m-1}, a_m)$ स्वयं में सर्वान्तर k पर समान्तर श्रेढ़ी के प्रतिरूपण में $[a, (a+k), (a+2k), - - - - - \{a+(m-3)k\}, \{a+(m-2)k\}, \{a+(m-1)k\}]$ होंगे। लिये जाने पर–

$$N*S = a*N^2 + m*\left(\frac{\frac{N^2}{m}-1}{2}*\frac{N^2}{m}\right)*d + \left(\frac{m-1}{2}*m\right)*\frac{N^2}{m}*k$$

$$\Rightarrow 2NS = 2aN^2 + N^2\left(\frac{N^2}{m}-1\right)d + (m-1)*N^2*k$$

$$\Rightarrow 2S = 2aN + N\left(\frac{N^2}{m}-1\right)d + (m-1)\,N*k$$

$$\Rightarrow 2S = 2aN + N\left(\frac{N^2}{m}-1\right)d + (m-1)\,N*k$$

$\Rightarrow 2a + (m-1)*k = \left[\frac{2S}{N} - \left(\frac{N^2}{m}-1\right)d\right]$ के हल के` लिये **d के न्यूनतम् प्राकृत सख्या मान की सुनिश्चिता के प्रति S ,N और m का मान प्रतिस्थापित कर मानक सरल रैखिक समीकरण** $uk + 2a = w$ **– – – –(1) प्राप्त करें।**

समीकरण (1) के प्रति–

a **का न्यूनतम् मान** a_1 **सुनिश्चित करें। न्यूनतम् मान** a_1 **के संगत** $k = k_1$

तदृउपरांत $a_x = a_1 + (x-1)*u$ **के संगत** $k_x = [w - 2a_x] \div u$ **प्राप्त करें**

d **का अधिकतम् मान d_r की गएाना–** $(k_1 \div 2)$ **की संक्रिया से** – प्राप्त भागफल r होगा।

इस प्रकार किसी सर्वान्तर d_n की सुनिश्विता के प्रति प्रथम आधार.वर्ग की विस्तारित संख्या

$[\{k-a\} \div 2$ की संक्रिया से–

1• शेषफल **q= 0** की प्राप्ति पर प्राप्त भागफल **r** पदों तक

2• शेषफल **q= 1** की प्राप्ति पर प्राप्त भागफल **r** का आगर **(r+1)** तक

गणना विस्तार में $k \neq d$ $k > d$ **का प्रतिबंध स्वीकारा जाना यथेष्ठ होगा।**

[B] केवल और केवल 4*4 विशिष्ट प्रकार सामान्य जादुई–वर्ग रचना के प्रति–

1■ प्रतिबंध और नियम समिका S = (a+b+c+e+6d) के प्रति आकलन

उभयनिष्ट सर्वान्तर d पर प्राप्त 4 पदी अलग–अलग 4 समांतर श्रेढ़ी जिनके प्रथम पद क्रमशः a,b,c,e स्वयं में कोई भी तीन अवयव a,b,c/a,b,e/a,c,e/b,c,e समान्तर नहीं है और न ही कोई 4 पदी 2 समांतर श्रेढ़ी के सयुक्तीकरण से 8 पदी समांतर श्रेढ़ी दर्शित होगा।

के प्रति [1] a, (a+d),(a+2d), (a+3d) [2] b, (b+d),(b+2d), (b+3d)
[3] c, (c+d),(c+2d), (c+3d) [4] e, (e+d),(e+2d), (e+3d) जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई–वर्ग के पंक्तिक, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डबबों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान S = [a + b + c + e + 6d] होगा।

प्रथम आधार–वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक–

सामान्य आधार–वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
b	b+d	b+2d	b+3d
c	c+d	c+2d	c+3d
e	e+d	e+2d	e+3d

मेरी कृति ग्रंथ **छत्तीसगढ़ गणित दर्शन** के अध्याय 11 में उपरोक्त **प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार–वर्ग → विशिष्ट आधार–वर्ग → सामान्य जादुई–वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति** 4-4 अवयवों का योगमान S और उभयनिष्ट सर्वान्तर d ज्ञात होने पर प्रथम पद क्रमशः a,b,c,e की सुनिश्चिता एव यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार –**[1] d=1 के प्रति– a=x लियेजाने पर b=3d+x+2 , c =6d+x+4 , e =S–(15d+3x+6)**

[2] d≥2 के प्रति– a=x लियेजाने पर b=3d+x+1 , c =6d+x+2 , e =S–(15d+3x+3)

(e-c) S –[21d – 4x +5]

सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना–

सर्वान्तर d **के प्रति** a = x=1 के लिये सुनिश्चिता पर–

[1] d=1 के प्रति– a=1, b=6 , c =11 , e =S–24 (e-c) =S -35

[2] d≥2 के प्रति– a=1 b=3d+2 , c =6d+3 , e =S–(15d+6) = [(S=6)– 15d

(e-c) S –[21d – 9] = [(S– 9) – 21d]

सर्वान्तर d का अधिकतम् मान d_m **के प्रति (e-c) = [(S– 9) – 21d]** को दृष्टिगत करन पर–

d_m = [[S - 9) ÷ 21] की संक्रिया से–शैष युक्त प्राप्त भागफल r के प्रति r ही होगा। जबकि अशैष प्राप्त भागफल r के प्रति (r-1} होगा।

प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P = [(e-c) ÷ 4]की संक्रिया से प्राप्त भागफल r एवं शेषफल q को दृष्टिगत करते हुये निम्नानुसार सुनिश्चित होगा।

1• शेषफल q= 0 और 1 प्राप्त होने पर – भागफल r

2• शेषफल 2 और 3 प्राप्त होने पर – भागफल r का आगर (r+1) होगा।

विस्तारित आधार–वर्ग की संख्या =P *184 का गुणनफल होगा।

टीप– सर्वान्तर d के प्रति सामान्य आधार–वर्ग विस्तार **में (e-b)** एवं**(e-c) = 0, d,2d,3d** हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः **(e और b)** एवं **(e और b)** पंक्ति के क्रमशः **(4-4),(3-3),(2-2),(1-1)** अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे।

S= 108 के प्रति सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना–

सर्वान्तर d का अधिकतम् मान d_m = [[S - 9) ÷ 21] = [[99÷ 21] की संक्रिया से– शून्येतर शेषफल पर भागफल r =4 है। ∴ सर्वान्तर d का अधिकतम् मान d_m = भागफल r=4 होगा।

S= 108 के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3, 4 के लिये–

सामान्य आधार–वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति a=x=1 लिये जाने पर– प्रतिबंधानुसार मान्य (e-c) d=1 के प्रति– S -35 d≥ 2 के प्रति– $(S-9)-21d$ = 99 -21d	[(e-c)÷ 4 से प्राप्त भागफल r	शेषफल q	प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार–वर्ग की संख्या p*184
1	1	(108–35) = 73	18	1	18	3312
2	2	(99– 21*2) = 57	14	1	14˙	2576
3	3	(99–21*3) = 36	9	2	9	1656
4	4	(99 –-21*4) = 15	3	3	4	736
योग					45	828 0

जाँच की ओर

[1] **d=1 से (a+b+c+e= 102)**

d=1 के प्रति– a=x लियेजाने पर b=3d+x+2 , c =6d+x+4 , e =S–(15d+3x+6)

a=x , b= x+5 , c =x+10 , e =S–(15d+3x+6) =108–$(15*1+3x+6)$ = 87–3x

a=x=1 लियेजाने पर , b= 6 , c =11 , e = 84 (e-c)= 73

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
c	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
e	84	81	78	75	72	69	66	63	60	57	54	51	48	45	42

	16	17	18
a	16	17	18
b	21	22	23
c	26	27	28
e	39	36	33

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 18 जो कि **a=x=1 के प्रति प्राप्त e=84** और **c=11** के अन्तर मान **73** को **4** से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 18 और शेषफल **1** है । ∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या** भागफल **18** I प्रमाणित ।. विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या **=18*184 =3312**

d = 1 , a= 18, b =23 ,c =28 , e = 33 से S= 108 की जाँच7

प्रथम आधार–0र्ग

a	18	19	20	21
b	23	24	25	26
c	28	29	30	31
e	33	34	35	36

विशिष्ट आधार–वर्ग

18	23	19	24
20	25	21	26
28	33	29	34
30	35	31	36

विशिष्ट जादुई–वर्ग

18	31	35	24
34	25	21	28
26	33	29	20
30	19	23	36

[2] **d=2 से (a+b+c+e=96)**

d≥2 के प्रति– a=x लियेजाने पर b=3d+x+1 , c =6d+x+2 , e =S–(15d+3x+3)

(e-c) S –[21d – 4x +5]

a=x , b= x+7 , c =x+14 , e =S–(15d+3x+3) =108 – $(15*2+3x+3)$ = 75–3x

a=x=1 लियेजाने पर , b= 8 , c =15 , e = 72 (e-c)= 57

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
b	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
c	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
e	72	69	66	63	60	57	54	51	48	45	42	39	36	33

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 14 जो कि

a=x=1 के प्रति प्राप्त e=72 और c=15 के अन्तर मान 57 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 14 और शेषफल 1 है । ∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या भागफल 14 प्रमाण्ति ।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या =14*184 =2,576

d = 2 , a= 14, b =21 ,c =28 , e = 33 से S= 108 की जाँच7

प्रथम आधार–0र्ग

a	14	16	18	20
b	21	23	25	27
c	28	30	32	34
e	33	35	37	39

विशिष्ट आधार–वर्ग

14	21	16	23
18	25	20	27
28	33	30	35
32	37	34	39

विशिष्ट जादुई–वर्ग

14	34	37	23
35	25	20	28
27	33	30	18
32	16	21	39

[3] d=3 से (a+b+c+e= 90)

d≥2 के प्रति– a=x लियेजाने पर b=3d+x+1 , c =6d+x+2 , e =S−(15d+3x+3)

(e-c) S –[21d – 4x +5]

a=x , b= x+10 , c =x+20 , e =S−(15d+3x+3) =108 − $(15 * 3 + 3x + 3) = 60−3x$

a=x=1 लियेजाने पर , b= 11 , c =21 , e = 57 (e-c)= 36

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
b	11	12	13	14	15	16	17	18	19
c	21	22	23	24	25	26	27	28	29
e	57	54	51	48	45	42	39	36	33

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 9 जो कि

a=x=1 के प्रति प्राप्त e=57 और c=21 के अन्तर मान 36 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 9 और शेषफल 0 है ।

∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या भागफल 9 प्रमाण्ति ।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या =9*184 = 1,656

d = 3 , a= 9, b =19 ,c =29 , e = 33 से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	9	12	15	18
b	19	22	25	28
c	29	32	35	38
e	33	36	39	42

विशिष्ट आधार–वर्ग

9	19	12	22
15	25	18	28
29	33	32	36
35	39	38	42

विशिष्ट जादुई–वर्ग

9	38	39	22
36	25	18	29
28	33	32	15
35	12	19	42

[4] d=4 से (a+b+c+e= 84)

d≥2 के प्रति– a=x लियेजाने पर b=3d+x+1 , c =6d+x+2 , e =S−(15d+3x+3)

(e-c) S –[21d – 4x +5]

a=x , b= x+13 , c =x+26 , e =S−(15d+3x+3) =108 − $(15 * 4 + 3x + 3) = 45−3x$

a=x=1 लियेजाने पर ,b= 14 , c =27 , e = 42 (e-c)= 15

	1	2	3	4
a	1	2	3	4
b	14	15	16	17
c	27	28	29	30
e	42	39	36	33

***प्रथम* आधार–वर्ग की संख्या 4 जो कि**
a=x=1 के प्रति प्राप्त e=42 और **c=27** के अन्तर मान **15** को **4** से विभजित करने पर प्राप्त भागफल **3** और शेषफल **3** है । ∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या** भागफल **3** का आगर **4** प्रमाणित ।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या **=4*184 = 736**

d = 4, a= 4, b =17 ,c =30 , e = 33 से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	4	8	12	16
b	17	21	25	29
c	30	34	38	42
e	33	37	41	45

विशिष्ट आधार–वर्ग

4	17	8	21
12	25	16	29
30	33	34	37
38	41	42	45

विशिष्ट जादुई–वर्ग

4	42	41	21
37	25	16	30
29	33	34	12
38	8	17	45

2■ प्रतिबंध एवं नियम समिका– 1
S=(2a+b+c +10d) के प्रति आकलन'

उभयनिष्ट सर्वान्तर d पर प्राथम प्राप्त प्रथम 8 पदी 1 समांतर श्रेढ़ी एवं दूसरा और तीसरा 4 पदी अलग–अलग 2 समांतर श्रेढ़ी है ।

` के प्रति [1] a, (a+d),(a+2d), (a+3d),(a+4d), (a+5d),(a+6d), (a+7d),,

[2] b, (b+d),(b+2d), (b+3d) [3] c, (c+d),(c+2d), (c+3d), जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई–वर्ग के पंक्तिक, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डबबों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान S = [2a + b + c + 10d] होगा।

प्राप्त प्रथम आधार–वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक–

सामान्य आधार–वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
a+4d	a+5d	a+6d	a+7d
b	b+d	b+2d	b+3d
c	c+d	c+2d	c+3d

मेरी कृति ग्रंथ **छत्तीसगढ़ गणित दर्शन** के अध्याय 11 में उपरोक्त **प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार–वर्ग → विशिष्ट आधार–वर्ग → सामान्य जादुई–वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति** 4-4 अवयवों का योगमान S और उभयनिष्ट सर्वान्तर d ज्ञात होने पर प्रथम पद क्रमशः a,b,c, की सुनिश्चिता एव यथार्थ भाजक **1** के प्रति प्राप्त प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार अवलोकित कीजिये।

सर्वान्तर $d = 1$ के प्रति a=x लिये जाने पर b=7d+x+2 , c = $[S - (10d + 2a + b)]$

$$= [S - (17d+3x+2)]$$

$$(c\text{-} b) = [S - (24d+4x+2)]$$

आगे सर्वान्तर $d \geq 2$ के प्रति a=x लिये जाने पर b=7d+x+1,

c =$[S - (10d + 2a + b)] = [S - (17d+3x+1]$, $(c\text{-} b) = [S - (24d+6)]$

सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना–

a=x=1 लिये जाने पर –

सर्वान्तर $d = 1$ के प्रति a=1 , b=10 , c =$[S - 22]$, $(c\text{-} b) = [S - 32]$

आगे सर्वान्तर $d \geq 2$ के प्रति a=1 , b=7d+2 , c =[S -(17d+4)]

$$(c\text{-} b) = [S - (24d+6)]$$

सर्वान्तर d का अधिकतम् मान d_m के प्रति (c-b) **=[(S-6)−24d** को दृरिटगत करन पर–

$d_m = [(S - 6) \div 24]$ की संक्रिया से–शैष युक्त प्राप्त भागफल r के प्रति r ही होगा। जबकि अशैष प्राप्त भागफल r के प्रति (r-1} होगा।

किसी सर्वान्तर d_n के प्रति प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P = [(c-b)÷ 4]से प्राप्त भागफल r एवं शेषफल q को दृष्टिगत करते हुये निम्नानुसार सुनिश्चित होगा।

1• शेषफल q=0 और 1 प्राप्त होने पर – प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P = प्राप्त भागफल r होगा।

2• शेषफल q=2 और 3 प्राप्त होने पर – प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P = भागफल r का आगर (r+1) होगा।

विस्तारित आधार–वर्ग की संख्या =P *184 का गुणनफल होगा।

पृष्ठ 17 Ψ सर्वान्तर d के प्रति सामान्य आधार–वर्ग विस्तार में **(b-a)** एवं**(c-b) = 0, d,2d,3d** हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः **(a और b)** एवं **(b और c)** पंक्ति के क्रमशः **(4-4),(3-3),(2-2),(1-1)** अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे।

S= 108 के प्रति –

सर्वान्तर का अधिकतम् मान d_m **की गणना–** $d_m = [(S-6) \div 24] = [\mathbf{102} \div 24$ की सक्रिया से शून्येतर शेष्फल पर भागफल **r =4** है। ∴ d_m = भागफल **r=4** होगा।

तब सर्वान्तर d = 1, 2, 3, 4 के लिये– S= 108 के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः

सामान्य आधार–वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर **d**	सर्वान्तर **d** के प्रति **a=x=1**लिये जाने पर– प्रतिबंधानुसार मान्य **(c-b)** **d=1 के प्रति– S -32** **d≥ 2 के प्रति– S -(24d+6)**	[(c-b)÷ 4 से प्राप्त **भागफल** r	 शेषफल q	प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	**विस्तारित आधार–वर्ग की संख्या p*184**
1	1	108 – 32 = 76	19	0	19	3,496
2	2	108 – (24*2+6) = 54	13	2	14	2,576
3	3	108 – (24*3+6) = 30	7	2	8	1,472
4	4	108 – (24*4+6) = 6	1	2	2	368
योग					43	7012

जाँच की ओर

[1] S= 108 d=1 से (2a+b+c=98)

a=x लियेजाने पर b=7d+x+2 , c = [S–(17d+3x+2)]=[

a=x , b= x+9 , c = [108–(17*1+3x+2)] = 89–3x

a=x=1 लियेजाने पर , b= 10 , c =86 (c-b) =76

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
c	86	83	80	77	74	71	68	65	62	59	56	53	50	47	44

	16	17	18	19
a	16	17	18	19
b	25	26	27	28
c	41	38	35	32

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 19 जो कि a=x=1 के प्रति प्राप्त c =86 और **b=10** के अन्तर मान **76** को **4** से विभजित करने पर प्राप्त भागफल **=19** और शेषफल **0** है । ∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या** भागफल **19** प्रमाणित ।.

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या **=19*184 = 3496**

d = 1, a= 19, b =28 , c =32 ,   से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	19	20	21	22
	23	24	25	26
b	28	29	30	31
c	32	33	34	35

विशिष्ट आधार–वर्ग

19	23	20	24
21	25	22	26
28	32	29	33
30	34	31	35

विशिष्ट जादुई–वर्ग

19	31	34	24
33	25	22	28
26	32	29	21
30	20	23	35

[2] S=108 d=2 से (2a+b+c=88)

a=x लियेजाने पर **b=7d+x+1 , c = [S−(17d+3x+1)]**

a=x , b= x+15 , c = [108−(17*2+3x+1)] = 73−3x

a=x=1 लियेजाने पर **, b= 16 , c =70 (c-b) =54**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
b	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
c	70	67	64	61	58	55	52	49	46	43	40	37	34	31

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 14 जो कि

a=x=1 के प्रति प्राप्त c =70 और **b=10** के अन्तर मान **54** को **4** से विभजित करने पर प्राप्त भागफल **=13** और शेषफल **2**है। ∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या** भागफल **13** का अगर संख्या 14 प्रमाणित ।.

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या **=14*184 = 2,576**

d = 2, a= 14, b =29 , c =31 ,   से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	14	16	18	20
	22	24	26	28
b	29	31	33	35
c	31	33	35	37

विशिष्ट आधार–वर्ग

14	22	16	24
18	26	20	28
29	31	31	33
33	35	35	37

विशिष्ट जादुई–वर्ग

14	35	35	24
33	26	20	29
28	31	31	18
33	16	22	37

[3] S= 108 d=3 से (2a+b+c= 78)

a=x लियेजाने पर **b=7d+x+1 , c = [S−(17d+3x+1)]**

a=x , b= x+22 , c = [108−(17*3+3x+1)] = 56−3x

a=x=1 लियेजाने पर **, b= 23 , c = 53 (c-b) =30**

	1	2	3	4	5	6	7	8
a	1	2	3	4	5	6	7	8
b	23	24	25	26	27	28	29	30
c	53	50	47	44	41	38	35	32

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 8 जो कि a=x=1 के प्रति प्राप्त c =53 और **b=23** के अन्तर मान **30** को **4** से विभजित करने पर प्राप्त भागफल **7** 7और शेषफल **2** है । ∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या** भागफल **7** का आगर संख्या **8** प्रमाणित ।.

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या **=8 *184 = 1,472**

d = 3, a= 8, b =30 , c =32 ,   से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	8	11	14	17
	20	23	26	29
b	30	33	36	39
c	32	35	38	41

विशिष्ट आधार–वर्ग

8	20	11	23
14	26	17	29
30	32	33	35
36	38	39	41

विशिष्ट जादुई–वर्ग

8	39	38	23
35	26	17	30
29	32	33	14
36	11	20	41

[4] S= 108 d=4 से (2a+b+c= 78)

a=x लियेजाने पर b=7d+x+1 , c = [S–(17d+3x+1)]

a=x , b= x+29 , c = [108–(17*4+3x+1)] = 39–3x

a=x=1 लियेजाने पर , b= 30, c = 36 (c-b) =6

	1	2
a	1	2
b	30	31
c	36	33

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 2 जो कि a=x=1 के प्रति प्राप्त c =36 और b=30 के अन्तर मान 6 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 1 और शेषफल 2 है । ∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या भागफल 1 का आगर संख्या 2 प्रमाणित ।. विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या =2 *184 = 368

d = 4, a= 2, b =31 , c =33 , से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	2	6	10	14
	18	22	26	30
b	31	35	39	43
c	33	37	41	45

विशिष्ट आधार–वर्ग

2	18	6	22
10	26	14	30
31	33	35	37
39	41	43	45

विशिष्ट जादुई–वर्ग

2	43	41	22
37	26	14	31
30	33	35	10
39	6	18	45

प्रतिबंध एवं नियम समिका – 2

S=(a+2b+c +10d) के प्रति आकलन'

उभयनिष्ट सर्वान्तर d पर प्राथम प्राप्त प्रथम 4 पदी 1 समांतर श्रेढ़ी एवं दूसरा 8 पदी 1 समांतर श्रेढ़ी और तीसरा 4 पदी 1 समांतर श्रेढ़ी है ।

के प्रति [1] a, (a+d),(a+2d), (a+3d [2] b, (b+d),(b+2d), (b+3d) , (b+4d),(b+5d), (b+6d), (b+7d) [3] c, (c+d),(c+2d), (c+3d), जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई–वर्ग के पंक्तिक, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डबबों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान S = [a + 2b + c + 10d] होगा।

4 के यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार–वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक–

सामान्य आधार–वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
b	b+d	b+2d	b+3d
b+4d	b+5d	b+6d	b+7d
c	c+d	c+2d	c+3d

मेरी कृति ग्रंथ छत्तीसगढ़ गणित दर्शन के अध्याय 11 में उपरोक्त प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार–वर्ग → विशिष्ट आधार–वर्ग → सामान्य जादुई–वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति 4-4 अवयवों का योगमान S और उभयनिष्ट सर्वान्तर d ज्ञात होने पर प्रथम पद क्रमशः a,b,c, की सुनिश्चिता एव यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार अवलोकित कीजिये।

सर्वान्तर d = 1 के प्रति a=x लिये जाने पर b=3d+x+2 , c = [S – (10d + a + 2b)]

= [S – (16d+3x+4)]

[c-(b+4d)] = [S – (23d+4x+6)] =[S-(29+4x)]

आगे सर्वान्तर d ≥ 2 के प्रति a=x लिये जाने पर b=3d+x+1,

c =[S – (10d + a + 2b)] = [S – (16d+3x+2], [c- (b+4d) = [S – (23d+4x+3)]

सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना–

a=x=1 लिये जाने पर –

सर्वान्तर d = 1 के प्रति a=1 , b=6 , c =[S – 23], [c- (b+4d)] = [S – 33]

आगे सर्वान्तर d ≥ 2 के प्रति a=1 , b=3d+2 , c =[S –(16d+5)]

[c – (b+4d) = [$S-(23d+7)$]

सर्वान्तर d का अधिकतम् मान की गणना–

सर्वान्तर d का अधिकतम् मान d_m के प्रति [c - (b+4d) =[(S-7) -23d]को दृष्टिगत करने पर–

$d_m = [(S-7) \div 23]$ की संक्रिया से– शैष युक्त प्राप्त भागफल r के प्रति r ही होगा। जबकि अशैष प्राप्त भागफल r के प्रति (r-1} होगा। 779

प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P= [{c-(b+4d)} ÷ 4]की संक्रिया से प्राप्त भागफल r एवं शेषफल q को दृष्टिगत करते हुये निम्नानुसार सुनिश्चित होगा।

1• शेषफल q= 0 और 1 प्राप्त होने पर – भागफल r

2• शेषफल 2 और 3 प्राप्त होने पर – भागफल r का आगर (r+1) होगा।

विस्तारित आधार–वर्ग की संख्या =P *184 का गुणनफल होगा।

पृष्ठ 17 Ψसर्वान्तर d के प्रति सामान्य आधार–वर्ग विस्तार में (b-a) एवं(c-b) = 0, d,2d,3d हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः (a और b) एवं (b और c) पंक्ति के क्रमशः (4-4),(3-3),(2-2),(1-1) अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे।

S= 108 के प्रति–

सर्वान्तर का अधिकतम् मान d_m की गणना– $d_m = [(S-7) \div 23] = [(101 \div 23]$ की सक्रिया से श्शून्येतर शेषफल पर ाागफल **r =4** है। ∴ d_m = भागफल **4** होगा।

तब S= 108 के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3, 4 के लिये–

सामान्य आधार–वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति a=x=1लिये जाने पर– प्रतिबंधानुसार मान्य [c-(b+4d)] d=1 के प्रति– S -33 d≥ 2 के प्रति– S –(23d+7)	[c-(b+4d)]÷ 4 से प्राप्त भागफल r	शेषफल q	प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार–वर्ग की संख्या p*184
1	1	108 – 33 = 75	18	3	19	3,496
2	2	108 – (23*2+7) = 55	13	3	14	2,576
3	3	108 – (23*3+7) = 32	8	0	8	1,472
4	4	198–(23 ∗ 4+7) = 9	2	1	2	368
		योग			43	7,912

जाँच की ओर

[1] S= 108 d=1 से (a+2b+c=98)

a=x लियेजाने पर b=3d+x+2 , c = [S–(16d+3x+4)] [c-(b+4d)] =[S -{23d+4x+6]

a=x , b= x+5 , c = [108–(16*1+3x+4)] = 88–3x

[c-(b+4d)] =[(88-3x) –{(x+5)+4d}]= 79- 4x

a=x=1 लियेजाने पर , b= 6 , c =85 [c-(b+4d)] = 75

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
c	85	82	79	76	73	70	67	64	61	58	55	52	49	46	43

	16	17	18	19
a	16	17	18	19
b	21	22	23	24
c	40	37	34	31

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 19 जो कि
a=x=1 के प्रति प्राप्त c=85 और [b+4d]= 10 के अन्तर मान 75 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 18और शेषफल 3 है । ∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या भागफल 18का अदगर 19 प्रमाणित ।.
विस्तारित आधार–वर्ग की कुल संख्या 19*184 = 3496

d = 1, a= 19, b =24 , c =31 , से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	19	20	21	22
b	24	25	26	27
	28	29	30	31
c	31	32	33	34

विशिष्ट आधार–वर्ग

19	24	20	25
21	26	22	27
28	31	29	32
30	33	31	34

विशिष्ट जादुई–वर्ग

19	31	33	25
32	26	22	28
27	31	29	21
30	20	24	34

[2] S= 108 d=2 से (a+2b+c=88)
a=x लियेजाने पर b=3d+x+1 , c = [S−(16d+3x+2)] [c-(b+4d)] =[S -{23d+4x+3]
a=x , b= x+7, c = [108−(16*2+3x+2)] = 74−3x
[c-(b+4d)] =[(74-3x) −{(x+7)+4d}]= 59- 4x
a=x=1 लियेजाने पर , b= 8 , c =71 [c-(b+4d)] = 55

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
b	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
c	71	68	65	62	59	56	53	50	47	44	41	38	45	32

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 14जो कि
a=x=1 के प्रति प्राप्त c=71 और [b+4d]=16 के अन्तर मान 55 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 13 और शेषफल 3 है । ∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या भागफल 18 का अदगर 19 प्रमाणित ।.
विस्तारित आधार–वर्ग की कुल संख्या 14*184 = 2576

d = 2, a= 14, b =21 , c =31 , से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	14	16	18	20
b	21	23	25	27
	29	31	33	35
c	32	34	36	38

विशिष्ट आधार–वर्ग

14	21	16	23
18	25	20	27
29	32	31	34
33	36	35	38

विशिष्ट जादुई–वर्ग

14	35	36	23
34	25	20	29
27	32	31	18
33	16	21	38

[3] S= 108 d=3 से (a+2b+c=78)
a=x लियेजाने पर b=3d+x+1 , c = [S−(16d+3x+2)] [c-(b+4d)] =[S -{23d+4x+3]
a=x , b= x+10 , c = [108−(16*3+3x+2)] = 58−3x
[c-(b+4d)] =[(58-3x) −{(x+10)+4d}]= 36- 4x
a=x=1 लियेजाने पर , b= 11 , c =55 [c-(b+4d)] = 32

	1	2	3	4	5	6	7	8
a	1	2	3	4	5	6	7	8
b	11	12	13	14	15	16	17	18
c	55	52	49	46	43	40	37	34

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 8जो कि
a=x=1 के प्रति प्राप्त c=55 और [b+4d]=23 के अन्तर मान 32 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 8 और शेषफल o है । ∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या भागफल 18 क

अदगर 19 प्रमाणित ।.

विस्तारित आधार–वर्ग की कुल संख्या 8*184 =147 2

d = 3, a= 8 , b =18 , c =34 , से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	8	11	14	17
b	18	21	24	27
	30	33	36	39
c	34	37	40	43

विशिष्ट आधार–वर्ग

8	18	11	21
14	24	17	27
30	34	33	37
36	40	39	43

विशिष्ट जादुई–वर्ग

8	39	40	21
37	24	17	30
27	34	33	14
36	11	18	43

[4] S= 108 d=4 से (a+2b+c= 68)

a=x लियेजाने पर b=3d+x+1 , c = [S–(16d+3x+2)] [c-(b+4d)] =[S -{23d+4x+3]

a=x , b= x+13 , c = [108–(16*4+3x+2)] = 42–3x

[c-(b+4d)] =[(42-3x) –{(x+13)+4*4}]= 13- 4x

a=x=1 लियेजाने पर , b= 14 , c =39 [c-(b+4d)] = 9

	1	2
a	1	2
b	14	15
c	39	36

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 2जो कि

a=x=1 के प्रति प्राप्त c=39 और **[b+4d]=30** के अन्तर मान **9** को **4** से विभजित करने पर प्राप्त भागफल **2** और शेषफल **1** है । ∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या** भागफल **2** प्रमाणित ।.

विस्तारित आधार–वर्ग की कुल संख्या 2*184 =368

d = 4, a= 2 , b =15 , c =36 , से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	2	6	10	14
b	15	19	23	27
	31	35	39	43
c	36	40	44	48

विशिष्ट आधार–वर्ग

2	15	6	19
10	23	14	27
21	36	35	40
39	44	43	48

विशिष्ट जादुई–वर्ग

2	43	44	19
40	23	14	21
27	36	35	10
39	6	15	48

प्रतिबंध एवं नियम समिका– 3

S=(a+b+2c +10d) के प्रति आकलन'

उभयनिष्ट सर्वान्तर d पर प्राप्त प्राथम एवं दूसरा 4 पदी अलग–अलग 2 समांतर श्रेढ़ी एवं तीसरा 8 पदी 1 समांतर श्रेढ़ी जिनके प्रथम पद क्रमशः a,b,c स्वयं में समान्तर नहीं है ।

के प्रति [1] a, (a+d),(a+2d), (a+3d) [2] b, (b+d),(b+2d), (b+3d)

[3] c, (c+d),(c+2d), (c+3d), (c+4d),(c+5d), (c+6d),(c+7d), जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई–वर्ग के पंक्तिक, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डबबों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान S = [a + b + 2c + 10d] होगा।

4 के यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार–वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक–

सामान्य आधार–वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
b	b+d	b+2d	b+3d
c	c+d	c+2d	c+3d
c+4d	c+5d	c+6d	e+7d

मेरी कृति ग्रंथ **छत्तीसगढ़ गणित दर्शन** के अध्याय 11 में उपरोक्त **प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार–वर्ग → विशिष्ट आधार–वर्ग → सामान्य जादुई–वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति** 4-4 अवयवों का योगमान S और उभयनिष्ट सर्वान्तर d ज्ञात होने पर प्रथम पद क्रमशः a,b,c, की सुनिश्चिता एव यथार्थ भाजक **1** के प्रति प्राप्त प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार अवलोकित कीजिये।

2 से पूर्ण विभाज्य संख्या सम संख्या कहलाती है। सम संख्या में से सम संख्या घटाने पर सम संख्या प्राप्त होगा। विषम संख्या में से विषम संख्या घटाने पर सम संख्या प्राप्त होगा। को दृष्टिगत करने करने पर–

[1] S **सम संख्या होने पर–**

सर्वान्तर $d = 1$ **के प्रति** a=2x लिये जाने पर b=3d+2x+3 ,

$c = \frac{1}{2}[S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2}[S - (13d+4x+3)$

पुनः x=1 लिपे जाने पर a=2x=2 b=3d+2x+3 = 3d+5 =8

$c = \frac{1}{2}[S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2}[S - (13d+4x+3)] = \frac{1}{2}[S - (13d+7)] = \frac{1}{2}[S = 20]$

$(c- b) = \frac{1}{2}[S - 20] - 8 = \frac{1}{2}[S - 36]$

सर्वान्तर d =2 **के प्रति** a=2x त्र1 लिये जाने पर b=3d+2x+4,

$c = \frac{1}{2}[S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2}[S - (13d+4x+4)]$

: x=1 लिपे जाने पर a=2x=2 b=3d+2x+4 = 3d+6 = 12

$c = \frac{1}{2}[S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2}[S - (13d+4x+4)] = \frac{1}{2}[S - (13d+8)] = \frac{1}{2}[S - 34]$

$(c- b) = \frac{1}{2}[S - 34] - 12 = \frac{1}{2}[S - 58]$

आगे सर्वान्तर $d \geq 3$ **के प्रति**

1. सर्वान्तर d के सम संख्या होने के प्रति a=2x= लिये जाने पर b=3d+2x+2

$c = \frac{1}{2}[S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2}[S - (13d+4x+2)]$

पुनः x=1 लिपे जाने पर a=2x=2 b=3d+2x+2 = 3d+4

$c = \frac{1}{2}[S - (13d+4x+2)] = \frac{1}{2}[S - (13d+6)]$

$(c- b) = \frac{1}{2}[S - (13d+6)] - (3d+4) = \frac{1}{2}[S - (19d+14)]$

2. सर्वान्तर d के विषम संख्या होने के प्रति– a=2x लिये जाने पर b=3d+2x+1

$c = \frac{1}{2}[S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2}[S - (13d+4x+1)]$

पुनः x=1 लिपे जाने पर a=2x=2 b=3d+2x+1 = 3d+3

$c = \frac{1}{2}[S - (13d+4x+1)] = \frac{1}{2}[S - (13d+5)]$

पुनः x=1 लिपे जाने पर a=2x=2 b=3d+2x+1 = 3d+3

$c = \frac{1}{2}[S - (13d+4x+1)] = \frac{1}{2}[S - (13d+5)]$

$(c- b) = \frac{1}{2}[S - (13d+5)] - (3d+3) = \frac{1}{2}[S - (19d+11)]$

सर्वान्तर d का अधिकतम् मान d_m के प्रति $[c - b] = \frac{1}{2}[(S - 14) - 19d]$ को दृरिटगत करने पर–

$d_m = [(S - 14) \div 19]$ की संक्रिया से– शैष युक्त प्राप्त भागफल r के प्रति r ही होगा। जबकि अशैष प्राप्त भागफल r के प्रति (r-1} होगा।

[2] S **विषम संख्या होने पर–**

सर्वान्तर $d = 1$ **के प्रति** a=2x लिये जाने पर b=3d+2x+2 ,

$c = \frac{1}{2}[S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2}[S - (13d+4x+2)$

पुनः x=1 लिपे जाने पर a=2x=2 b=3d+2x+2 = 3d+4 =7

$c = \frac{1}{2}[S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2}[S - (13d+4x+2)] = \frac{1}{2}[S - (13d+6)] = \frac{1}{2}[S = 19]$

$(c- b) = \frac{1}{2}[S - 19] - 7 = \frac{1}{2}[S - 33]$

सर्वान्तर d =2 के प्रति a=2x ञ1 लिये जाने पर b=3d+2x+1,

c =$\frac{1}{2}$ [$S-(10d+a+b)$] = $\frac{1}{2}$ [S – (13d+4x+1)]

: x=1 लिपे जाने पर a=2x=2 b=3d+2x+1 = 3d+3= 9

c = $\frac{1}{2}$ [S – (13d+4x+1)] = $\frac{1}{2}$ [S – (13d+5)] =$\frac{1}{2}$ [$S-31$]

(c- b) = $\frac{1}{2}$ [$S-31$] –9 = $\frac{1}{2}$ [$S-49$]

आगे सर्वान्तर d ≥ 3 के प्रति

1. सर्वान्तर d के सम संख्या होने के प्रति a=2x= लिये जाने पर b=3d+2x+1

c = $\frac{1}{2}$ [$S-(10d+a+b)$] = $\frac{1}{2}$ [S – (13d+4x+1)]

पुनः x=1 लिपे जाने पर a=2x=2 b=3d+2x+1 = 3d+3

c = $\frac{1}{2}$ [S – (13d+4x+1)] = $\frac{1}{2}$ [S – (13d+5)]

(c- b) =$\frac{1}{2}$ [S – (13d+5)] - (3d+3) = $\frac{1}{2}$ [S – (19d+11)]

2. सर्वान्तर d के विषम संख्या होने के प्रति– a=2x लिये जाने पर b=3d+2x+2

c = $\frac{1}{2}$ [$S-(10d+a+b)$] = $\frac{1}{2}$ [S – (13d+4x+2)]

पुनः x=1 लिपे जाने पर a=2x=2 b=3d+2x+2 = 3d+4

c = $\frac{1}{2}$ [S – (13d+4x+2)] = $\frac{1}{2}$ [S – (13d+6)]

(c- b) =$\frac{1}{2}$ [S – (13d+6)] - (3d+4) = $\frac{1}{2}$ [S – (19d+14)]

सर्वान्तर d का अधिकतम् मान d_m के प्रति [c - b]= $\frac{1}{2}$ [$(S-11)-19d$] को दृरूिटगत करने पर–

$d_m = [(S-11) \div 19]$ की संक्रिया से– शैष युक्त प्राप्त भागफल r के प्रति r ही होगा। जबकि अशैष प्राप्त भागफल r के प्रति (r-1} होगा।

ध्यानाकर्षण S के सम एवं विषम मानों के प्रति–

किसी सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार–वर्ग की प्राप्ती क्रम में x वें क्रम का प्रथम पद a_x = 2x होगा।

किसी सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P = {c–b} ÷ 2] की संक्रिया से प्राप्त भागफल r एवं शेषफल q को दृष्टिगत करते हुये निम्नानुसार सुनिश्चित होगा।

1• शेषफल q= 0 औ प्राप्त होने पर – भागफल r

2• शेषफल 1 प्राप्त होने पर – भागफल r का आगर (r+1) होगा।

विस्तारित आधार–वर्ग की संख्या =P *184 का गुणनफल होगा।

पृष्ठ 17 Ψ सर्वान्तर d के प्रति सामान्य आधार–वर्ग विस्तार में (b-a) एवं(c-b) = 0, d,2d,3d हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः (a और b) एवं (b और c) पंक्ति के क्रमशः (4-4),(3-3),(2-2),(1-1) अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे।

S= 108 के प्रति– S= 108 सम संख्या है।

सर्वान्तर का अधिकतम् मान d_m की गणना– $d_m = [(S-11) \div 19] = [97 \div 19]$ की संक्रिया से– की सक्रिया से ⊧ शून्येतर शेषफल पर ाागफल **r =5** है। ∴ d_m = भागफल **r=5** होगा।

तब S= 108 के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2,3,4,5 के लिये–

सामान्य आधार–वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर **d** के प्रति **a=x=1** लिये जाने पर– प्रतिबंधानुसार मान्य **(c-b)** **d=1 के प्रति** $-\frac{1}{2}[S-36]$ **d=2 के प्रति**–$\frac{1}{2}$ $[S-58]$ **d≥ 3 के सम संख्या होने के प्रति**– $\frac{1}{2}$ $[S-(19d+14)]$ **d≥ 3 के विषम संख्या होने के प्रति**– $\frac{1}{2}$ $[S-(19d+11)]$	[(c-b)÷ 2 से प्राप्त **भागफल** r	 शेषफल q	प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	**विस्तारित आधार–वर्ग की संख्या m*184**
1	1	$\frac{1}{2}$[108 –36] = 36	18	0	18	3,312
2	2	$\frac{1}{2}$[108 – 58] = 25	12	1	13	2,392
3	3	$\frac{1}{2}$[108 –(19*3+11)] = 20	10	0	10	1,840
4	4	$\frac{1}{2}$[108 –(19*4+14)] = 9	4	1	5	920
3	3	$\frac{1}{2}$[108 –(19*5+11)] = 1	0	1	1	184
		योग			47	8,648

[1] S= 108 सम संख्या **d=1 से (a+b+2c=98)**

सर्वान्तर d = 1 के प्रति x=1, a=2x=2 लिये जाने पर b=3d+2x+3 =6+2x =8

c = $\frac{1}{2}$ $[S-(13d+4x+3)$ $\frac{1}{2}$ $[108-(16+4x)$ $=46-2x=44$ (c–b)= 36

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
a	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36
b	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42
c	44	42	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 18 जो कि

a=x=1 के प्रति प्राप्त c=44 और **b=8** के अन्तर मान **36** को **2** से विभजित करने पर प्राप्त भागफल **18** और शेषफल **0** है ।

∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या** भागफल **18** प्रमाणित ।.

विस्तारित आधार–वर्ग की कुल संख्या 18*184 = 3,312

d = 1 a= 36 , b = 42 , c = 10, से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	36	37	38	39
b	42	43	44	45
c	10	11	12	13
	14	15	16	17

विशिष्ट आधार–वर्ग

36	42	17	43
38	44	39	45
10	14	11	15
12	16	13	17

विशिष्ट जादुई–वर्ग

36	13	16	43
15	44	39	10
45	14	11	38
12	17	42	17

[2] S= 108 सम संख्या **d=2 से (a+b+2c=88)**

सर्वान्तर d = 2 के प्रति x=1, a=2x=2 लिये जाने पर b=3d+2x+4 =10+2x =12

$c = \frac{1}{2}[S-(13d+4x+4) = \frac{1}{2}[108-(30+4x) = 39-2x = 37$ (c–b)= 37 – 12 = 25

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
a	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26
b	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36
c	37	35	33	31	29	27	25	23	21	19	17	15	13

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 7 जो कि
a=x=1 के प्रति प्राप्त c=37 और **b=12** के अन्तर मान **25** को **2** से विभजित करने पर प्राप्त भागफल **12** और शेषफल **1** है ∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या** भागफल **12** का आगर **13** प्रमाणित ।.
विस्तारित आधार–वर्ग की कुल संख्या 13*184 = 2,392
d = 2 a= 26 , b = 36, c =13, से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	26	28	30	32
b	36	38	40	42
c	13	15	17	19
	21	23	25	27

विशिष्ट आधार–वर्ग

26	36	28	38
30	40	32	42
13	21	15	23
17	25	19	27

विशिष्ट जादुई–वर्ग

26	19	25	38
23	40	32	13
42	21	15	30
17	28	36	27

[3] S= 108 सम संख्या **d=3 से (a+b+2c=78)**
सर्वान्तर d = 3 के प्रति x=1, a=2x=2 लिये जाने पर b=3d+2x+1 =10+2x =12

$c = \frac{1}{2}[S-(13d+4x+1)\ \frac{1}{2}[108-(40+4x) = 34-2x = 32$ (c–b)= 20

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
b	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
c	32	30	28	26	24	22	20	18	16	14

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 10 जो कि
a=x=1 के प्रति प्राप्त c=32 और **b=12** के अन्तर मान **20** को **2** से विभजित करने पर प्राप्त भागफल **10** और शेषफल **0** है ।

।

∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या** भागफल **10** प्रमाणित ।.
विस्तारित आधार–वर्ग की कुल संख्या 10*184 =1,840
d = 3 a= 20 , b = 30, c =14, से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	20	23	26	29
b	30	33	36	39
c	14	17	20	23
	26	29	32	35

विशिष्ट आधार–वर्ग

20	30	23	33
26	36	29	39
14	26	17	29
20	32	23	35

विशिष्ट जादुई–वर्ग

20	23	32	33
29	36	29	14
39	26	17	26
20	23	32	35

[4] S= 108 सम संख्या **d=4 से (a+b+2c=68)**
सर्वान्तर d = 4 के प्रति x=1, a=2x=2 लिये जाने पर b=3d+2x+2 =14+2x =16

$c = \frac{1}{2}[S-(13d+4x+2)\ \frac{1}{2}[108-(54+4x) = 27-2x = 25$ (c–b)= 9

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5
a	2	4	6	8	10
b	16	18	20	22	24
c	25	23	21	19	17

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 5 जो कि a=x=1 के प्रति प्राप्त c=25 और b=16 के अन्तर मान 9 को 2 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 4और शेषफल 1 है । ।

∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या भागफल 4 का आगर 5 प्रमाणित होगा।.

∴ विस्तारित आधार–वर्ग की कुल संख्या 5*184 = 920 ।

d = 3 a= 10 , b = 24, c =17, से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	10	14	18	22
b	24	28	32	36
c	17	21	25	29
	33	37	41	45

विशिष्ट आधार–वर्ग

10	24	14	28
18	32	22	36
17	33	21	37
25	41	29	45

विशिष्ट जादुई–वर्ग

10	29	41	28
37	32	22	17
36	33	21	18
25	14	24	45

[5] S= 108 सम संख्या d=5 से (a+b+2c=58)

सर्वान्तर $d \geq 3$ के प्रति x=1, a=2x=2 लिये जाने पर b=3d+2x+1 =16+2x =18

$c = \frac{1}{2}[S - (13d+4x+1)$ $\frac{1}{2}[108 - (66+4x)$ $= 21 - 2x = 19$ (c–b)= 1

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1
a	2
b	18
c	19

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 1जो कि a=x=1 के प्रति प्राप्त c=19 और b=18 के अन्तर मान 1 को 2 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 0 और शेषफल 1 है । ।

∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या भागफल 0 का आगर 1 प्रमाणित ।.

विस्तारित आधार–वर्ग की कुल संख्या 1*184 = 1,84

d = 5 a= 2 , b = 18, c =19, से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	2	7	12	17
b	18	23	28	33
c	19	24	29	34
	39	44	49	54

विशिष्ट आधार–वर्ग

2	18	7	23
12	28	17	33
19	39	24	44
29	49	34	54

विशिष्ट जादुई–वर्ग

2	34	49	23
44	28	17	19
33	39	24	12
29	7	18	54

3■ प्रतिबंध एवं नियम समिका – 1

S=(3a+b +18d) के प्रति आकलन'

उभयनिष्ट सर्वान्तर d पर प्राप्त प्रथम 12 पदी 1 समांतर श्रेढ़ी एवं दूसरा 4 पदी समांतर श्रेढ़ी है ।

` के प्रति

[1] a, (a+d),(a+2d), (a+3d),(a+4d), (a+5d),(a+6d), (a+7d),),(a+8d), (a+9d),(a+10d),(a+11d),

[2] b, (b+d),(b+2d), (b+3d) जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई–वर्ग के पंक्तिक, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डबबों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान S = [3a + b + 18d] होगा।

4 के यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार–वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक–

सामान्य आधार–वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
a+4d	a+5d	a+6d	a+7d
a+8d	a+9d	a+10d	a+11d
b	b+d	b+2d	b+3d

मेरी कृति ग्रंथ **छत्तीसगढ़ गणित दर्शन** के अध्याय 11 में उपरोक्त **प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार–वर्ग → विशिष्ट आधार–वर्ग → सामान्य जादुई–वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति** 4-4 अवयवों का योगमान S और उभयनिष्ट सर्वान्तर d ज्ञात होनर प्रथम पद क्रमशः a,b, की सुनिश्चिता एव यथार्थ भाजक **1** के प्रति प्राप्त प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार अवलोकित कीजिये।

सर्वान्तर d ≥ 1 के प्रति a=x लिये जाने पर $b=[S-(18d+3a)]$ **=b=** $[(S-3x)-18d]$

पुनः a=x =1 लिये जाने पर $b=[(S-3x)-18d]=[(S-3)-18d]$

$[b-(a+8d)]=[(S-4)\ \ -26d]$

सर्वान्तर d का अधिकतम् मान

सर्वान्तर d का अधिकतम् मान $d_m\ =[(S-4)\div 26]$ की संक्रिया से– शेष युक्त प्राप्त भागफल r के प्रति r ही होगा। जबकि अशेष प्राप्त भागफल r के प्रति (r-1} होगा।

सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना–

$[(S-4)\ \ -26d]\div 4$ की संक्रिया से–

1• शेषफल q= 0 और 1 प्राप्त होने पर – भागफल r

2• शेषफल 2 और 3 प्राप्त होने पर – भागफल r का आगर (r+1) होगा।

विस्तारित आधार–वर्ग की संख्या =P *184 का गुणनफल होगा।

पृष्ठ 17 Ψसर्वान्तर d के प्रति सामान्य आधार–वर्ग विस्तार **में (b-a)** एवं**(c-b) = 0, d,2d,3d** हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः **(a और b)** एवं **(b और c)** पंक्ति के क्रमशः **(4-4),(3-3),(2-2),(1-1)** अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे। सर्वान्तर **1** पर **16** पदी एक समान्तर श्रेढ़ी का प्रतिरूपण प्राप्त हो सकता है।

जाँच की ओर

[1] **S= 108** सम संख्या **d=1 से (3a+b+=90)**

S= 108 के प्रति–

सर्वान्तर का अधिकतम् मान d_m **की गणना–** $d_m\ =[(S-4)\div 26]=[(104\div 26]$ सक्रिया से शून्य शेषफल पर भागफल **r =4** है।

∴ $d_m\ =$ भागफल **r=4** के प्रति **(r-12) =3** होगा।

$[b-(a+8d)]=[(S-4)\ \ -26d]=[(108\ -4)-26d\,]=[104-26d)=$

तब S= 108 के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2,3, 3 के लिये–

सामान्य आधार–वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर **d** के प्रति **a=x=1**लिये जाने पर– प्रतिबंधानुसार मान्य [b – (a+8d]= [104 –26d]	[b- (a+8d)]÷ 4 से प्राप्त भागफल r	शेषफल q	प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	**विस्तारित आधार–वर्ग की संख्या m*184**
1	1	[104 –26*1] = 78	19	2	20	3,680
2	2	[104 –26*2] = 52	13	0	13	2,392
3	3	[104 –26*3] = 26	6	2	7	1288
		यझैग			40	7,360

सर्वान्तर d = 1 के प्रति (3a+b = 90)

a=x=1 लिये जाने पर

$$b= [(S-3x) -18d] = [(105-3) - 18 * 1] = 105-18 = 87$$

[b-(a+8d] =[(S-4)-26d]= [104 -26*1] = 78

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	87	84	81	78	75	72	69	66	63	60	57	54	51	48	45

	16	17	18	19	20
a	16	17	18	19	20
b	42	39	36	33	30

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 20जो कि
x=1 के प्रति प्राप्त b= 87और (a+8d) =(1+8)=9 के अन्तर मान
78 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 19 और शेषफल 2 है ।
∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या भागफल 19 का आगर 20 प्रमाणित ।.

वस्ता1रत आधार–वर्ग की कुल संख्या 20*184 = 3,680

d =1 a= 20 , b = 30, से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	20	21	22	23
	24	25	26	27
	28	29	30	31
b	30	31	32	33

विशिष्ट आधार–वर्ग

20	24	21	25
22	26	23	27
28	30	29	31
30	32	31	33

विशिष्ट जादुई–वर्ग

20	31	32	25
31	26	23	28
27	30	29	22
30	21	24	33

[2] S= 108 d=2 से (3a+b+=72)

सर्वान्तर d = 2 के प्रति a=x=1 लिये जाने पर

$$b= [(S-3x) -18d] = [(108-3) - 18 * 2] = 105-36 = 69$$

[b-(a+8d] =[(S-4)-26d]= [104 -26*2] = 52

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
b	69	66	63	60	57	54	51	48	45	42	39	36	33

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 13जो कि
x= a=1 के प्रति प्राप्त b= 69और (a+8d) =(1+16)=17के अन्तर मान 52 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 13 और शेषफल 0 है । ∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या भागफल 13 प्रमाणित ।.

वस्तारित आधार–वर्ग की कुल संख्या 13*184 = 2,392

d =2 a= 13 , b = 33, से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	13	15	17	19
	21	23	25	27
	29	31	33	35
b	33	35	37	39

विशिष्ट आधार–वर्ग

13	21	15	23
17	25	19	27
29	33	31	35
33	37	35	39

विशिष्ट जादुई–वर्ग

13	35	37	23
35	25	19	29
27	33	31	17
33	15	21	39

[3] S= 108 d=3 से (3a+b+=54)

सर्वान्तर d = 3 के प्रति a=x=1 लिये जाने पर

$$b=[(S-3x)-18d]=[(108-3)-18*3]=105-54=51$$
$$[b-(a+8d)=[(S-4)-26d]=[104-26*3]=26$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7
a	1	2	3	4	5	6	7
b	51	48	45	42	39	36	33

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 7जो कि x= a=1 के प्रति प्राप्त b= 51 और **(a+8d) =(1+24)=25** के अन्तर मान **26** को **4** से विभजित करने पर प्राप्त भागफल **6** और शेषफल **2** है । ∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या** भागफल **6** का आगर **7** प्रमाणित ।.

वस्तारित आधार–वर्ग की कुल संख्या 7*184 = 1,288

d =3 a= 7 , b = 33, से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	7	10	13	16
	19	22	25	28
	31	34	37	40
b	33	26	39	42

विशिष्ट आधार–वर्ग

7	19	10	22
13	25	16	28
31	33	34	26
37	39	40	42

विशिष्ट जादुई–वर्ग

7	40	39	22
26	25	16	31
28	33	34	13
37	10	19	42

प्रतिबंध एवं नियम समिका – 2

S=(a+3b +18d) के प्रति आकलन'

उभयनिष्ट सर्वान्तर d पर प्राप्त प्रथम 4 पदी 1 समांतर श्रेढ़ी एवं दूसरा 12 पदी समांतर श्रेढ़ी है ।

॰ के प्रति

[1] a, (a+d),(a+2d), (a+3d)

[2] b, (b+d),(b+2d), (b+3d), (b+4d),(b+5d),(b+6d), (b+7d), (b+8d), (b+9d), b+10d),(b+11d), जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई–वर्ग के पंक्तिक, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डबबों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान $S = [a + 3b + 18d]$ होगा।

4 के यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार–वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक–

सामान्य आधार–वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
b	b+d	b+2d	b+3d
b+4d	b+5d	b+6d	b+7d
b+8d	b+9d	b+10b	b+11d

मेरी कृति ग्रंथ **छत्तीसगढ़ गणित दर्शन** के अध्याय 11 में उपरोक्त **प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार–वर्ग → विशिष्ट आधार–वर्ग → सामान्य जादुई–वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति** 4-4 अवयवों का योगमान S और उभयनिष्ट सर्वान्तर d ज्ञात होने पर प्रथम पद क्रमशः a,b, की सुनिश्चिता एव यथार्थ भाजक **1** के प्रति प्राप्त प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्;नानुसार अवलोकित कीजिये।

f

S=(a+3b +18d) से $b=\frac{1}{3}[(S-a)-18d]$ में किसी सर्वान्तर **d≥ 1 एवं** क्रमांक **x** के प्रति–

योगमान S को 3 से विभाजित करने पर–

1■ शेषफल 0 (शून्य) की प्राप्ति के **प्रति** – $a=3x$, $b=\frac{1}{3}[(S-3x)-18d]$

2■ शेषफल 1 (एक) की प्राप्ति के **प्रति** – $a=3x+1$, $b=\frac{1}{3}[\{S-(3x+1)\}-18d]$

3■ शेषफल 2 (दो) की प्राप्ति के **प्रति** – $a=3x+2$, $b=\frac{1}{3}[\{S-(3x+2)\}-18d]$

किसी सर्वान्तर **d≥ 1 एवं** क्रमांक **x =1** के प्रति–

1■ शेषफल 0 (शून्य) की प्राप्ति के **प्रति** – $a=3x=3$ $b=\frac{1}{3}[(S-3)-18d]]$

$$(b=a)=\frac{1}{3}[(S-12)-18d]]$$

2■ शेषफल 1 (एक) की प्राप्ति के **प्रति** – **a=3x +1=4** **b =** $\frac{1}{3}[(S-4)-18d]$]

(b=a) = $\frac{1}{3}[(S-16)-18d]$]

3■ शेषफल 2 (दो) की प्राप्ति के **प्रति** – **a=3x +2 =5** **b =** $\frac{1}{3}[(S-5)-18d]$]

(b=a) = $\frac{1}{3}[(S-20)-18d]$]

सर्वान्तर d का अधिकतम् मान सर्वान्तर d का अधिकतम् मान d_m =

1■ शेषफल 0 (शून्य) की प्राप्ति के **प्रति** [(S – 12) ÷ 18]
2■ शेषफल 1 (एक) की प्राप्ति के **प्रति** [(S – 16) ÷ 18] **की संक्रिया से**
3■ शेषफल 2 (दो) की प्राप्ति के **प्रति** [(S – 20) ÷ 18]

शेष युक्त प्राप्त भागफल r के प्रति r ही होगा। जबकि अशैष प्राप्त भागफल r के प्रति (r-1} होगा।

सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना–
सर्वान्तर d ≥ 1 एवं x =1 के प्रति

प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P = [**सर्वान्तर d ≥ 1 एवं x =1 के प्रति प्राप्त** (b-a)÷ 2] की संक्रिया से प्राप्त भागफल r एवं शेषफल q को दृष्टिगत करते हुये निम्नानुसार सुनिश्चित होगा।

1• शेषफल q=0 और 1 प्राप्त होने पर – प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P = प्राप्त भागफल r

2• शेषफल q= 2 और 3 प्राप्त होने पर – प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P = प्राप्त भागफल का आगर (r+1) होगा।

विस्तारित आधार–वर्ग की संख्या =P *184 का गुणनफल होगा।

पृष्ठ 17 Ψ सर्वान्तर d के प्रति सामान्य आधार–वर्ग विस्तार **में** **(b-a)** एवं**(c-b) = 0, d,2d,3d** हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः **(a** और **b)** एवं **(b** और **c)** पंक्ति के क्रमशः **(4-4),(73-3),(2-2),(1-1)** अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे।

S= 108 के प्रति– 108 ÷ 3 की संक्रिया से प्राप्त शेषफल 0 है।

∴ सर्वान्तर **d ≥1** में क्रमांक **x=1** लिये जाने पर **a= 3x =3**

$b = \frac{1}{3}[(S-3x)-18d] = \frac{1}{3}[(108-3*1)-18*1] = \frac{1}{3}[(105-18] = 29$

$[b-a] = \frac{1}{3}[S-(18d+12x)] = \frac{1}{3}[108-(18d+12)] = \frac{1}{3}[96-18d] = 32 - 5d$

सर्वान्तर का अधिकतम् मान d_m की गणना–

a और b की सुनिश्चिता के प्रति योगमान S को 3 से विभाजित करने से 0प्त शेषफल 0 है।

∴

तब S= 108 के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2,3, 4,5 के लिये–

सामान्य आधार–वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति a=x=1 लिये जाने पर– प्रतिबंधानुसार मान्य (b-a) 32 – 6d	[b-a] ÷ 4 से प्राप्त भागफल r	शेषफल q	प्रथम आधार–वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार–वर्ग की संख्या m*184
1	1	$32 - 6*1 = 26$	6	2	7	1288
2	2	$32 - 6*2 = 20$	5	0	5	920
3	3	$32 - 6*3 = 14$	3	2	4	732
	4	$32 - 6*4 = 8$	2	0	2	368
	5	$32 - 6*5 = 2$	0	2	1	184
		योग			19	3,498

[1] सर्वान्तर $d = 1$ के प्रति $(a + 3b = 90)$ a=3x=3 लिये जाने पर

$$b = \frac{1}{3}[(S - 3x) - 18d] = \frac{1}{3}[(108 - 3*1) - 18*1] = 29$$

[b-a] =29=3= 26

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7
a	3	6	9	12	15	18	21
b	29	28	27	26	25	24	23

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 7 जो कि

x=1 के प्रति प्राप्त b= 29 और **a=3** के अन्तर मान **26** को **4** से विभजित करने पर प्राप्त भागफल **6** और शेषफल **2** है। ∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या** भागफल **6** का आगर **7** प्रमाणित।.

वस्तारित आधार–वर्ग की कुल संख्या 7*184 =1,29 8

d =1 a= 39 , b = 17, से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	21	22	23	24
b	23	24	25	26
	27	28	29	30
	31	32	33	34

विशिष्ट आधार–वर्ग

21	23	22	24
23	25	24	26
27	31	28	32
29	33	30	34

विशिष्ट जादुई–वर्ग

21	30	33	24
32	25	24	27
26	31	28	23
29	22	23	34

[2] सर्वान्तर $d = 2$ के प्रति $(a + 3b = 72)$ a=3x=3 लिये जाने पर

$$b = \frac{1}{3}[(S - 3x) - 18d] = \frac{1}{3}[(108 - 3*1) - 18*2] = 23$$

[b-a] =23=3= 20

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
b	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 10जो कि

x=1 के प्रति प्राप्त b= 23 और **a=3** के अन्तर मान **20** को **2** से विभजित करने पर प्राप्त भागफल **10**और शेषफल **0** है ।
∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या** भागफल **610** प्रमाणित ।.
वस्तारित आधार–वर्ग की कुल संख्या 5*184 =920
d =2 a= 30 , b = 33, से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	30	32	34	36
b	14	16	18	20
	22	24	26	28
	30	32	34	36

विशिष्ट आधार–वर्ग

30	14	32	16
34	18	36	20
22	30	24	32
26	34	28	36

विशिष्ट जादुई–वर्ग

30	28	34	16
32	18	36	22
20	30	24	34
26	32	14	36

[3] सर्वान्तर d = 3 के प्रति (a+ 3b = 54) a=3x=3 लिये जाने पर

$$b = \frac{1}{3}[(S- 3x)- 18d] = \frac{1}{3}[(108 - 3*1)- 18*3] = 17$$

[b-a] =17=3= 14

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7
a	3	6	9	12	15	18	21
b	17	16	15	14	13	12	11

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 7जो कि
x=1 के प्रति प्राप्त b= 17 और **a=3** के अन्तर मान **14** को **2** से विभजित करने पर प्राप्त भागफल **7** और शेषफल **0** है ।
∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या** भागफल **7** प्रमाणित ।.
वस्तारित आधार–वर्ग की कुल संख्या 7*184 =1,2 88

d =3 a= 21 , b = 11, से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	21	24	27	30
b	11	14	17	20
	23	26	29	32
	35	38	41	44

विशिष्ट आधार–वर्ग

21	11	24	14
27	17	30	20
23	35	26	38
29	41	32	44

विशिष्ट जादुई–वर्ग

21	32	41	14
38	17	30	21
20	35	26	28
29	24	11	44

[4] सर्वान्तर d = 4 के प्रति (a+ 3b = 36) a=3x=3 लिये जाने पर

$$b = \frac{1}{3}[(S- 3x)- 18d] = \frac{1}{3}[(108 - 3*1)- 18*4] = 11$$

[b-a] =11=3= 8

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4
a	3	6	9	12
b	11	10	9	8

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 4 जो कि
x=1 के प्रति प्राप्त b= 11 और **a=3** के अन्तर मान **8** को **2** से विभजित करने पर प्राप्त भागफल **24**और शेषफल **0** है ।
∴ **प्रथम आधार–वर्ग की संख्या** भागफल **4** प्रमाणित ।.
वस्तारित आधार–वर्ग की कुल संख्या 4*184 =736
d =4 a= 12 , b = 8, से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	12	16	20	24
b	8	12	16	20
	24	28	32	36
	40	44	48	52

विशिष्ट आधार–वर्ग

12	8	16	12
20	16	24	20
24	40	28	44
32	48	36	52

विशिष्ट जादुई–वर्ग

12	36	48	12
44	16	24	24
20	40	38	20
32	16	8	52

[5] सर्वान्तर d = 5 के प्रति (a+ 3b = 18) a=3x=3 लिये जाने पर

$$b = \frac{1}{3}[(S- 3x)- 18d] = \frac{1}{3}[(108 - 3*1)- 18*5] = 5$$

[b-a] =5=3= 2

को संतुष्ट करने हल तालिका

a	3
b	5

प्रथम आधार–वर्ग की संख्या 1 जो कि
x=1 के प्रति प्राप्त b= 5 और a=3 के अन्तर मान 2 को 2 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 1 और शेषफल 0 है । ∴ प्रथम आधार–वर्ग की संख्या भागफल 1 प्रमाणित ।.
वस्तारित आधार–वर्ग की कुल संख्या 1*184 = 184l

d =4 a= 12 , b = 8, से S= 108 की जाँच

प्रथम आधार–0र्ग

a	3	8	13	18
b	5	10	15	20
	25	30	35	40
	45	50	55	60

विशिष्ट आधार–वर्ग

3	5	8	10
13	15	18	20
25	45	30	50
35	55	40	60

विशिष्ट जादुई–वर्ग

3	40	55	10
50	15	18	25
29	45	30	13
35	8	5	60

योगमानS=108 के प्रतिसमिकावार कुल प्रकारों की संकलन ।तालिका

[1] 3*3 का जादुई–वर्ग रचना के प्रति

क्रमांक	समिका	प्रथम आएार–वर्ग की संख्या p	प्रथम आधार–नर्ग से विस्तारित आधार–नर्ग की संख्या: सामान्य जादुई–वर्ग रचना के प्रति P*8	रंगीन जादुई–वर्ग रवनाके प्रति P*8
1	2	3	4	5
1	$2S = 2N*a + N*(N^2 - 1)*d$	8	64	64
2	$2S = 2N*a + N*(N - 1)*(d + k)$	441	3528	3528
योग		449	3,592	3,592

[2] **4*4** का जादुई–वर्ग रचना के प्रति

क्रमांक	समिका	I प्रथम आधार–वर्ग की संख्या p	प्रथम आधार–नर्ग से विस्तारित आधार–नर्ग की संख्या		
			अरंगित जादुई–वर्ग के प्रति	रंगीन जादुई–वर्ग: सामान्य में जादुई–वर्ग के प्रति	रंगीन जादुई–वर्ग: विशिष्ट में जादुई–वर्ग के प्रति
1	2	3	4	5	6
1	$2S = 2N*a + N*(N^2 - 1)*d$	1	276	84	12
2	$2S = N*(a+b) + N*(\frac{N^2}{2} - 1)*d$	86	23736	7224	1032
3	$2S = 2N*a + N*(N - 1)*(d + k)$	33	9108	2772	396
योग		120	34,120	10,080	1440

[3] **4*4** का सामान्य (रंग घारध्ण करने के गुण से मुक्त) विशिष्ट जादुई–वर्ग रचना के प्रति

क्रमांक	समिका	प्रथम आएार–वर्ग की संख्या चp	प्रथम आधार–नर्ग से विस्तारित आधार–नर्ग की संख्या P*184
1	2	3	4
1	S = (a+b+c+e+6d)	45	828 0
2 -1	S=(2a+b+c +10d)	43	7012
2-2	S=(a+2b+c +10d)	43	7,912
2-3	S=(a+b+2c +10d)	47	8,648
3-1	S=(3a+b +18d)	40	7306
3-2	S=(a+3b +18d)	35	6,440
योग		253	83,352

महायाग तालिका

क्रमांक	N*N का जादुई–वर्ग रचना के प्रति	प्रथम आएार–वर्ग की संख्या p	प्रथम आधार–नर्ग सेविस्तारित आधार–नर्ग की संख्या				महायोग
			सामान्य (अंरगित)		रंगीन जादुई–वर्ग		
			सामान्य जादुई–वर्ग के प्रति	विशिष्ट जादुई–वर्ग के प्रति	सामान्य जादुई–वर्ग के प्रति	विशिष्ट जादुई–वर्ग के प्रति	
1	2	3	4	5	6	7	
1	3*3	449	3,592	-----	3,592	---------	7,183
2	4*4	120	--------	34,120	10,800	1,440	46,360
3	4*4	253	---------	46,552	---------	-----------	46,552
योग		557	3,592	71,760	14,392	1,440	1,00,095

एक लाए एक लाख पन्चानबें।

---------108--------