

S=750

. प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन की ओर .

प्रतिबंध

[A] सामान्य, / सामान्य रंगीन / विशिष्ट प्रकार के रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति-
N*N का जादुई-वर्ग रचना के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की भूमिका से पूर्णतः परिचित हो चुके हैं। जादुई-वर्ग के पंक्तिक, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डब्बों (खानों) में स्थित N-N अवयवों का योगमान S -

N के सम एवं विषम मानों के प्रति $S > [N * \frac{N^2+1}{2}]$ होने के प्रति N के यथार्थ भाजकों को दृष्टिगत कर N*N का जादुई-वर्ग रचना के तारतम्य में प्रथम आधार-वर्ग की विस्तारित श्रृंखला प्राप्ति की ओर अलग-अलग सरल समिका आगे अध्ययन क्रम में विस्तारित है।

जादुई-वर्ग रचना के प्रति प्रथम आधार-वर्ग से विस्तारित आधार-वर्ग के प्रकारों की संख्या-

उपरोक्तानुसार प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की विस्तारित श्रृंखला के किसी भी प्रथम आधार-वर्ग के अवयवों को नियमानुसार स्थान क्रम बदलकर नवीन आधार-वर्ग श्रृंखला माला पिरोया जा सकता है। निम्नानुसार प्राप्त कीजिये।

[1] विषम ' विषम $(2x+1) * (2x+1)$ के प्रति

1■ सामान्य जादुई-वर्ग रचना के प्रति सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या

$(2x+1)$ के समस्त यथार्थ भाजक की कुल संख्या m होने के प्रति-

1. यथार्थ भाजक 1 और $(2x+1)$ के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या = $4m[!(2x) - 1]$

2. यथार्थ भाजक 1 और $(2x+1)$ के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजक के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या = $4(m-1)[!(2x) - 1]$ होगा।

2■ रंग धारिता प्रगुण के अधीन रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या

(1) $(2x+1)$ 3 द्वारा अविभाजित होने के प्रति- समस्त यथार्थ भाजक की कुल संख्या m होने के प्रति-

1. यथार्थ भाजक 1 और $(2x+1)$ के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या = $4m[(!x * 2^x) - 1]$

2. यथार्थ भाजक 1 और $(2x+1)$ के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजक के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या = $4(m-1)[(!x * 2^x) - 1]$ होगा।

(2) $(2x+1)$ 3 द्वारा विभाजित होने के प्रति- समस्त यथार्थ भाजक की कुल संख्या m होने के प्रति-

1. यथार्थ भाजक 1, 3, $\frac{(2x+1)}{3}$ और $(2x+1)$ के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या = $4m[(!x * 2^x) - 1]$

2. यथार्थ भाजक 1, 3, $\frac{(2x+1)}{3}$ और $(2x+1)$ के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजक के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या = $4(m-1)[(!x * 2^x) - 1]$ होगा।

[2A] $x \geq 3$ विषम संख्या होने के प्रतिबंध पर 4 से अविभाजित सम*सम $2x * 2x$ के प्रति

1■ रंग धारिता प्रगुण के अधीन रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों की संख्या

1. यथार्थ भाजक 1 और $2x$ के प्रति- आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = $4m[(!x * 2^x) - 1]$

2. यथार्थ भाजक 1 और $2x$ के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजकों के प्रति-

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या = $4(m-1)[(!x * 2^x) - 1]$

2■ विशिष्ट आधार-वर्ग की ओर सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या

1. यथार्थ भाजक 1 और $2x$ के प्रति— आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = $4m$

2. यथार्थ भाजक x के प्रति—

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या = $4(m-1)$

3. यथार्थ भाजक 1, x और $2x$ के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजक के प्रति—

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या = $4(m-3)$ होगा।

[2B] $x \geq 2$ सम संख्या होने के प्रतिबंध पर 4 से विभाजित सम*सम $2x*2x$ के प्रति

1■ रंग धारिता प्रगुण के अधीन रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या

1. यथार्थ भाजक 1, 2, x और $2x$ के प्रति— आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = $4m[(!x * 2^x) - 1]$

2. यथार्थ भाजक 1, 2, x और $2x$ के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजकों के प्रति—

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या = $4(m-1)[(!x * 2^x) - 1]$

2■ विशिष्ट आधार-वर्ग की ओर सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या

1. यथार्थ भाजक 1, 2, x और $2x$ के प्रति— आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = $4m$

2. यथार्थ भाजक 1, 2, x और $2x$ के अतिरिक्त शेष यथार्थ भाजक के प्रति—

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या = $4(m-1)$ होगा।

[3] केवल और केवल $4*4$ के प्रति—

1■ रंग धारिता प्रगुण से मुक्त सामान्य जादुई-वर्ग रचना के प्रति—

4 के तीनों यथार्थ भाजक 1, 2 और 4 के प्रति—

सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या— 276 होगा।

1■ सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति—

4 के तीनों यथार्थ भाजक 1, 2 और 4 के प्रति—

सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या— 84 होगा।

2■ विशिष्ट आधार-वर्ग की ओर सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या

4 के तीनों यथार्थ भाजक 1, 2 और 4 के प्रति—

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या = 12

टीप— स्थान क्रम बदलकर नवीन आधार-वर्ग श्रृंखला माला पिरोने का प्रतिबंध—

[1] x के विषम मानों के प्रति $2x*2x$ के जादुई-वर्ग रचना क्रम में $2x$ के यथार्थ भाजक 1 और $2x$ के अतिरिक्त किसी यथार्थ भाजक m के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग के अवयवों का स्थान क्रम बदलकर स्वयं यथार्थ भाजक m के प्रति नवीन आधार-वर्ग श्रृंखला माला पिरोना जाना यथेष्ट नहीं होगा।

[2] $(2x+1)^3$ से अविभाजित होने के प्रति $(2x+1)*(2x+1)$ के जादुई-वर्ग रचना क्रम में के यथार्थ भाजक 1 और $(2x+1)$ के अतिरिक्त किसी यथार्थ भाजक m के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग के अवयवों का स्थान क्रम बदलकर स्वयं यथार्थ भाजक m के प्रति नवीन आधार-वर्ग श्रृंखला माला पिरोना जाना यथेष्ट नहीं होगा।

य. भा. 1 सा.आ. व.

1	4	7	10	13	16	19	22
25	28	31	34	37	40	43	46
49	52	55	58	61	64	67	70
73	76	79	82	85	88	91	94
3	6	9	12	15	18	21	24
27	30	33	36	39	42	45	48
51	54	57	60	63	66	69	72
75	78	81	84	87	90	93	96

रं. जा.-व.

1	93	7	87	84	16	78	22
46	28	66	63	34	57	43	25
27	67	55	39	36	64	30	70
3	21	88	82	85	9	6	94
73	76	18	12	15	79	91	34
49	45	33	58	61	42	52	48
72	54	31	37	60	40	69	25
5	4	90	10	13	81	19	96

S= 388 य. भा. 1 वि.आ. व.

1	25	49	73	4	28	52	76
7	31	55	79	10	34	58	82
13	37	61	85	16	40	64	88
19	43	67	91	22	46	70	94
3	27	51	75	6	30	54	78
9	33	57	81	12	36	60	84
15	39	63	87	18	42	66	90
21	45	69	93	24	48	72	96

वि. रं. जा.-व.

1	72	49	24	93	28	45	79
82	31	42	18	79	63	58	15
9	64	61	12	81	40	33	88
94	54	46	91	22	51	27	3
78	43	30	75	6	68	70	19
13	60	57	85	16	36	37	84
90	39	55	10	87	34	66	7
21	25	48	73	4	69	52	96

S= 388 य. भा. 2 सा. व.

1	7	13	19	25	31	37	43
49	55	61	67	73	79	85	91
3	9	15	21	27	33	39	45
51	57	63	69	75	81	87	93
4	10	16	22	28	34	40	46
52	58	64	70	76	82	88	94
6	12	18	24	30	36	42	48
54	60	66	72	78	84	90	96

रं. जा.-व.

1	90	13	78	72	31	60	43
91	55	36	30	67	18	85	6
52	39	15	76	70	33	58	45
93	40	81	69	75	16	10	4
46	57	34	22	28	63	87	51
3	88	64	21	27	82	9	94
48	12	61	73	24	79	42	49
54	7	84	19	25	66	37	96

S= 388 य. भा. 2 वि.आ. व.

1	49	3	51	7	55	9	57
13	61	15	63	19	67	21	69
25	73	27	75	31	79	33	81
37	85	39	87	43	91	45	93
4	52	6	54	10	58	12	60
16	64	18	66	22	70	24	72
28	76	30	78	34	82	36	84
40	88	42	90	46	94	48	96

वि. रं. जा.-व.

1	48	3	46	90	55	88	57
69	61	82	34	63	30	21	28
16	33	27	22	66	79	64	81
93	12	91	87	43	6	52	4
60	85	58	54	10	39	45	37
25	24	18	75	31	70	73	72
84	76	15	19	78	67	36	13
40	49	94	51	7	42	9	96

S= 388 य. भा. 4 सा. व.

1	13	25	37	49	61	73	85
3	15	27	39	51	63	75	87
4	16	28	40	52	64	76	88
6	18	30	42	54	66	78	90
7	19	31	43	55	67	79	91
9	21	33	45	57	69	81	93
10	22	34	46	58	70	82	94
12	24	36	48	60	72	84	96

रं. जा.-व.

1	84	25	60	48	61	24	85
87	15	70	58	39	34	75	10
9	76	28	57	45	64	21	88
90	79	66	42	54	31	19	7
91	18	67	43	55	30	78	6
4	81	33	40	52	69	16	93
94	22	27	51	46	63	82	3
12	13	72	37	49	36	73	96

S= 388 य. भा. 4 वि.आ. व.

1	3	4	6	13	15	16	18
25	27	28	30	37	39	40	42
49	51	52	54	61	63	64	66
73	75	76	78	85	87	88	90
7	9	10	12	19	21	22	24
31	33	34	36	43	45	46	48
55	57	58	60	67	69	70	72
79	81	82	84	91	93	94	96

वि. रं. जा.-व.

1	94	4	91	84	15	81	18
42	27	69	67	30	58	40	55
31	64	52	43	36	63	33	66
90	22	87	78	85	10	9	7
24	75	21	12	19	76	88	73
49	46	34	54	61	45	51	48
72	57	28	37	60	39	70	25
79	3	93	6	13	82	16	96

S= 388 य. भा. 8 सा.आ. व.

1	25	49	73	3	27	51	75
4	28	52	76	6	30	54	78
7	31	55	79	9	33	57	81
10	34	58	82	12	36	60	84
13	37	61	85	15	39	63	87
16	40	64	88	18	42	66	90
19	43	67	91	21	45	69	93
22	46	70	94	24	48	72	96

रं. जा.-व.

1	72	49	24	94	27	46	75
78	28	45	21	76	67	54	19
16	57	55	18	88	33	40	81
84	63	36	82	12	61	37	13
87	34	39	85	15	58	60	10
7	66	64	79	9	42	31	90
93	43	52	6	91	30	69	4
22	25	48	73	3	70	51	96

S= 388 य. भा. 8 वि.आ. व.

1	4	7	10	25	28	31	34
49	52	55	58	73	76	79	82
3	6	9	12	27	30	33	36
51	54	57	60	75	78	81	84
13	16	19	22	37	40	43	46
61	64	67	70	85	88	91	94
15	18	21	24	39	42	45	48
63	66	69	72	87	90	93	96

वि. रं. जा.-व.

1	93	7	87	72	28	66	34
82	52	42	39	58	21	79	15
61	33	9	85	70	30	64	36
84	43	78	60	75	19	16	13
46	54	40	22	37	57	81	51
3	91	67	12	27	88	6	94
48	38	55	73	24	76	45	49
63	4	90	10	25	69	31	96

उभयनिष्ठ सर्वान्तर $d=3$ पर , 16 पदी 4 समान्तर श्रेढी जिनके प्रथम पद a,b,c और d समान्तर श्रेढी के अवयव होने के प्रति सर्वान्तर 50 होने के प्रति a,b,c और d क्रमशः (1, 51, 101, और 151) के प्रति $S=788$ की जादुई-वर्ग के प्रकारों के विस्तार विषयक जाँच-

य. भा. 1 सा.आ. व.

1	4	7	10	13	16	19	22
25	28	31	34	37	40	43	46
51	54	57	60	63	66	69	72
75	78	81	84	87	90	93	96
101	104	107	110	113	116	119	122
125	128	131	134	137	140	143	146
151	154	157	160	163	166	169	172
175	178	181	184	187	190	193	196

रं. जा.-व.

1	193	7	187	164	16	178	22
46	28	166	163	34	157	43	151
125	69	57	137	134	66	128	72
96	119	90	84	87	107	104	101
122	78	116	110	113	81	93	75
51	143	131	60	63	140	54	146
172	154	31	37	160	40	169	25
175	4	190	10	13	181	19	196

य. भा. 1 वि.आ. व.

1	25	51	75	4	28	54	78
7	31	57	81	10	34	60	84
13	37	63	87	16	40	66	90
19	43	69	93	22	46	72	96
101	125	151	175	104	128	154	178
107	131	157	181	110	134	160	184
113	137	163	187	116	140	166	190
119	143	169	193	122	146	172	196

वि. रं. जा.-व

1	172	51	122	193	28	143	78
84	31	140	116	81	163	60	113
107	66	63	110	181	40	131	90
96	154	46	93	22	151	125	101
178	43	128	175	104	69	72	19
13	160	157	87	16	134	37	184
190	137	57	10	187	34	166	7
119	25	146	75	4	169	54	196

य. भा. 2 सा.आ. व.

1	7	13	19	25	31	37	43
51	57	63	69	75	81	87	93
101	107	113	119	125	131	137	143
151	157	163	169	175	181	187	193
4	10	16	22	28	34	40	46
54	60	66	72	78	84	90	96
104	110	116	122	128	134	140	146
154	160	166	172	178	184	190	196

रं. जा.-व.

1	190	13	178	172	31	160	42
93	57	134	128	69	116	87	104
54	137	113	28	22	131	60	143
193	40	181	168	175	16	10	4
46	157	34	22	28	163	187	151
101	90	66	119	125	84	107	96
146	110	63	75	122	81	140	51
154	7	184	19	25	166	37	198

य. भा. 2 वि.आ. व.

1	51	101	151	7	57	107	157
13	63	113	163	19	69	119	169
25	75	125	175	31	81	131	181
37	87	137	187	43	93	143	193
4	54	104	154	10	60	110	160
16	66	116	166	22	72	122	172
28	78	128	178	34	84	134	184
40	90	140	190	46	96	146	196

वि. रं. जा.-व

1	146	101	46	190	57	90	157
169	63	84	34	163	128	119	28
16	131	125	22	166	81	66	181
193	110	93	187	43	104	54	4
160	87	60	154	10	137	143	37
25	122	116	175	31	72	75	172
184	78	113	19	178	69	134	13
40	51	96	151	7	140	107	196

5.य. भा. 4 सा.आ. व.

1	13	25	37	51	63	75	87
101	113	125	137	151	163	175	187
4	16	28	40	54	66	78	90
104	116	128	140	154	166	178	190
7	19	31	43	57	69	81	93
107	119	131	143	157	169	181	193
10	22	34	46	60	72	84	96
110	122	134	146	160	172	184	196

य. भा. 4 वि.आ. व.

1	101	4	104	13	113	16	116
25	125	28	128	37	137	40	140
51	151	54	154	63	163	66	166
75	175	78	178	87	187	90	190
7	107	10	110	19	119	22	122
31	131	34	134	43	143	46	146
57	157	60	160	69	169	72	172
81	181	84	184	93	193	96	196

.य. भा. 8 सा.आ. व.

1	25	51	75	101	125	151	175
4	28	54	78	104	128	154	178
7	31	57	81	107	131	157	181
10	34	60	84	110	134	160	184
13	37	63	87	113	137	163	187
16	40	66	90	116	140	166	190
19	43	69	93	119	143	169	193
22	46	72	96	122	146	172	196

य. भा. 8 वि.आ. व.

1	4	7	10	25	28	31	34
51	54	57	60	75	78	81	84
101	104	107	110	125	128	131	134
151	154	157	160	175	178	181	184
13	16	19	22	37	40	43	46
63	66	69	72	87	90	93	96
113	116	119	122	137	140	143	146
163	166	169	172	187	190	193	196

रं. जा.-व.

1	184	25	160	146	63	122	87
187	113	72	60	137	34	175	10
107	78	28	157	143	66	119	90
190	81	166	140	154	31	19	7
93	116	69	43	57	128	178	104
4	181	131	40	54	169	16	193
96	22	125	151	46	163	84	101
110	13	172	37	51	134	75	196

वि. रं. जा.-व

1	96	4	93	184	113	181	116
140	125	169	69	128	60	40	57
31	66	54	43	134	163	131	166
190	22	187	178	87	10	107	7
122	175	119	110	19	78	90	75
51	46	34	154	63	143	151	146
172	157	28	37	160	137	72	25
81	101	193	104	13	84	16	196

रं. जा.-व.

1	172	51	122	96	125	46	175
178	28	143	119	78	69	154	19
16	157	57	116	90	131	40	181
184	163	134	84	110	63	37	13
187	34	137	87	113	60	160	10
7	166	66	81	107	140	31	190
193	43	54	104	93	128	169	4
22	25	146	75	101	72	151	196

वि. रं. जा.-व

1	193	7	187	172	28	166	34
84	54	140	137	60	119	81	113
63	131	107	87	72	128	66	134
184	43	178	160	175	19	16	13
46	154	40	22	37	157	181	151
101	93	69	110	125	90	104	96
146	116	57	75	122	78	143	51
163	4	190	10	25	169	31	198

[3] केवल और केवल 4*4 के प्रति-

- (1) रंगधारिता प्रगुण के परिपालन से मुक्त होने के प्रति-
4 के तीनों यथार्थ भाजक 1,2,4 के प्रति -
सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या- 276 होगा
- (2) रंगधारिता प्रगुण के परिपालन से युक्त होने के प्रति-
1■ सामाय रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति-
4 के तीनों यथार्थ भाजक 1,2 और 4 के प्रति-

सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या— 84 होगा ।

2■ विशिष्ट 1ए आधार-वर्ग की ओर सामान्य आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या

4 के तीनों यथार्थ भाजक 1,2 और 4 के प्रति—

आधार-वर्ग के प्रकारों संख्या = जादुई-वर्ग के प्रकारों संख्या = 12

ध्यानाकर्षण— $N * N$ वै जादुई -वर्ग के पवितकए स्मभिक एवं तिर्यक N अवयवों का योगमान S होने के प्रति—

7 प्रतिबंधानुसार प्रुख्त गणन समिका के तारतम्य में किसी उभयनिष्ठ सर्वान्तर मान d के लिये प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की संख्या P होने के प्रति उपरोक्त गण समिहा कके अनुसार प्राप्त विस्तारित आधार-वर्ग का P गुना होगा।

तब उक्त प्रगुण के परिपालन में S के ज्ञात मान को दृष्टि करते हुये सामान्य, / सामान्य रंगीन / विशिष्ट प्रकार के रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति प्रथम सामान्य आधार-वर्ग रचना की कुल प्रस्तुति वि व्यापकता में सर्वमान्य नियम प्रतिपादन विषयक समिका निम्नानुसार होगा। जिनके प्रति उदाहरणार्थ जय सेवा संख्या 750 के प्रति $3*3$, $4*4$ एवं $6*6, 10*10$ का जादुई -वर्ग रचना विषयक प्रथम आधार-वर्ग की रचना में समिका परिपालन विदित कराया गया है।

1■ N के यथार्थ भाजक 1 (एक) के प्रति—

$2S \div N$ की भक्रिया पूर्णतः अशेष विभाजित होने के प्रतिबंध पर— $N*N$ का आधार-वर्ग के सभी N^2 अवयव का प्रथम पदमान a एवं एक उभय निष्ठ सर्वान्तर d पर N^2 पदी यमांतर श्रेढी के अवयव होंगें।

$$\text{तब } N*S = N^2 * a + \frac{N^2-1}{2} * N^2 * d \Rightarrow 2S = 2N*a + N*(N^2 - 1) * d$$

$$\Rightarrow 2a = \frac{2S}{N} - (N^2 - 1) * d \text{ में } S \text{ और } N \text{ के ज्ञात मान}$$

प्रतिस्मापित कर समिका $2a = \frac{2S}{N} - (N^2 - 1) * d$ को सरल करें। फिर d के प्राकृत संख्या मानों के प्रति a का मान प्राप्त कीजिये।

सर्वान्तर d का अधिकतम् मान d_m के प्रति

$$d_m = \frac{2S}{N} \div 2 (N^2 - 1) = \frac{S}{N} \div (N^2 - 1) \text{ की संक्रिया से - शून्येतर शेषफल के प्रति प्राप्त भागफल } r \text{ होगा।}$$

जबकि शून्य शेषफल के प्रति प्राप्त भागफल r का उना $(r-1)$ होगा।

प्रथम आधार-वर्ग के प्रकारों की संख्या $n = \left[\text{यमिका } 2a = \frac{2S}{N} - (N^2 - 1) * d \text{ को संतुलित करने में प्राप्त सर्वान्तर } d \text{ के प्रकारों की संख्या} \right]$

N के यथार्थ भाजको की संख्या m होने के प्रति प्रथम आधार-वर्ग से विस्तारित आधार-वर्ग प्रकारों की कुल संख्या w उपरोक्त नियमानुसार प्राप्त कीजिये।

संख्या $S=750$ के अनुपालन में—

{1} $3*3$ के प्रति— समिका $2a = \frac{2S}{N} - (N^2 - 1) * d$ के तारतम्य में—

a	a+d	a+2d
a+3d	a+4d	a+5d
a+6d	a+7d	a+8d

$S=750$, $N=3$ प्रति स्थापित करने पर—

$$2a = \frac{2S}{N} - (3^2 - 1) * d \Rightarrow a = 250 - 4d$$

$$\text{सर्वान्तर } d \text{ का अधिकतम् मान } d_m = \left[\frac{2*750}{3} \div (3^2 - 1) \right] = [500 \div 8]$$

$=125 \div 2$ की संक्रिया से— शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल $r=62$ होगा।

प्रतिबंधानुसार हल तालिका

S-N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
,d	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
a =	246	242	238	234	230	226	222	218	214	210	206	202	198	194

S-N	15	16	17	18	19	19	21	22	23	24	25	26	27	28
,d	15	16	17	18	19	19	21	22	23	24	25	26	27	28
a =	190	186	182	178	174	170	166	162	158	154	150	146	142	138

S-N	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
,d	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
a =	134	130	126	122	118	114	110	106	102	98	94	90	86	82

S-N	43	44	45	46	47	48	49	55	51	52	53	54	55	56
,d	43	44	45	46	47	48	49	55	51	52	53	54	55	56
a =	78	74	70	66	62	58	54	50	46	42	38	34	30	26

S-N	57	58	59	60	61	62
,d	57	58	59	60	61	62
a =	22	18	14	10	6	2

सामान्य जादुई-वर्ग के प्रति -

प्रथम आधार-कर्म की संख्या 62

प्रथम आधार-कर्म से विस्तारित आधार-कर्म की संख्या 8*62

रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति - प्रथम आधार-कर्म की संख्या 62

प्रथम आधार-कर्म से विस्तारित आधार-कर्म की संख्या 8*62=496

{2} 4*4 के प्रति- समिका $2a = \frac{2s}{N} - (N^2 - 1) * d$ के तारतम्य में-

a	a+d	a+2d	a+3d
a+4d	a+5d	a+6d	a+7d
a+8d	a+9d	a+10d	a+11d
a+12d	a+13d	a+14d	a+15d

S=750, N=4 प्रति स्थापित करने पर-

$$2a = \frac{2*750}{4} - (4^2 - 1) * d$$

$$\Rightarrow 2a = 375 - 15d \text{ का प्रतिबंधानुसार हल तालिका}$$

सर्वान्तर d का अधिकतम मान $d_m = \left[\frac{2s}{N} \div 2(N^2 - 1) \right]$

$$= \left[\frac{2*750}{4} \div 2(4^2 - 1) \right] = [375 \div 30] = 25 \div 2 \text{ की संक्रिया से- शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल}$$

r=12 होगा।

S-N	1	2	3	4	5	5	7	6	9	10	11	12
,d	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
a =	180	165	150	135	120	105	90	75	60	45	30	15

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति प्रथम आधार-कर्म से -

विस्तारित आधार-कर्म की संख्या 13*84 = 1092

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति प्रथम आधार-कर्म से -

विस्तारित आधार-कर्म की संख्या 13*12 = 156

विशिष्ट सामान्य जादुई-वर्ग के प्रति प्रथम आधार-कर्म से विस्तारित आधार-कर्म की संख्या 13*276 = 3588

{3} 5*5 के प्रति- समिका $2a = \frac{2s}{N} - (N^2 - 1) * d$ के तारतम्य में-

a	a+d	a+2d	a+3d	a+4d
a+5d	a+6d	a+7d	a+8d	a+9d
a+10d	a+11d	a+12d	a+13d	a+14d
a+15d	a+16d	a+17d	a+18d	a+19d
a+20d	a+21d	a+22d	a+23d	a+24

S=750, N=5 प्रति स्थापित करने पर-

$$2a = \frac{2s}{N} - (5^2 - 1) * d$$

$$\Rightarrow 2a = \frac{2*750}{5} - 24d$$

$$\Rightarrow a = 150 - 12d$$

सर्वान्तर d का अधिकतम मान $d_m = \left[\frac{2+750}{5} \div (5^2 - 1) \right] = [300 \div 24] = [25 \div 2]$ की संक्रिया से-
 शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल $r=12$ होगा।

प्रतिबंधानुसार हल तालिका

S-N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
„d =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a =	138	126	114	102	90	78	66	54	42	30	18	6

सामान्य जादुई-वर्ग के प्रति -

प्रथम आधार-कर्ग की संख्या **12**

प्रथम आधार-कर्ग से विस्तारित आधार-कर्ग की संख्या **$12*184=2208$**

रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति - प्रथम आधार-कर्ग की संख्या

प्रथम आधार-कर्ग से विस्तारित आधार-कर्ग की संख्या **$12*56=672$**

{4} **$6*6$** के प्रति- समिका $2a = \frac{2s}{N} - (N^2 - 1) * d$ के तारतम्य में-

a	a+d	a+2d	a+3d	a+4d	a+5d
a+6d	a+7d	a+8d	a+9d	a+10d	a+11d
a+12d	a+13d	a+14d	a+15d	a+16d	a+17d
a+18d	a+19d	a+20d	a+21d	a+22d	a+23d
a+24d	a+25d	a+26d	a+27d	a+28d	a+29d
a+30d	a+31d	a+32d	a+33d	a+34d	a+35d

$S=750$, $N=6$ प्रति स्थापित करने पर-

$$2a = \frac{2*750}{6} - (6^2 - 1) * d$$

$$2a = 250 - 35 * d$$

$$\Rightarrow 2a = 250 - 35d \text{ का प्रतिबंधानुसार हल तालिका}$$

सर्वान्तर d का अधिकतम मान $d_m = \left[\frac{2s}{N} \div 2(N^2 - 1) \right]$

$$= \left[\frac{2*750}{6} \div 2(6^2 - 1) \right] = [250 \div 70] = 25 \div 7 \text{ की संक्रिया से-शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल}$$

$r=3$ होगा।

S-N	1	2	3
„d	2	4	6
a =	96	61	26

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति प्रथम आधार-कर्ग से -

विस्तारित आधार-कर्ग की संख्या **$3*752=2,256$**

विश्लिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति प्रथम आधार-कर्ग से -

विस्तारित आधार-कर्ग की संख्या **$3*4*4=48$**

{5} **$10*10$** के प्रति- समिका $2a = \frac{2s}{N} - (N^2 - 1) * d$ के तारतम्य में-

a	a+d	a+2d	a+3d	a+4d	a+5d	a+6d	a+7d	a+8d	a+9d
a+10d	a+11d	a+12d	a+13d	a+14d	a+15d	a+16d	a+17d	a+18d	a+19d
a+20d	a+21d	a+22d	a+23d	a+24d	a+25d	a+26d	a+27d	a+28d	a+29d
a+30d	a+31d	a+32d	a+33d	a+34d	a+35d	a+36d	a+37d	a+38d	a+39d
a+40d	a+41d	a+42d	a+43d	a+44d	a+45d	a+46d	a+47d	a+48d	a+49d
a+50d	a+51d	a+52d	a+53d	a+54d	a+55d	a+56d	a+57d	a+58d	a+59d
a+60d	a+61d	a+62d	a+63d	a+64d	a+65d	a+66d	a+67d	a+68d	a+69d
a+70d	a+71d	a+72d	a+73d	a+74d	a+75d	a+76d	a+77d	a+78d	a+79d
a+80d	a+81d	a+82d	a+83d	a+84d	a+85d	a+86d	a+87d	a+88d	a+89d
a+90d	a+91d	a+92d	a+93d	a+94d	a+95d	a+96d	a+97d	a+98d	a+99d

$S=750$, $N=10$ प्रति स्थापित करने पर—

$$2a = \frac{2s}{N} - (10^2 - 1) * d \Rightarrow 2a = \frac{2*750}{10} - 99d \Rightarrow 2a = 150 - 99d \text{ का } a$$

और d का कोई प्राकृत संख्या हल मान नहीं होगा।

2 ■ N सम संख्या होने पर यथार्थ भाजक 2 (दो) के प्रति—

$2s \div N$ की भंक्रिया पूर्णतः अशेष विभाजित होने के प्रतिबंध पर उभसनिष्ठ सर्वान्तर d की $\frac{N^2}{2}$ पदी दो समान्तर श्रेढी में विभक्त होंगे जिनका प्रथम पदमान a और b $[(a \neq b)$ के प्रतिबंध] लिये जाने पर

$$N*S = (a+b) \frac{N^2}{2} + 2* \left(\frac{\frac{N^2}{2}-1}{2} * \frac{N^2}{2} \right) * d \Rightarrow 2S = N*(a+b) + N*\left(\frac{N^2}{2} - 1\right) * d$$

$$\Rightarrow (a+b) = \frac{2S}{N} - \left[\left(\frac{N^2}{2} - 1\right) * d \right] \text{ होगा}$$

$$b = \left[\left(\frac{2S}{N} - a \right) - \left[\left(\frac{N^2}{2} - 1 \right) * d \right] \right] \text{ होगा}$$

$$a=x=1 \text{ के प्रति } b = \left[\left(\frac{2S}{N} - 1 \right) - \left[\left(\frac{N^2}{2} - 1 \right) * d \right] \right] \text{ से}$$

$$d=1 \text{ के प्रति } b = \left[\left(\frac{2S}{N} - 1 \right) - \left[\left(\frac{N^2}{2} - 1 \right) \right] \right]$$

$$(b - a) = (b-1) = \left[\left(\frac{2S}{N} - 2 \right) - \left(\frac{N^2}{2} - 1 \right) \right] \text{ प्राप्त करे}$$

तब सर्वान्तर d का अधिकतम मान d_m की गणना— $d_m = \left[\frac{2S}{N} - 2 \right] \div \left[\left(\frac{N^2}{2} - 1 \right) \right]$ की संक्रिया से —

शून्येतर शेषफल के प्रति प्राप्त भागफल r होगा। जबकि शून्य शेषफल के प्रति प्राप्त भागफल r का उना $(r-1)$ होगा।

किसी सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार—वर्ग के प्रकारों की संख्या $n = [(b-a) \div 2]$ की संक्रिया से—

1. भागफल r और शेषफल 0 की प्राप्ति पर— भागफल r होगा।

2. भागफल r और शेषफल 1 की प्राप्ति पर— भागफल r का आगर $r+1$ होगा।

पूरे—पूरे अवयव का सर्वान्तर d के प्रति क्रमागत होना— $b-a = \frac{N^2}{2} * d$ की प्राप्ति पर प्रथम आधार—वर्ग के पूरे—पूरे अवयव का सर्वान्तर d के प्रति क्रमागत होंगे।

अवयव का सर्वान्तर d के प्रति दोहराया जाना—

$(b-a)$ के सम संख्या मानों में $(b-a) = \left(\frac{N^2}{2} - 1 \right)d, \left(\frac{N^2}{2} - 2 \right)d, \dots, 3d, 2d, d$, और 0 की प्राप्ति

पर $\left[\frac{N^2}{2} \right]$ वाँ पद से प्रथम पद की ओर] एवं $\left[\left(\frac{N^2}{2} + 1 \right) \right]$ वाँ पद से अन्तिम N^2 वाँ पद की ओर] क्रमशः

$$(1-1), (2-2), (3-3) \dots - \left\{ \left(\frac{N^2}{2} - 3 \right) - \left(\frac{N^2}{2} - 3 \right) \right\} \left\{ \left(\frac{N^2}{2} - 2 \right) - \left(\frac{N^2}{2} - 2 \right) \right\},$$

$$\left\{ \left(\frac{N^2}{2} - 1 \right) - \left(\frac{N^2}{2} - 1 \right) \right\} \text{ और } \left(\frac{N^2}{2} - \frac{N^2}{2} \right) \text{ के युग्मों में दोहराये हुये येप्त होंगे।}$$

टीप $(b-a)$ के विषम मानों के प्रति दोहराये जाने का प्रश्न ही नहीं है।

{1} 4*4 के प्रति— समिका $(a+b) = \frac{2s}{N} - \left(\frac{N^2}{2} - 1 \right) * d$ के तारतम्य में—

a	a+d	a+2d	a+3d
a+4d	a+5d	a+6d	a+7d
b	b+d	b+2d	b+3d
b+4d	b+5d	b+6d	b+7d

$S=750$ के प्रति सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार—वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना—

$$a+b = \frac{2*750}{4} - \left(\frac{4^2}{2} - 1 \right) d = 375 - 7d \text{ से}$$

$$(b - a) = (375 - 2a) - 7d$$

$\therefore a$ के न्यूनतम हलमान 1 के प्रति $(b - a) = (375 - 2) - 7d = 373 - 7d$ को दृष्टिगत करने पर

सर्वान्तर d के प्रकारों का अधिकतम मान d_m की गणना—

$d_m = [373 \div 7]$ की संक्रिया से – शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल $r=53$ होगा।

सर्वान्तर d के प्रति—

आकलन जाँच विश्लेषण मे— x वें क्रमांक के प्रति प्रथम पद $a_x = x$

$$b_x = [375 - (x + 7d)]$$

$S = 750$ के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3, - - - 51, 52, 53, के लिये—

सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर— प्रतिबंधानुसार किसी सर्वान्तर d के प्रति मान्य $(b-a)=373-7d$	[(b – a) ÷ 2 से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या		
			भागफल r	शेषफल q		विशिष्ट जादुई-वर्ग के प्रति $P*276$	खमान्य रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति $P*84$	विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति $P*12$
1	1	$373 - 7*1 = 366$	183	0	183	50,508	15,372	2,196
2	2	$373 - 7*2 = 359$	179	1	180	49,680	15,120	2,160
3	3	$373 - 7*3 = 352$	176	0	176	48,576	14,784	2,112
4	4	$373 - 7*4 = 345$	172	1	173	47,748	14,532	2,076
5	5	$373 - 7*5 = 338$	169	0	169	46,644	14,196	2,028
6	6	$373 - 7*6 = 331$	165	1	166	45,816	13,944	1,952
7	7	$373 - 7*7 = 324$	162	0	162	44,712	13,608	1,944
8	8	$373 - 7*8 = 317$	158	1	159	43,884	13,356	1,908
9	9	$373 - 7*9 = 310$	155	0	155	42,780	13,020	1,860
10	10	$373 - 7*10 = 303$	151	1	152	41,952	12,768	1,824
11	11	$373 - 7*11 = 296$	148	0	148	40,848	12,432	1,776
12	12	$373 - 7*12 = 289$	144	1	145	40,020	12,180	1,740
13	13	$373 - 7*13 = 282$	141	0	141	38,916	11,844	1,692
14	14	$373 - 7*14 = 275$	137	1	138	38,088	11,592	1,656
15	15	$391 - 7*15 = 268$	134	0	134	36,984	11,256	1,608
16	16	$373 - 7*16 = 261$	130	1	131	36,156	11,004	1,572
17	17	$373 - 7*17 = 254$	127	0	127	35,052	10,668	1,524
18	18	$373 - 7*18 = 247$	123	1	124	34,224	10,416	1,488
19	19	$373 - 7*19 = 240$	120	0	120	33,120	10,080	1,440
20	20	$33 - 7*20 = 233$	116	1	117	32,292	9,828	1,404
21	21	$373 - 7*21 = 226$	113	0	113	31,188	9,492	1,356
22	22	$373 - 7*22 = 219$	109	1	110	30,360	9,240	1,320
23	23	$373 - 7*23 = 212$	106	0	106	29,256	8,804	1,272
24	24	$373 - 7*24 = 205$	102	1	103	28,428	8,552	1,236
25	25	$373 - 7*25 = 198$	99	0	99	27,324	8,216	1,188
26	26	$373 - 7*26 = 191$	95	1	96	26,496	8,064	1,152
27	27	$373 - 7*27 = 184$	92	0	92	25,392	7,728	1,104
28	28	$373 - 7*28 = 177$	88	1	89	24,564	7,476	1,068
29	29	$373 - 7*29 = 170$	85	0	85	23,460	7,140	1,020

30	30	$373 - 7 \times 30 = 163$	81	1	82	22,632	6,888	984
31	31	$373 - 7 \times 31 = 156$	78	0	78	21,528	6,636	936
32	32	$373 - 7 \times 32 = 149$	74	1	75	20,700	6,300	900
33	33	$373 - 7 \times 33 = 142$	71	0	71	19,596	5,964	852
34	34	$373 - 7 \times 34 = 135$	67	1	68	18,768	5,712	816
35	35	$373 - 7 \times 35 = 128$	64	0	64	17,664	5,376	768
36	36	$373 - 7 \times 36 = 121$	60	1	61	16,836	5,124	732
37	37	$373 - 7 \times 37 = 114$	57	0	57	15,732	4,788	684
38	38	$373 - 7 \times 38 = 107$	53	1	54	14,904	4,536	648
39	39	$373 - 7 \times 39 = 100$	50	0	50	13,800	4,200	600
40	40	$373 - 7 \times 40 = 93$	46	1	47	12,972	3,948	564
41	41	$373 - 7 \times 41 = 86$	43	0	43	11,868	3,612	516
42	42	$373 - 7 \times 42 = 79$	39	1	40	11,040	3,360	480
43	43	$373 - 7 \times 43 = 72$	36	0	36	9,936	3,024	432
44	44	$373 - 7 \times 44 = 65$	32	1	33	9,108	2,772	396
45	45	$373 - 7 \times 45 = 58$	29	0	29	8,004	2,436	348
46	46	$373 - 7 \times 46 = 51$	25	1	26	7,176	2,184	312
47	47	$373 - 7 \times 47 = 44$	22	0	22	6,072	1,848	264
49	48	$373 - 7 \times 48 = 37$	18	1	19	5,244	1,596	228
49	49	$373 - 7 \times 49 = 30$	15	0	15	4,140	1,260	180
50	50	$373 - 7 \times 50 = 23$	11	1	12	3,312	1,008	144
51	51	$373 - 7 \times 51 = 16$	8	0	8	2,208	672	96
52	52	$373 - 7 \times 52 = 9$	4	1	5	1,380	420	60
53	53	$373 - 7 \times 53 = 2$	1	0	1	276	84	1
योग					4,779	13,19,004	4,01,436	57,348

जाँच की ओर

[1] सर्वान्तर $d=1$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 374 - 7 \times 1 = 367$ $(b-a) = (b-1) = 366$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$(b-a) = (b-1) = 366 \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 183 और शेषफल 0 है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 183 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	180	181	182	183
a	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	180	181	182	183
b	367	366	365	364	---	---	----	---	---	---	---	188	187	186	185

[2] सर्वान्तर $d=2$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 374 - 7 \times 2 = 360$ $(b-a) = (b-1) = 359$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a) = 359] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 179 और शेषफल 1 है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 179 का आगर 180 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	177	178	179	180
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	177	178	179	180
b	360	359	358	357	---	---	---	---	---	---	---	184	183	182	181

[3] सर्वान्तर $d=3$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 374 - 7*3 = 353$ $(b-a) = (b-1) = 352$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a)=352] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल **176** और शेष फल **0** है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **176** होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	173	174	175	176
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	173	174	175	176
b	353	352	351	354								181	180	179	178

[4] सर्वान्तर $d=4$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 374 - 7*4 = 346$ $(b-a) = (b-1) = 345$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a)=345] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल **172** और शेष फल **1** है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **172** का आगर **173** होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	170	171	172	173
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	170	171	172	173
b	346	345	344	343								177	176	175	174

[5] सर्वान्तर $d=5$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 392 - 7*5 = 357$ $(b-a) = (b-1) = 356$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a)=356] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल **178** और शेष फल **0** है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **178** होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	175	176	177	178
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	175	176	177	178
b	357	356	355	354								183	182	181	180

उसी प्रकार —

{49} सर्वान्तर $d=49$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 374 - 7*49 = 31$ $(b-a) = (b-1) = 30$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a)=30] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल **15** और शेष फल **0** है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **15** होगा।

-
-
-

- a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17

50] सर्वान्तर $d=50$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 374 - 7*50 = 24$ $(b-a) = (b-1) = 23$

- प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

- $[(b-a)=23] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल **11** और शेष फल **1** है।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **11** का आगर **12** होगा।

- a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
b	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13

51] सर्वान्तर $d=51$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 374 - 7*51 = 17$ $(b-a) = (b-1) = 16$

- प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

- $[(b-a)=20] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल **10** और शेष फल **0** है।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **10** होगा।

- a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8

52] सर्वान्तर $d=52$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 374 - 7*52 = 10$ $(b-a) = (b-1) = 9$

- प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

- $[(b-a)=9] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल **4** और शेष फल **1** है।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **4** का आगर **5** होगा।

- a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	5
a	1	2	3	4	5
b	10	9	8	7	6

53] सर्वान्तर $d=53$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 374 - 7*53 = 3$ $(b-a) = (b-1) = 2$

- प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

- $[(b-a)=2] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल **1** और शेष फल **0** है।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **1** होगा।

- a b के मान तालिका

s=n-	1
a	1
b	3

$d=53, a=1, b=3$ से $S=750$ की जाँच।

यथार्थ भाजक 1 के प्रति

सामान्य आधार-वर्ग

1	54	107	160
213	266	319	372
3	56	109	162
215	268	321	374

विशिष्ट आधार-वर्ग

1	213	54	266
107	319	160	372
3	215	56	268
109	321	162	374

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

1	321	268	160
162	266	319	3
372	56	109	213
215	107	54	374

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

1	162	321	266
268	319	160	3
372	215	56	107
109	54	213	374

यथार्थ भाजक 2 के प्रति

सामान्य आधार-वर्ग

1	107	213	319
3	109	215	321
54	160	266	372
56	162	268	374

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

1	268	162	319
372	109	215	54
321	160	266	3
56	213	107	374

विशिष्ट आधार-वर्ग

1	3	107	109
213	215	319	321
54	56	160	162
266	268	372	374

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

1	372	268	109
162	215	319	54
321	56	160	213
266	107	3	374

यथार्थ भाजक 4 के प्रति

सामान्य आधार-वर्ग

1	213	3	215
54	266	56	268
107	319	109	321
160	372	162	374

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

1	321	268	160
162	266	319	3
372	56	109	213
215	107	54	374

विशिष्ट आधार-वर्ग

1	54	213	266
3	56	215	268
107	160	319	372
109	162	321	374

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

1	321	162	266
372	56	215	107
268	160	319	3
109	213	54	374

{2} 6*6 के प्रति- समिका $(a+b) = \frac{2s}{N} - \left(\frac{N^2}{2} - 1\right) * d$ के तारतम्य में—

a	a+d	a+2d	a+3d	a+4d	a+5d
a+6d	a+7d	a+8d	a+9d	a+10d	a+11d
a+12d	a+13d	a+14d	a+15d	a+16d	a+17d
b	b+d	b+2d	b+3d	b+4d	b+5d
b+6d	b+7d	b+8d	b+9d	b+10d	b+11d
b+12d	b+13d	b+14d	b+15d	b+16d	b+17d

S= 750 के प्रति सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना—

$$a+b = \frac{2*750}{6} - \left(\frac{6^2}{2} - 1\right)d = 250 - 17d \quad \text{से}$$

$$(b - a) = (250 - 2a) - 17d$$

∴ a के न्यूनतम हलमान 1 के प्रति $(b - a) = (250 - 2) - 17d = 248 - 17d$ को दृष्टिगत करने पर

सर्वान्तर d के प्रकारों का अधिकतम मान d_m की गणना—

$d_m - [248 \div 17]$ की संक्रिया से - शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल $r=14$ होगा।

सर्वान्तर d के प्रति—

आकलन जाँच विश्लेषण मे— x वें क्रमांक के प्रति प्रथम पद $a_x = x$

$$k_x = [250 - (x+17d)]$$

S= 750 के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3, - - - 12, 13, 14 के लिये—

सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर— प्रतिबंधानुसार किसी सर्वान्तर d के प्रति मान्य $(b-a)=248--17d$	$[(b - a) \div 2]$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या	
			भागफल r	शेषफल q		खमान्य रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति $P*564$	विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति $P*4$
1	1	$248-17*1 = 231$	115	1	116	65,424	464
2	2	$248-17*2 = 214$	107	0	107	60,348	428
3	3	$248-17*3 = 197$	98	1	99	55,836	396
4	4	$248-17*4 = 180$	90	0	90	50,760	360
5	5	$248-17*5 = 163$	81	1	82	45,684	328
6	6	$248-17*6 = 146$	73	0	73	41,172	292
7	7	$248-17*7 = 129$	64	1	65	36,660	260
8	8	$248-17*8 = 112$	56	0	56	31,584	224
9	9	$248-17*9 = 95$	47	1	48	27,072	192
10	10	$248-17*10 = 78$	39	0	39	21,996	156
11	11	$248-17*11 = 61$	30	1	31	17,484	124
12	12	$248-17*12 = 44$	22	0	22	12,408	88
13	13	$248-17*13 = 27$	13	1	14	7,896	56
14	14	$248-17*14 = 10$	5	0	5	2,820	20
योग					847	4,77,708	3388

जॉच की ओर

ए

[1] सर्वान्तर $d=1$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 249-17*1 = 232$ $(b-a) = (b-1) = 231$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$(b-a) = (b-1) = 231 \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 115 और शेषफल 1 है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 115 का आगर 116 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	106	107-	108	---	---	113	114	115	116
a	1	2	3	4	---	---	106	107-	108	---	---	113	114	115	116
b	232	231	230	229	---	---	127	126	125	---	---	120	119	118	117

[2] सर्वान्तर $d=2$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 249-17*2 = 215$ $(b-a) = (b-1) = 214$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a)=214] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 107 और शेषफल 0 है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 107 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	89	90	91	---	---	104	105	106	107
a	1	2	3	4	---	---	89	90	91	---	---	104	105	106	107
b	215	214	213	212	---	---	127	126	125	---	---	112	111	110	109

[3] सर्वान्तर $d=3$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 249-17*3 = 198$ $(b-a) = (b-1) = 197$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a)=197] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 98 और शेषफल 1 है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 98 का आगर 99 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---				---	---	96	97	98	99
a	1	2	3	4	---	---				---	---	96	97	98	99
b	198	197	196	195								103	102	101	100

[4] सर्वान्तर $d=4$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 249-17*4 = 181$ $(b-a) = (b-1) = 180$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a)=180] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 90 और शेषफल 0 है। 182

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 90 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	55	56	57	---	---	87	88	89	90
a	1	2	3	4	---	---	55	56	57	---	---	87	88	89	90
b	181	180	179	178			127	126	125			95	94	93	92

[5] सर्वान्तर $d=5$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 249-17*5 = 164$ $(b-a) = (b-1) = 163$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a)=163] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 81 और शेषफल 1 है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 81 का आगर 82 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	79	80	81	82
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	79	80	81	82
b	164	163	162	161								86	85	84	83

[6] सर्वान्तर $d=6$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 249-17*6 = 147$ $(b-a) = (b-1) = 146$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a)=146] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल **73** और शेष फल **0** है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **73** होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	70	71	72	73
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	70	71	72	73
b	147	146	145	144								78	77	76	75

[7] सर्वान्तर $d=7$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 249-17*7 = 130$ $(b-a) = (b-1) = 129$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a)=129] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल **64** और शेष फल **1** है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **64** का आगर **65** होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	62	63	64	65
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	62	63	64	65
b	130	129	128	127								69	68	67	66

[8] सर्वान्तर $d=8$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 249-17*8 = 113$ $(b-a) = (b-1) = 112$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a)=112] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल **56** और शेष फल **0** है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **56** होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	53	54	55	56
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	53	54	55	56
b	113	112	111	110								61	60	59	58

[9] सर्वान्तर $d=9$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 249-17*9 = 96$ $(b-a) = (b-1) = 95$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a)=95] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल **47** और शेष फल **1** है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल **47** का आगर **48** होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	45	46	47	48
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	45	46	47	48
b	96	95	94	93								52	51	50	49

[10] सर्वान्तर $d=10$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 249-17*10 = 79$ $(b-a) = (b-1) = 78$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a) = 78] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 39 और शेष फल 0 है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 39 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	36	37	38	39
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	36	37	38	39
b	79	78	77	76								44	43	42	41

rr

[11] सर्वान्तर $d=11$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 249 - 17*11 = 62$ $(b-a) = (b-1) = 61$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a) = 61] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 30 और शेष फल 1 है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 30 का आगर 31 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	28	29	30	31
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	28	29	30	31
b	62	61	60	59								35	34	33	32

[12] सर्वान्तर $d=12$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 249 - 17*12 = 45$ $(b-a) = (b-1) = 44$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a) = 44] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 22 और शेष फल 0 है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 22 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	19	20	21	22
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	19	20	21	22
b	45	44	43	42								27	26	25	24

{

[13] सर्वान्तर $d=13$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 249 - 17*13 = 28$ $(b-a) = (b-1) = 27$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a) = 27] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 13 और शेष फल 1 है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 13 का आगर 14 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	5	6	7	0	9	10	11	12	13	14
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
b	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	14

[14] सर्वान्तर $d=14$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 249 - 17*14 = 11$ $(b-a) = (b-1) = 10$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a) = 10] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 5 और शेष फल 0 है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 5 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	5
a	1	2	3	4	5
b	11	10	9	8	7

d=14, a=5, b=7 से S = 750 की जाँच।

यथार्थ भाजक 1 के प्रति

सामान्य आधार-वर्ग

5	19	33	47	61	75
89	103	117	131	145	159
173	187	201	215	229	243
7	21	35	49	63	77
91	105	119	133	147	161
175	189	203	217	231	245

विशिष्ट आधार-वर्ग

5	89	173	19	103	187
33	117	201	47	131	215
61	145	229	75	159	243
7	91	175	21	105	189
35	119	203	49	133	217
63	147	231	77	161	245

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

5	231	217	33	189	75
159	103	133	119	145	91
77	229	201	215	21	7
173	63	35	49	187	243
161	105	117	131	147	89
175	19	47	203	61	245

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

5	161	77	173	147	187
215	117	49	203	131	35
189	159	229	75	91	7
61	105	175	21	145	243
217	119	201	47	133	61
63	89	19	231	103	245

यथार्थ भाजक 2 के प्रति

सामान्य आधार-वर्ग

5	33	61	89	117	145
173	201	229	7	35	63
91	119	147	175	203	231
19	47	75	103	131	159
187	215	243	21	49	77
105	133	161	189	217	245

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

5	217	189	61	133	145
63	201	21	243	36	187
159	203	147	175	47	19
91	131	75	103	119	231
77	215	229	7	49	173
105	33	89	161	117	245

अनुपालन में प्रयुक्त नहीं होगा।

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

5	77	159	91	49	119
175	229	103	161	7	75
133	63	203	145	187	19
117	215	105	47	35	231
189	243	147	89	21	81
131	173	33	217	201	245

अनुपालन में प्रयुक्त नहीं होगा।

विशिष्ट आधार-वर्ग

5	173	91	33	201	119
81	229	147	89	7	175
117	35	203	145	63	231
19	187	105	47	215	133
75	243	161	103	21	189
131	49	217	159	77	245

यथार्थ भाजक 3 के प्रति

सामान्य आधार-वर्ग

5	47	89	131	173	215
7	49	91	133	175	217
19	61	103	145	187	229
21	63	105	147	189	231
33	75	117	159	201	243
35	77	119	161	203	245

विशिष्ट आधार-वर्ग

5	7	19	47	49	61
89	91	103	131	133	145
173	175	187	215	217	229
21	33	35	63	75	77
105	117	119	147	159	161
189	201	203	231	243	245

यथार्थ भाजक 6 के प्रति

सामान्य आधार-वर्ग

5	89	173	7	91	175
19	103	187	21	105	189
33	117	201	35	119	203
47	131	215	49	133	217
61	145	229	63	147	231
75	159	243	77	161	245

विशिष्ट आधार-वर्ग

5	19	33	89	193	117
173	187	201	7	21	35
91	105	119	175	189	203
47	61	75	131	145	159
215	229	243	49	63	77
133	147	161	217	231	245

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

5	203	161	89	77	215
217	49	159	117	175	33
231	187	103	145	53	21
19	189	105	147	61	229
243	75	91	133	201	7
35	47	131	119	173	245

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

5	243	231	19	201	61
145	91	147	119	133	105
77	217	187	215	33	21
173	75	35	63	175	229
161	117	193	131	159	89
189	7	47	203	49	245

अनुपालन में प्रयुक्त नहीं होगा।

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

5	161	77	173	159	175
189	103	63	229	105	61
217		201	35		47
33		215	49		203
231	145	187	21	147	19
75	89	7	243	91	245

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

5	231	217	33	147	117
35	187	49	243	21	215
159	189	119	175	61	47
91	145	75	131	105	203
77	229	291	7	63	173
133	19	89	161	193	245

अनुपालन में प्रयुक्त नहीं होगा।

{3} 10*10 के प्रति- समिका $(a+b) = \frac{2s}{N} - \left(\frac{N^2}{2} - 1\right) * d$ के तारतम्य

a	a+d	a+2d	a+3d	a+4d	a+5d	a+6d	a+7d	a+8d	a+9d
a+10d	a+11d	a+12d	a+13d	a+14d	a+15d	a+16d	a+17d	a+18d	a+19d
a+20d	a+21d	a+22d	a+23d	a+24d	a+25d	a+26d	a+27d	a+28d	a+29d
a+30d	a+31d	a+32d	a+33d	a+34d	a+35d	a+36d	a+37d	a+38d	a+39d
a+40d	a+41d	a+42d	a+43d	a+44d	a+45d	a+46d	a+47d	a+48d	a+49d
b	b+d	b+2d	b+3d	b+4d	b+5d	b+6d	b+7d	b+8d	b+9d
b+10d	b+11d	b+12d	b+13d	b+14d	b+15d	b+16d	b+17d	b+18d	b+19d
b+20d	b+21d	b+22d	b+23d	b+24d	b+25d	b+26d	b+27d	b+28d	b+29d
b+30d	b+31d	b+32d	b+33d	b+34d	b+35d	b+36d	b+37d	b+38d	b+39d
b+40d	b+41d	b+42d	b+43d	b+44d	b+45d	b+46d	b+47d	b+48d	b+49d

S= 750 के प्रति सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना-

$$a+b = \frac{2*750}{10} - \left(\frac{10^2}{2} - 1\right)d = 150 - 49d \text{ से}$$

$$(b-a) = (150 - 2a) - 49d$$

∴ a के न्यूनतम हलमान 1 के प्रति $(b-a) = (150 - 2) - 49d = 148 - 49d$ को दृष्टिगत करने पर

सर्वान्तर d के प्रकारों का अधिकतम मान d_m की गणना-

$d_m = [148 \div 49]$ की संक्रिया से - शून्येतर शेषफल प्राप्त के प्रति भागफल $r=3$ होगा।

सर्वान्तर d के प्रति-

आकलन जाँच विश्लेषण मे- x वें क्रमांक के प्रति प्रथम पद $a_x = x$

$$k_x = [150 - (x+49d)]$$

S= 750 के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3 के लिये-

सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार किसी सर्वान्तर d के प्रति मान्य $(b-a)=148-49d$	$[(b-a) \div 2]$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या	
			भागफल r	शेषफल q		खमान्य रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति $P*46068$	विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति $P*4$
1	1	$148-49*1 = 99$	48	1	49	22,57,332	196
2	2	$148-49*2 = 50$	25	0	25	1151700	100
3	3	$148-49*3 = 1$	0	1	1	46,068	004
योग					75	34,55,100	300

जाँच की ओर

ए

[1] सर्वान्तर $d=1$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 149-49 = 100$ $(b-a) = (b-1) = 99$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$(b-a) = (b-1) = 99 \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 49 और शेषफल 1 है।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 49 का आगर 50 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	--	--	--	14	15	17	--	--		47	48	49
a	1	2	3	--	--		14	15	16				47	48	49
b	100	99	98	--	--	--	67	66	65				54	53	52

[2] सर्वान्तर $d=2$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 149 - 49*2 = 51$ $(b-a) = (b-1) = 50$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a)=50] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 25 और शेष फल 0 है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 25 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1	2	3	4	--	--		--		--	--	22	23	24	25
a	1	2	3	4	--	--		--		--	--	22	23	24	25
b	51	50	49	48	--	--		--		--	--	30	29	28	2

[3] सर्वान्तर $d=3$ के प्रति- $a=x=1$ के प्रति $b = 149 - 49*3 = 2$ $(b-a) = (b-1) = 1$

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या

$[(b-a)=1] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 0 और शेष फल 1 है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 0 का अगर 1 होगा।

a b के मान तालिका

s=n-	1
a	1
b	2

$d=3, a=1, b=2$ $s=750$ के प्रति-

[1] यथार्थ-भाजक 1 पर-

सामान्य आधार-वर्ग-

1	4	7	10	13	16	19	22	25	28
31	34	37	40	43	46	49	52	55	58
61	64	67	70	73	76	79	82	85	88
91	94	97	100	103	106	109	112	115	118
121	124	127	130	133	136	139	142	145	148
2	5	8	11	14	17	20	23	26	29
32	35	38	41	44	47	50	53	56	59
62	65	68	71	74	77	80	83	86	89
92	95	98	101	104	107	110	113	116	119
122	125	128	131	134	137	140	143	146	149

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

1	146	7	140	137	13	131	22	125	28
58	34	113	40	107	104	49	98	55	92
62	85	67	80	77	73	71	82	65	88
118	35	112	100	44	47	109	38	115	32
29	145	23	139	133	136	130	8	5	2
121	26	127	20	14	17	11	142	124	148
59	94	53	41	103	106	50	9	56	91
61	86	68	70	76	74	79	83	64	89
119	95	37	110	43	46	101	52	116	31
122	4	143	10	16	134	19	128	25	149

विशिष्ट आधार-वर्ग

1	31	61	91	121	4	34	64	94	124
7	37	67	97	127	10	40	70	100	130
13	43	73	103	133	16	46	76	106	136
19	49	79	109	139	22	52	82	112	142
25	55	85	115	145	28	58	88	118	148
2	32	62	92	122	5	35	65	95	125
8	38	68	98	128	11	41	71	101	131
14	44	74	104	134	17	47	77	107	137
20	50	80	110	140	23	53	83	113	143
26	56	86	116	146	29	59	89	119	149

२

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

1	119	61	59	29	121	116	64	56	124
130	37	83	97	23	140	40	80	100	20
14	106	73	47	17	133	104	76	44	136
142	38	82	109	128	11	52	68	112	8
125	118	65	58	145	28	115	62	32	2
25	95	85	35	122	5	92	88	55	148
131	49	71	98	139	22	41	79	101	19
13	107	74	103	16	134	46	77	43	137
143	50	67	53	127	10	110	70	113	7
26	31	89	91	4	146	34	86	94	149

सामान्य आधार-वर्ग

1	4	7	10	13	16	19	22	25	28
31	34	37	40	43	46	49	52	55	58
61	64	67	70	73	76	79	82	85	88
91	94	97	100	103	106	109	112	115	118
121	124	127	130	133	136	139	142	145	148
2	5	8	11	14	17	20	23	26	29
32	35	38	41	44	47	50	53	56	59
62	65	68	71	74	77	80	83	86	89
92	95	98	101	104	107	110	113	116	119
122	125	128	131	134	137	140	143	146	149

[2] यथार्थ-भाजक 5 पर-

1	16	31	46	61	76	91	106	121	136
2	17	32	47	62	77	92	107	122	137
4	19	34	49	64	79	94	109	124	139
5	20	35	50	65	80	95	110	125	140
7	22	37	52	67	82	97	112	127	142
8	23	38	53	68	83	98	113	128	143
10	25	40	55	70	85	100	115	130	145
11	26	41	56	71	86	101	116	131	146
13	28	43	58	73	88	103	118	133	148
14	29	44	59	74	89	104	119	134	149

रंगीन जादुई-वर्ग

1	134	31	104	89	61	69	106	29	136
137	17	118	47	88	73	92	43	122	13
11	124	34	101	86	64	56	109	26	139
140	25	110	50	70	85	95	40	125	10
143	127	113	97	67	82	52	38	23	8
7	128	37	98	68	83	53	112	22	142
145	20	115	55	65	80	100	35	130	5
4	131	41	49	79	71	94	116	19	146
148	28	32	103	62	77	58	107	133	2
14	16	119	46	76	74	91	44	121	149

3■ N के यथार्थ भाजक N के प्रति-

$2S \div N$ की संक्रिया पूर्णतः अशेष विभाजित होने के प्रतिबंध पर $-N*N$ का आधार-वर्ग के N^2 अचयव उभसनिष्ठ सर्वान्तर d पर $\frac{N^2}{N} = N$ पदी N समान्तर श्रेणी में विभक्त होंगे। जिनके प्रथम पदमान $(a_1, q_2, a_3, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n)$ स्वयं में सर्वान्तर k पर समान्तर श्रेणी के प्रतिरूपण $[a, (a+k), (a+2k), \dots, \{a + (N-3)k\}, \{a + (N-2)k\}, \{a + (N-1)k\}]$ में होंगे। $[(d \neq k) \text{ एवं } (d \neq k)]$ के प्रतिबंध में लिये जाने पर-

$$N*S = a*N^2 + N*(\frac{N-1}{2}*N)*(d+k) \quad 2S = 2N*a + N*(N-1)*(d+k) ;$$

$$2S = 2N*a + N*(N-1)*(d+k) \Rightarrow \frac{2S}{N} = 2a + (N-1)(d+k)$$

$$\Rightarrow (N-1)k = \frac{2S}{N} - 2a - (N-1)d$$

$$\Rightarrow (N-1)k + 2a = \frac{2S}{N} - (N-1)d \text{ के हल के लिये } d \text{ के}$$

न्यूनतम प्राकृत संख्या मान की सुनिश्चिता के प्रति S, N और m का मान प्रतिस्थापित कर मानक सरल रैखिक समीकरण $uk + 2a = w \dots (1)$ प्राप्त करें।

समीकरण (1) के प्रति a का न्यूनतम मान a_1 सुनिश्चित करें। न्यूनतम मान a_1 के संगत $k = k_1$ - तदुत्तरांत $a_x = a_1 + (x-1)*u$ के संगत $k_x = [w - 2a_x] \div u$ प्राप्त करें

d का अधिकतम मान d_m की गणना-

$$d_m = [(k_1 \div 2)] \text{ की संक्रिया से - प्राप्त भागफल } r \text{ होगा।}$$

इस प्रकार किसी सर्वान्तर d_n की सुनिश्चिता के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की विस्तारित संख्या

$$[(k-a) \div 2] \text{ की संक्रिया से-}$$

1• शेषफल $q=0$ की प्राप्ति पर प्राप्त भागफल r पदों तक

2• शेषफल $q=1$ की प्राप्ति पर प्राप्त भागफल r का आगर $(r+1)$ तक

गणना विस्तार में $k \neq d$ $k > d$ का प्रतिबंध स्वीकारा जाना यथेष्ट होगा।

प्रथम आधार-वर्ग के प्रकारों की संख्या $n = [d \text{ के प्रयुक्त कुल प्रकार के प्रति प्रथम पद } a \text{ के प्रकारों का योग मान होगा।}]$

(1) $3*3$ के प्रति- $N=3$ विषम संख्या $\therefore$ समिका $S = N*a + N*\frac{N-1}{2}(d+k)$

a	a+d	a+2d
a+k	(a+k)+d	(a+k)+2d
a+2k	(a+2k)+d	(a+2k)+2d

$$\Rightarrow (N-1)k + 2a = \frac{2S}{N} - (N-1)d \text{ में } -d=1$$

के प्रति $S=750$ और $N=3$ प्रतिस्थापित करने पर

$$2k + 2a = 500 - 2 \Rightarrow k + a = 249 \text{ से } a \text{ का न्यूनतम मान } a_1 = 1 \text{ के संगत } k = k_1 = 248$$

$$(k-a) = [248 - d] = [248-1] = 247$$

सर्वान्तर d का अधिकतम मान d_r की गणना-

सर्वान्तर d का अधिकतम मान $d_m := [k_1 \div 2] \Rightarrow 248 \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल $r = 124$ होगा।

सर्वान्तर d के प्रति-

आकलन जाँच विश्लेषण में- x वें क्रमांक के प्रति प्रथम पद $a_x = 3x$

$$k_x = [250 - (x+d)]$$

तब सर्वान्त $d = 1, 2, 3, \dots, 122, 123, 124$, के प्रति क्रमशः अलग-अलग तालिका अवलोकित कीजिये।

सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति $a=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार किसी सर्वान्तर d के प्रति मान्य $(k-a)=(248-d)$	$[(k-a) \div 2]$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या	
			भागफल r	शेषफल q		सामान्य जादुई-वर्ग $P*8$	रंगीन जादुई-वर्ग $P*8$
1	1	$248-1=248-1=247$	123	1	124	992	992
2	2	$247-1=248-2=246$	123	0	123	984	984
3	3	$246-1=248-3=245$	122	1	123	984	984
4	4	$245-1=248-4=244$	122	0	122	976	976
5	5	$244-1=248-5=243$	121	1	122	976	976
6	6	$243-1=248-6=242$	121	0	121	968	968
7	7	$242-1=248-7=241$	120	1	121	968	968
8	8	$241-1=248-8=240$	120	0	120	960	960
9	9	$240-1=248-9=239$	119	1	120	960	960
10	10	$239-1=248-10=238$	119	0	119	952	952
11	11	$238-1=248-11=237$	118	1	119	952	952
12	12	$237-1=248-12=236$	118	0	118	944	944
13	13	$236-1=248-13=235$	117	1	118	944	944
14	14	$235-1=248-14=234$	117	0	117	936	936
15	15	$234-1=248-15=233$	116	1	117	936	936
16	16	$233-1=248-16=232$	116	0	116	928	928
17	17	$232-1=248-17=231$	115	1	116	928	928
18	18	$231-1=248-18=230$	115	0	115	920	920
19	19	$230-1=248-19=229$	114	1	115	920	920
20	20	$229-1=248-20=228$	114	0	114	912	912
21	21	$228-1=248-21=227$	113	1	114	912	912
22	22	$227-1=248-22=226$	113	0	113	904	904
23	23	$226-1=248-23=225$	112	1	113	904	904
24	24	$225-1=248-24=224$	112	0	112	896	896
25	25	$224-1=248-25=223$	111	1	112	896	896
26	26	$223-1=248-26=222$	111	0	111	888	888
27	27	$222-1=248-27=221$	110	1	111	888	888
28	28	$221-1=248-28=220$	110	0	110	880	880
29	29	$220-1=248-29=219$	109	1	110	880	880
30	30	$219-1=248-30=218$	109	0	109	872	872
11	31	$218-1=248-31=217$	108	1	109	872	872
32	32	$217-1=248-32=216$	108	0	108	868	868
33	33	$216-1=248-33=215$	107	1	108	868	868

34	34	$215-1=248-34 = 214$	107	0	107	856	856
35	35	$214-1=248-35 = 213$	106	1	107	856	856
36	36	$213-1=248-36 = 212$	106	0	106	848	848
37	37	$212-1=248-37 = 211$	106	1	106	848	848
38	38	$211-1=248-38 = 210$	105	0	105	840	840
39	39	$210-1=248-39 = 209$	104	1	105	840	840
40	40	$209-1=248-40 = 208$	104	0	104	832	832
41	41	$208-1=248-41 = 207$	103	1	104	832	832
42	42	$207-1=248-42 = 206$	103	0	103	824	824
43	43	$206-1=248-43 = 205$	102	1	103	824	824
44	44	$205-1=248-44 = 204$	102	0	102	816	816
45	45	$204-1=248-45 = 203$	101	1	102	816	816
46	46	$203-1=248-46 = 202$	101	0	101	808	808
47	47	$202-1=248-47 = 201$	100	1	101	808	808
48	48	$201-1=248-48 = 200$	100	0	100	800	800
49	49	$200-1=248-49 = 199$	99	1	100	800	800
50	50	$199-1=258-50 = 198$	99	0	99	792	792
51	51	$198-1=248-51 = 197$	98	1	99	792	792
52	52	$197-1=248-52 = 196$	98	0	98	784	784
53	53	$196-1=248-53 = 195$	97	1	98	784	784
54	54	$195-1=248-54 = 194$	97	0	97	776	776
55	55	$194-1=248-55 = 193$	96	1	97	776	776
56	56	$193-1=248-56 = 192$	96	0	96	768	768
57	57	$192-1=248-57 = 191$	95	1	96	768	768
58	58	$191-1=248-58 = 190$	95	0	95	760	760
59	59	$190-1=248-59 = 189$	94	1	95	760	760
60	60	$189-1=248-60 = 188$	94	0	94	752	752
61	61	$188-1=248-61 = 187$	93	1	94	752	752
62	62	$187-1=248-62 = 186$	93	0	93	744	744
63	63	$186-1=248-63 = 185$	92	1	93	744	744
64	64	$185-1=248-64 = 184$	92	0	92	736	736
65	65	$184-1=248-65 = 183$	91	1	92	736	736
66	66	$183-1=248-66 = 182$	91	0	91	728	728
67	67	$182-1=248-67 = 181$	90	1	91	728	728
68	68	$181-1=248-68 = 180$	90	0	90	720	720
69	69	$180-1=248-69 = 179$	89	1	90	720	720
70	70	$179-1=248-70 = 178$	89	0	89	712	712
71	71	$178-1=248-71 = 177$	88	1	89	712	712
72	72	$177-1=248-72 = 176$	88	0	88	704	704
73	73	$176-1=248-73 = 175$	87	1	88	704	704
74	74	$175-1=248-74 = 174$	87	0	87	696	696

75	75	$174-1=248-75 = 173$	86	1	87	696	696
76	76	$173-1=248-76 = 172$	86	0	86	688	688
77	77	$172-1=248-77 = 171$	85	1	86	688	688
78	78	$171-1=248-78 = 170$	85	0	85	680	680
79	79	$170-1=248-79 = 169$	84	1	85	680	680
80	80	$169-1=248-80 = 168$	84	0	84	672	672
81	81	$168-1=248-81 = 167$	83	1	84	672	672
82	82	$167-1=248-82 = 166$	83	0	83	664	664
83	83	$166-1=248-83 = 165$	82	1	83	664	664
84	84	$165-1=248-84 = 164$	82	0	82	656	656
85	85	$164-1=248-85 = 163$	81	1	82	656	656
86	86	$163-1=248-86 = 162$	81	0	81	648	648
87	87	$162-1=248-87 = 161$	80	1	81	648	648
88	88	$161-1=248-88 = 160$	60	0	80	640	640
89	89	$160-1=248-89 = 159$	79	1	60	640	640
90	90	$159-1=248-90 = 158$	79	0	79	632	632
91	91	$158-1=248-91 = 157$	78	1	79	632	632
92	92	$157-1=248-92 = 156$	78	0	78	624	624
93	93	$156-1=248-93 = 155$	77	1	78	624	624
94	94	$155-1=248-94 = 154$	77	0	77	616	616
95	95	$154-1=248-95 = 153$	76	1	77	616	616
96	96	$153-1=248-96 = 152$	76	0	76	608	608
97	97	$152-1=248-97 = 151$	75	1	76	608	608
98	98	$151-1=248-98 = 150$	75	0	75	600	600
99	99	$150-1=248-99 = 149$	74	1	75	600	600
100	100	$149-1=248-100 = 148$	74	0	74	592	592
101	101	$148-1=248-101 = 147$	73	1	74	592	592
102	102	$147-1=248-102 = 146$	73	0	73	584	584
103	103	$146-1=248-103 = 145$	72	1	73	584	584
104	104	$145-1=248-104 = 144$	72	0	72	576	576
105	105	$144-1=248-105 = 143$	71	1	72	576	576
106	106	$143-1=248-106 = 142$	71	0	71	568	568
107	107	$142-1=248-107 = 141$	70	1	71	568	568
108	108	$141-1=248-108 = 140$	70	0	70	560	560
109	109	$140-1=248-109 = 139$	69	1	70	560	560
110	110	$139-1=248-110 = 138$	69	0	69	552	552
111	111	$138-1=248-111 = 137$	68	1	69	552	552
112	112	$137-1=248-112 = 126$	68	0	68	544	544
113	113	$136-1=248-113 = 135$	67	1	68	544	544
114	114	$135-1=248-114 = 134$	67	0	67	536	536
115	115	$134-1=248-115 = 133$	66	1	67	536	536

116	116	$133-1=248-116 = 132$	66	0	66	528	528
117	117	$132-1=248-117 = 131$	65	1	66	528	528
118	118	$131-1=248-118 = 130$	65	0	65	520	520
119	119	$130-1=248-119 = 129$	64	1	65	520	520
120	120	$129-1=248-120 = 128$	64	0	64	512	512
121	121	$128-1=248-121 = 127$	63	1	64	512	512
122	122	$127-1=248-122 = 126$	63	0	63	504	504
123	123	$126-1=248-123 = 125$	62	1	63	504	504
124	124	$125-1=248-124 = 124$	62	0	62	496	496
योग						11,532	92,256
							92,256

[1] $d=1, a=x=1$ के प्रति $[(k-a)=247] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 123 और शेषफल 1 है ।
 प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 123 का आगर 124 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	121	122	123	124
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	121	122	124	124
k	248	247	246	245	---	---	---	---	---	---	---	128	127	126	125

[2] $d=2, a=x=1$ के प्रति $[(k-a)=246] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 123 और शेषफल 0 है ।
 प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 123 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	120	121	122	123
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	120	121	122	123
k	247	246	245	244	---	---	---	---	---	---	---	128	127	126	125

[3] $d=3, a=x=1$ के प्रति $[(k-a)=245] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 122 और शेषफल 1 है ।
 प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 122 का आगर 123 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	120	121	122	123
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	120	121	122	123
k	246	245	244	243	---	---	---	---	---	---	---	127	126	125	124

[4] $d=4, a=x=1$ के प्रति $[(k-a)=244] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 122 और शेषफल 0 है ।
 प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 122 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	119	120	121	122
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	119	120	121	122
k	245	244	243	242	---	---	---	---	---	---	---	127	126	125	124

[5] $d=5, a=x=1$ के प्रति $[(k-a)=243] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 121 और शेषफल 1 है ।
 प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 121 का आगर 122 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	119	120	121	122
a	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	119	120	121	122
k	244	243	242	241	---	---	---	---	---	---	---	126	125	124	123

उसी प्रकार —

[120] $d=120, a=x=1$ के प्रति $[(k-a)=128] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 64 और शेषफल 0 है
 प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 64 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	61	62	63	64
a	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	61	62	63	64
k	129	128	127	126	---	---	----	---	---	---	---	69	68	67	66

[121] $d=121, a=x=1$ के प्रति $[(k-a)=127] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 63 और शेषफल 1 है
 प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 63 का आगर 64 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	--	61	62	63	64
a	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	--	61	62	63	64
k	128	127	126	125	---	---	----	---	---	---	---	68	67	66	65

[122] $d=122, a=x=1$ के प्रति $[(k-a)=126] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 63 और शेषफल 0 है
 प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 63 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	60	61	62	63
a	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	60	61	62	63
k	127	126	125	124	---	---	----	---	---	---	---	68	67	66	65

[123] $d=123, a=x=1$ के प्रति $[(k-a)=125] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 62 और शेषफल 1 है
 प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 62 का आगर 63 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	60	61	62	63
a	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	60	61	62	63
k	126	125	124	123	---	---	----	---	---	---	---	67	66	65	64

[124] $d=124, a=x=1$ के प्रति $[(k-a)=124] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 62 और शेषफल 0 है
 प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 62 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	59	60	61	62
a	1	2	3	4	---	---	----	---	---	---	---	59	60	61	62
k	125	124	123	122	---	---	----	---	---	---	---	67	66	65	64

पुनः प्राप्त करें- ;

(1) सरल कर्मांक $x=n$ के संगत प्राप्त a और k को आपस में बदलकर $(k-a)$ के लिये $(a-k)$ सेकर उपरोक्तानुसार प्राप्त करें ।

(2) $(k-a)$ के सम संख्या मानों $\{246, 244, 242, 240, \dots, 130, 128, 126, 124\}$ जिनकी कुल संख्या = प्रथम आधार-वर्ग की संख्या $p=62$ होगा ।

तब सकल गणन प्रस्तुति में -

1. प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या $P = 11,532 + 11,532 + 62 = 23,126$

2. सामान्य जादुई-वर्ग संख्या $P*8 = 23,126 * 8 = 1,85,008$

2. रंगीन जादुई-वर्ग संख्या $P*8 = 23,126 * 8 = 1,85,008$

{2} 4*4 के प्रति- समिका $2S = 2N*a + N*(N-1)(d+k)$ से -

a	a+d	a+2d	a+3d
(a+k)	(a+k)+d	(a+k)+2d	(a+k)+3d
(a+2k)	(a+2k)+d	(a+2k)+2d	(a+2k)+3d
(a+3k)	(a+3k)+d	(a+3k)+2d	(a+3k)+3d

$$(N-1)k + 2a = \frac{2S}{N} - (N-1)d$$

में -

d=1 के प्रति $S=750$ और $N=4$
प्रतिस्थापित करने पर

$$3k + 2a = 375 - 3 * 1 = 372$$

से a का न्यूनतम मान $a_1 = 3$ के संगत $k=k_1=122$

$$(k-a) = [122-3] = 119$$

सर्वान्तर d का अधिकतम मान d_m की गणना-

सर्वान्तर d का अधिकतम मान $d_m = [k_1 \div 2] \Rightarrow 122 \div 2$ की संप्रिया से प्राप्त भागफल $r=61$ होगा।

सर्वान्तर d के प्रति-

आकलन जाँच विश्लेषण में- x वें क्रमांक के प्रति प्रथम पद $a_x = 3x$

$$k_x = \frac{1}{3}[375 - 6x - 3d]$$

$$= [125 - (2x+d)]$$

$S=750$ के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3,==== 59,60,61 के लिये-

सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति a-3 जाने पर- प्रतिबंधानुसार किसी सर्वान्तर d के प्रति मान्य (k-a)=(120-d)	[(k-a) ÷ 2 से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या		
			भागफल r	शेषफल q		विशिष्ट जादुईवर्ग के प्रति P*276	खमान्य रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति P*84	विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति P*12
1	1	$122 - 3 = 120 - 1 = 119$	59	1	60	16,560	5,040	720
2	2	$121 - 3 = 120 - 2 = 118$	59	0	59	16,284	4,956	708
3	3	$120 - 3 = 120 - 3 = 117$	58	1	59	16,284	4,956	708
4	4	$119 - 3 = 120 - 4 = 116$	58	0	58	16,008	4,872	696
5	5	$118 - 3 = 120 - 5 = 115$	57	1	58	16,008	4,872	696
6	6	$117 - 3 = 120 - 6 = 114$	57	9	57	15,732	4,788	684
7	7	$116 - 3 = 120 - 7 = 113$	56	1	57	15,732	4,788	684
8	8	$115 - 3 = 120 - 8 = 112$	56	0	56	15,456	4,704	672
2	9	$114 - 3 = 120 - 9 = 111$	55	1	56	15,456	4,704	672
10	10	$113 - 3 = 120 - 10 = 110$	55	0	55	15,180	4,620	660
11	11	$112 - 3 = 120 - 11 = 109$	54	1	55	15,180	4,620	660
12	12	$111 - 3 = 120 - 12 = 108$	54	0	54	14,904	4,536	648
13	13	$110 - 3 = 120 - 13 = 107$	53	1	54	14,904	4,536	648
14	14	$109 - 3 = 120 - 14 = 106$	53	0	53	14,628	4,452	636

15	15	$108 - 3 = 120 - 15 = 105$	52	1	53	14,628	4,452	636
16	16	$107 - 3 = 120 - 16 = 104$	52	0	52	14,352	4,368	624
17	17	$106 - 3 = 120 - 17 = 103$	51	1	52	14,352	4,368	624
18	18	$105 - 3 = 120 - 18 = 102$	51	0	51	14,076	4,284	612
19	19	$104 - 3 = 120 - 19 = 101$	50	1	51	14,076	4,284	612
20	20	$103 - 3 = 120 - 20 = 100$	50	0	50	13,800	4,200	600
21	21	$192 - 3 = 120 - 21 = 99$	49	1	50	13,800	4,200	600
22	22	$101 - 3 = 120 - 22 = 98$	49	0	49	13,524	4,116	588
23	23	$100 - 3 = 120 - 23 = 97$	48	1	49	13,524	4,116	588
24	24	$99 - 3 = 120 - 24 = 96$	48	0	48	13,248	4,032	576
25	25	$98 - 3 = 120 - 25 = 95$	47	1	48	12,248	4,032	576
26	26	$97 - 3 = 120 - 26 = 94$	47	0	47	12,972	3,948	564
27	27	$96 - 3 = 120 - 27 = 93$	46	1	47	12,972	3,948	564
28	28	$95 - 3 = 120 - 28 = 92$	46	0	46	12,696	3,864	552
29	29	$94 - 3 = 120 - 29 = 91$	45	1	46	12,696	3,864	552
30	30	$93 - 3 = 120 - 30 = 90$	45	0	45	12,420	3,780	540
31	31	$92 - 3 = 120 - 31 = 89$	44	1	45	12,420	3,780	540
32	32	$91 - 3 = 120 - 32 = 88$	44	0	44	12,144	3,696	528
33	33	$90 - 3 = 120 - 33 = 87$	43	1	44	12,144	3,696	528
34	34	$89 - 3 = 120 - 34 = 86$	43	0	43	11,868	3,612	516
35	35	$88 - 3 = 120 - 35 = 85$	42	1	43	11,868	3,612	516
36	36	$87 - 3 = 120 - 36 = 84$	42	0	42	11,592	3,528	504
37	37	$86 - 3 = 120 - 37 = 83$	41	1	42	11,592	3,528	504
38	38	$85 - 3 = 120 - 38 = 82$	41	0	41	11,316	3,444	492
39	39	$84 - 3 = 120 - 39 = 81$	40	1	41	11,316	3,444	492
40	40	$83 - 3 = 120 - 40 = 80$	40	0	40	11,040	3,360	480
41	41	$82 - 3 = 120 - 41 = 79$	39	1	40	11,040	3,360	480
42	42	$81 - 3 = 120 - 42 = 78$	39	0	39	10,764	3,276	468
43	43	$80 - 3 = 120 - 43 = 77$	38	1	39	10,764	3,276	468
44	44	$79 - 3 = 120 - 44 = 76$	38	0	38	10,488	3,192	456
45	45	$78 - 3 = 120 - 45 = 75$	57	1	38	10,488	3,192	456
46	46	$77 - 3 = 120 - 46 = 74$	37	0	37	10,212	3,108	444
47	47	$76 - 3 = 120 - 47 = 73$	36	1	37	10,212	3,108	444
48	48	$75 - 3 = 120 - 48 = 72$	36	0	36	9,936	3,024	432
49	49	$74 - 3 = 120 - 49 = 71$	35	1	36	9,936	3,024	432
50	50	$73 - 3 = 120 - 50 = 70$	35	0	35	9,660	2,940	420
51	51	$72 - 3 = 120 - 51 = 69$	34	1	35	9,660	2,940	420
52	52	$71 - 3 = 120 - 52 = 68$	34	0	34	9,384	2,856	408

53	53	$70 - 3 = 120 - 53 = 67$	33	1	34	9,384	2,856	408
54	54	$69 - 3 = 120 - 54 = 66$	33	0	33	9,108	2,772	396
55	55	$68 - 3 = 120 - 55 = 65$	32	1	33	9,108	2,772	396
56	56	$67 - 3 = 120 - 56 = 64$	32	0	32	8,832	2,688	384
57	57	$66 - 3 = 120 - 57 = 63$	31	1	32	8,832	2,688	384
58	58	$65 - 3 = 120 - 58 = 62$	31	0	31	8,556	2,604	372
59	59	$64 - 3 = 120 - 59 = 61$	30	1	31	8,556	2,604	372
60	60	$63 - 3 = 120 - 60 = 60$	30	0	30	8,280	2,520	360
61	61	$62 - 3 = 120 - 61 = 59$	29	1	30	8,280	2,520	360
योग						2730	7,53,480	2,29,320
							32,760	

जाँच की ओर

[1] $d=1$, के प्रति $[(k-a)=119] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 59 और शेषफल 1 है ।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 59 का आगर 60 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	57	58	59	60
a	3	6	9	12	---	---	---	---	---	---	---	171	174	177	180
k	122	120	118	116	---	---	---	---	---	---	---	10	8	6	4

[2] $d=2$, के प्रति $[(k-a)=118] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 59 और शेषफल 0 है ।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 59 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	56	57	58	59
a	3	6	9	12	---	---	---	---	---	---	---	168	171	174	177
k	121	119	117	115	---	---	---	---	---	---	---	11	9	7	5

[3] $d=3$, के प्रति $[(k-a)=117] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 58 और शेषफल 1 है ।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 58 का आगर 59 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	56	57	58	59
a	3	6	9	12	---	---	---	---	---	---	---	168	171	174	177
k	120	118	116	114	---	---	---	---	---	---	---	10	8	6	4

[4] $d=4$, के प्रति $[(k-a)=116] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 58 और शेषफल 0 है ।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 58 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	55	56	57	58
a	3	6	9	12	---	---	---	---	---	---	---	165	168	171	174
k	119	117	115	113	---	---	---	---	---	---	---	11	9	7	5

[5] $d=5$, के प्रति $[(k-a)=115] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 57 और शेषफल 1 है ।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 57 का आगर 58 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	55	56	57	58
a	3	6	9	12	---	---	---	---	---	---	---	165	168	171	174
k	118	116	114	112	---	---	---	---	---	---	---	10	8	6	4

इसी प्रकार —

[57] $d=57$, के प्रति $[(k-a)=63] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 31 और शेषफल 1 है ।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 31 का आगर 32 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	29	30	31	32
a	3	6	9	12	---	---	---	---	---	---	---	87	90	93	94
k	66	64	62	60	---	---	---	---	---	---	---	10	8	6	4

[58] $d=58$, के प्रति $[(k-a)=62] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 31 और शेषफल 0 है ।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 31 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	28	29	30	31
a	3	6	9	12	---	---	---	---	---	---	---	84	87	90	93
k	65	63	61	59	---	---	---	---	---	---	---	11	9	7	5

[59] $d=59$, के प्रति $[(k-a)=61] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 30 और शेषफल 1 है ।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 30 का आगर 31 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	28	29	30	31
a	3	6	9	12	---	---	---	---	---	---	---	84	87	90	93
k	64	62	60	58	---	---	---	---	---	---	---	10	8	6	4

[60] $d=60$, के प्रति $[(k-a)=60] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 30 और शेषफल 0 है ।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 30 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	27	28	29	30
a	3	6	9	12	---	---	---	---	---	---	---	81	84	87	90
k	63	61	59	57	---	---	---	---	---	---	---	11	9	7	5

[61] $d=61$, के प्रति $[(k-a)=59] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 29 और शेषफल 1 है ।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 29 का आगर 30 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	27	28	29	30
a	3	6	9	12	---	---	---	---	---	---	---	81	84	87	90
k	62	60	58	55	---	---	---	---	---	---	---	10	8	6	4

$a=90, k=4$ $d=61$ से $S=750$ की जाँच $N=4$ के यथार्थ-भजक 1 के प्रति
समान्य आधार-वर्ग

90	151	212	273
94	155	216	277
98	159	220	281
102	163	224	285

विशिष्ट आधार-वर्ग

समान्य रंगीन जदुई-वर्ग

90	224	163	273
281	155	216	98
277	159	220	94
102	212	151	285

विशिष्ट रंगीन जदुई-वर्ग

90	94	151	155
212	216	273	277
98	102	159	163
220	224	281	285

90	281	224	155
163	216	273	98
277	102	259	212
229	151	94	285

N=4 के यथार्थ-भजक 2 के प्रति
समान्य रंगीन जदुई-

समान्य आधार-वर्ग

90	212	94	216
98	220	102	224
151	273	155	277
159	281	163	285

90	163	281	216
277	220	102	151
224	273	155	98
159	94	212	285

विशिष्ट आधार-वर्ग

90	98	212	220
94	102	216	224
151	159	273	281
155	163	277	285

विशिष्ट रंगीन जदुई-वर्ग

90	277	163	220
281	102	216	151
224	159	273	94
155	212	98	285

N=4 के यथार्थ-भजक 4 के प्रति
समान्य रंगीन जदुई-वर्ग

समान्य आधार-वर्ग

90	94	98	102
151	155	159	163
212	216	220	224
273	277	281	285

94	281	277	102
224	155	159	212
163	216	220	151
273	98	94	285

विशिष्ट आधार-वर्ग

90	151	94	155
98	159	102	163
212	273	216	277
220	281	224	285

विशिष्ट रंगीन रादुई-वर्ग

60	224	281	255
277	159	102	212
163	273	216	98
220	94	151	285

{3} 5*5 के प्रति- N=5 विषम संख्या $\therefore$ समिका $S = N*a + N*\frac{N-1}{2}(d+k)$

a	a+d	a+2d	a+3d	a+4d
a+k	(a+k)+d	(a+k)+2d	(a+k)+3d	(a+k)+4d
a+2k	(a+2k)+d	(a+2k)+2d	(a+2k)+3d	(a+2k)+4d
a+3k	(a+3k)+d	(a+3k)+2d	(a+3k)+3d	(a+3k)+4d
a+4k	(a+4k)+d	(a+4k)+2d	(a+4k)+3d	(a+4k)+4d

$\Rightarrow (N-1)k + 2a = \frac{2S}{N} - (N-1)d$ में $d=1$ के प्रति $S=750$ और $N=5$ प्रतिस्थापित करने पर

$4k + 2a = 300 - 4 \Rightarrow 2k + a = 148$ से a का न्यूनतम मान $a_1 = 2$ के संगत $k = k_1 = 73$

$$(k-a) = [73-2] = [72-d] = 71$$

सर्वान्तर d का अधिकतम मान d_m की गणना-

सर्वान्तर d का अधिकतम मान $d_m. [k_1 \div 2] \Rightarrow 73 \div 2$ की संप्रिया सें- प्राप्त भागफल $r=36$ ही होगा।
 अब सर्वान्तर $d = 1, 2, 3, \dots, 34, 35, 36$ के प्रति क्रमशः अलग-अलग तालिका अवलोकित कीजिये।

सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति $a=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार किसी सर्वान्तर d के प्रति मान्य $(k-a)=(72-d)$	$[(k-a) \div 2]$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या	
			भागफल r	शेषफल q		सामान्य जादुई-वर्ग $P*184$	रंगीन जादुई-वर्ग $P*56$
1	1	$73-2 = 72 - 1 = 71$	35	1	36	6,624	2,016
2	2	$72-2 = 72 - 2 = 70$	35	0	35	6,440	1,960
3	3	$71-2 = 72 - 3 = 69$	34	1	35	6,440	1,960
4	4	$70-2 = 72 - 4 = 68$	34	0	34	6,256	1,904
5	5	$69-2 = 72 - 5 = 67$	33	1	34	6,256	1,904
6	6	$68-2 = 72 - 6 = 66$	33	0	33	6,072	1,848
7	7	$67-2 = 72 - 7 = 65$	32	1	33	6,072	1,848
8	8	$66-2 = 72 - 8 = 64$	32	0	32	5,888	1,792
9	9	$65-2 = 72 - 9 = 63$	31	1	32	5,888	1,792
10	10	$64-2 = 72 - 10 = 62$	31	0	31	5,704	1,736
11	11	$63-2 = 72 - 11 = 61$	30	1	31	6,704	1,736
12	12	$62-2 = 72 - 12 = 60$	30	0	30	5,520	1,680
13	13	$61-2 = 72 - 13 = 59$	29	1	30	5,520	1,680
14	14	$60-2 = 72 - 14 = 58$	29	0	29	5,336	1,624
15	15	$59-2 = 72 - 15 = 57$	28	1	29	5,336	1,624
16	16	$58-2 = 72 - 16 = 56$	28	0	28	5,152	1,568
17	17	$57-2 = 72 - 17 = 55$	27	1	28	5,152	1,568
18	18	$56-2 = 72 - 18 = 54$	27	0	27	4,968	1,512
19	19	$55-2 = 72 - 19 = 53$	26	1	27	4,968	1,512
20	20	$54-2 = 72 - 20 = 52$	26	0	26	4,784	1,456
21	21	$53-2 = 72 - 21 = 51$	25	1	26	4,784	1,456
22	22	$52-2 = 72 - 22 = 50$	25	0	25	4,600	1,400
23	23	$51-2 = 72 - 23 = 49$	24	1	25	4,600	1,400
24	24	$50-2 = 72 - 24 = 48$	24	0	24	4,416	1,344
25	25	$49-2 = 72 - 25 = 47$	23	1	24	4,416	1,344
26	26	$48-2 = 72 - 26 = 46$	23	0	23	4,232	1,288
27	27	$47-2 = 72 - 27 = 45$	22	1	23	4,232	1,288
28	28	$46-2 = 72 - 28 = 44$	22	0	22	4,048	1,232
29	29	$45-2 = 72 - 29 = 43$	21	1	22	4,048	1,232
30	30	$44-2 = 72 - 30 = 42$	21	0	21	3,864	1,176
31	31	$43-2 = 72 - 31 = 41$	20	1	21	3,864	1,176
32	32	$42-2 = 72 - 32 = 40$	20	0	20	3,680	1,120
33	33	$41-2 = 72 - 33 = 39$	19	1	20	3,680	1,120
34	34	$40-2 = 72 - 34 = 38$	19	0	19	3,496	1,094

35	35	$39-2 = 72-35 = 37$	18	1	19	3,496	1,084
36	36	$38-2 = 72-36 = 36$	18	0	18	3,312	1,008
योग					972	1,78,848	56,376

54 '16 972

[1] $d=1$, के प्रति $[(k-a)=71] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 35 और शेषफल 1 है ।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 35 का अगर 36 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	2	4	6	8	10	13	14	16	18	20	22	24	26	28	30
k	73	72	71	70	69	68	67	66	65	64	63	62	61	60	59

s=n	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
k	58	57	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44

s=n	31	32	33	34	35	36
a	62	64	66	68	70	72
k	43	42	41	40	39	38

[2] $d=2$, के प्रति $[(k-a)=70] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 35 और शेषफल 0 है ।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 35 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	2	4	6	8	10	13	14	16	18	20	22	24	26	28	30
k	72	71	70	69	68	67	66	65	64	63	62	61	60	59	58

s=n	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
k	57	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43

s=n	31	32	33	34	35
a	62	64	66	68	70
k	42	41	40	39	38

[3] $d=3$, के प्रति $[(k-a)=69] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 34 और शेषफल 1 है ।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 34 का अगर 35 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	2	4	6	8	10	13	14	16	18	20	22	24	26	28	30
k	71	70	69	68	67	66	65	64	63	62	61	60	59	58	57

s=n	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
k	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42

s=n	31	32	33	34	35
a	62	64	66	68	70
k	41	40	39	38	37

इसी प्रकार

[35] $d=35$, के प्रति $[(k-a)=37] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 18 और शेषफल 1 है ।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 18 का आगर 19 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	2	4	6	8	10	13	14	16	18	20	22	24	26	28	30
k	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25

s=n	16	17	18	19
a	32	34	36	38
k	24	23	22	21

[36] $d=36$, के प्रति $[(k-a)=36] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 18 और शेषफल 0 है ।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 18 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	2	4	6	8	10	13	14	16	18	20	22	24	26	28	30
k	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24

s=n	16	17	18
a	32	34	36
k	23	22	21

$d=36, a=36, k=21$ से $S=750$ की जाँच

सामान्य आधार-वर्ग

36	72	108	144	180
57	93	129	165	201
78	114	150	186	222
99	135	171	207	243
120	156	192	228	264

सामान्य जादुई-वर्ग

	171	264	72	165	
135	228	36	129	222	
192	180	93	186	99	192
144	57	150	243	156	144
201	114	207	120	108	201
78	171	254	72	165	

सामान्य आधार-वर्ग

36	72	108	144	180
57	93	129	165	201
78	114	150	186	222
99	135	171	207	243
120	156	192	228	264

रंगीन जादुई-वर्ग

108	228	36	156	222
201	171	93	186	99
120	165	150	135	180
243	114	207	129	57
78	72	264	144	192

{4} 6*6 के प्रति- समिका $2S = 2N*a + N*(N-1)(d+k)$ से -

a	a+d	a+2d	a+3d	a+4d	a+5d
(a+k)	(a+k)+d	(a+k)+2d	(a+k)+3d	(a+k)+4d	(a+k)+5d
(a+2k)	(a+2k)+d	(a+2k)+2d	(a+2k)+3d	(a+2k)+4d	(a+2k)+5d
(a+3k)	(a+3k)+d	(a+3k)+2d	(a+3k)+3d	(a+3k)+4d	(a+3k)+5d
(a+4k)	(a+4k)+d	(a+4k)+2d	(a+4k)+3d	(a+4k)+4d	(a+4k)+5d
(a+5k)	(a+5k)+d	(a+5k)+2d	(a+5k)+3d	(a+5k)+4d	(a+5k)+5d

$$(N-1)k + 2a = \frac{2S}{N} - (N-1)d \text{ में -}$$

d=1 के प्रति S=750 और N=6 प्रतिस्थापित करने पर

$$5k + 2a = 250 - 5 * 1 = 245$$

से a का न्यूनतम मान $a_1 = 5$ के संगत $k = k_1 = 47$

$$(k-a) = [47-5] = [43-d] = 42$$

सर्वान्तर d का अधिकतम मान d_m की गणना-

सर्वान्तर d का अधिकतम मान $d_m = . [(k_1 \div 2) \Rightarrow 47 \div 2]$ की संप्रिया से प्राप्त भागफल $r=23$ होगा।
सर्वान्तर d के प्रति-

आकलन जाँच विश्लेषण में- x वें क्रमांक के प्रति प्रथम पद $a_x = 5 + 5(x-1) = 5x$

$$k_x = \frac{1}{5} [\{ 250 - 2 * 5x - 5d \}]$$

$$= [50 - (2x+d)]$$

S=750 के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3, ..., 21, 22, 23, के लिये-

सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार किसी सर्वान्तर d के प्रति मान्य $(k-a)=43--d$	[(b-a) $\div 2$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या	
			भागफल r	शेषफल q		खमान्य रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति P*752	विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति P*16
1	1	47= 5 = 43 - 1 = 42	21	0	21	15,792	336
2	2	46= 5 = 43 - 2 = 41	20	1	21	15792	336
3	3	45= 5 = 43 - 3 = 40	20	0	20	15,040	320
4	4	44= 5 = 43 - 4 = 39	19	1	20	15,040	320
5	5	43= 5 = 43 - 5 = 38	19	0	19	14,288	304
6	6	42= 5 = 43 - 6 = 37	18	1	19	14,288	304
7	7	41= 5 = 43 - 7 = 36	18	0	18	13,536	288
8	8	40= 5 = 43 - 8 = 35	17	1	18	13,536	288
9	9	39= 5 = 43 - 9 = 34	17	0	17	12,784	272
10	10	38= 5 = 43 - 10 = 33	16	1	17	12,784	272
11	11	37= 5 = 43 - 11 = 32	16	0	16	12,032	256
12	12	36= 5 = 43 - 12 = 31	15	1	16	12,032	256

13	13	$35 = 6 = 43 - 13 = 30$	15	0	15	11,280	240
14	14	$34 = 5 = 43 - 14 = 29$	14	1	15	11,280	240
15	15	$33 = 5 = 43 - 15 = 28$	14	0	14	10,528	224
15	16	$32 = 5 = 43 - 16 = 27$	13	1	14	10,528	224
17	17	$31 = 5 = 43 - 17 = 26$	13	0	13	9,776	208
18	18	$30 = 5 = 43 - 18 = 25$	12	1	13	9,776	208
19	19	$29 = 6 = 43 - 19 = 24$	12	0	12	9,024	192
20	20	$28 = 5 = 43 - 20 = 23$	11	1	12	9,024	192
21	21	$27 = 5 = 43 - 21 = 22$	11	0	11	8,272	176
22	22	$26 = 5 = 43 - 22 = 21$	10	1	11	8,272	176
23	23	$25 = 5 = 43 - 23 = 20$	10	0	10	7,520	160
योग					362	2,72,224	5,792

जॉच की ओर

[1] $d=1$, के प्रति $[(k-a)=42] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 21 और शेषफल 0 है । 52 68

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 25 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	18	19	20	21
a	5	10	15	20	---	---	---	---	---	---	---	90	95	100	105
k	47	45	43	41	---	---	---	---	---	---	---	13	11	9	7

[2] $d=2$, के प्रति $[(k-a)=41] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 20 और शेषफल 1 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 20 का आगर 21 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	18	19	20	21
a	5	10	15	20	---	---	---	---	---	---	---	90	95	100	105
k	46	44	42	40	---	---	---	---	---	---	---	12	10	8	6

[3] $d=3$, के प्रति $[(k-a)=40] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 20 और शेषफल 0 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 20 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	17	18	19	20
a	5	10	15	20	---	---	---	---	---	---	---	85	90	95	100
k	45	43	41	39	---	---	---	---	---	---	---	13	11	9	7

[4] $d=4$, के प्रति $[(k-a)=39] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 19 और शेषफल 1 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 19 का आगर 20 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	17	18	19	20
a	5	10	15	20	---	---	---	---	---	---	---	85	90	95	100
k	44	43	42	41	---	---	---	---	---	---	---	12	10	8	6

[5] $d=5$, के प्रति $[(k-a)=38] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 19 और शेषफल 0 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 19 होगा ।

s=n	1	2	3	4	---	---	---	---	---	---	---	16	17	18	19
a	5	19	15	20	---	---	---	---	---	---	---	80	85	90	95
k	43	41	39	37	---	---	---	---	---	---	---	13	11	9	7

19]

$d=19$, के प्रति $[(k-a)=24] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 12 और शेषफल 0 है ।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 12 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
k	29	27	25	23	21	19	17	15	13	11	9	7

[20] $d=20$, के प्रति $[(k-a)=23] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 11 और शेषफल 1 है ।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 12 का आगर 12 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
k	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6

[21] $d=21$, के प्रति $[(k-a)=22] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 11 और शेषफल 0 है ।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 11 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
k	27	25	23	21	19	17	15	13	11	9	7

[22] $d=22$, के प्रति $[(k-a)=21] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 10 और शेषफल 1 है ।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 10 का आगर 11 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
k	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6

[23] $d=21$, के प्रति $[(k-a)=20] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 10 और शेषफल 0 है ।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 10 होगा ।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
k	25	23	21	19	17	15	13	11	9	7

$d=23$ $a=50$ $k=7$ के प्रति $s=750$ की जाँच।

यथार्थ भाजक [1]

प्रथम सामान्य आधार-वर्ग

50	73	96	119	142	165
57	80	103	126	149	172
64	87	110	133	156	179
71	94	117	140	163	186
78	101	124	147	170	193
85	108	131	154	177	200

रंगीन जादुई-वर्ग

50	177	154	96	108	165
172	80	147	124	149	78
186	156	110	133	94	71
64	163	117	140	87	179
193	101	103	126	170	57
85	73	119	131	142	200

विशिष्ट आधार-वर्ग

50	57	64	73	80	87
96	103	110	119	126	133
142	149	156	165	172	179
71	78	85	94	101	108
117	124	131	140	147	154
163	170	177	186	193	200

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

50	193	186	64	170	87
133	103	140	131	126	117
108	172	156	165	78	71
142	101	85	94	149	179
154	124	110	119	147	96
163	57	73	177	80	200

यथार्थ- भाजक [2]

प्रथम सामान्य आधार-वर्ग

50	96	142	57	103	149
64	110	156	71	117	163
78	124	170	85	131	177
73	119	165	80	126	172
87	133	179	94	140	186
101	147	193	108	154	200

रंगीन जादुई-वर्ग

50	154	108	142	147	149
163	110	94	179	117	87
172	131	170	85	119	73
78	126	165	80	124	177
186	133	156	71	140	64
101	96	57	193	103	200

विशिष्ट आधार-वर्ग

50	64	78	96	110	124
142	156	170	57	71	85
103	117	131	149	163	177
73	87	101	119	133	147
165	179	193	80	94	108
126	140	154	172	186	200

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

50	186	172	78	140	124
85	156	80	193	71	165
147	163	131	149	87	73
103	133	101	119	117	177
108	179	170	57	94	142
126	64	96	154	110	200

ध्यर्थ भाजक [3]

प्रथम सामान्य आधार-वर्ग

50	119	57	126	64	133
71	140	78	147	85	154
73	142	80	149	87	156
94	163	101	170	108	177
96	165	103	172	110	179
117	186	124	193	131	200

विशिष्ट आधार-वर्ग

50	71	73	119	140	142
57	78	80	126	147	149
64	85	87	133	154	156
94	96	117	163	165	186
101	103	124	170	172	193
108	110	131	177	179	200

रंगीन जादुई-वर्ग

50	131	193	57	186	133
154	140	172	103	85	96
177	87	80	149	163	94
73	108	101	170	142	156
179	165	78	147	110	71
117	119	126	124	64	200

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

50	179	177	73	110	142
149	78	170	124	147	101
186	154	87	133	96	94
64	165	117	163	85	156
193	103	80	126	172	57
108	71	119	131	140	200

यर्थ भाजक [6]

सामान्य आधार-वर्ग

50	57	64	71	78	85
73	80	87	94	101	108
96	103	110	117	124	131
119	126	133	140	147	154
142	149	156	163	170	177
165	172	179	186	193	200

रंगीन जादुई-वर्ग

50	193	186	64	172	85
108	80	163	156	101	142
154	124	110	117	126	119
96	147	133	140	103	131
177	149	87	94	170	73
165	57	71	179	78	200

प्रथम विशिष्ट आधार-वर्ग

50	73	96	57	80	103
64	87	110	71	94	117
78	101	124	85	108	131
119	142	165	126	149	172
133	156	179	140	163	186
147	170	193	154	177	200

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

60	177	154	96	170	103
117	87	140	179	94	133
172	108	124	85	142	119
78	149	165	126	101	131
186	156	110	71	163	119
147	73	57	193	80	200

{5} 10*10 के प्रति- समिका $2S = 2N*a + N*(N-1)(d+k)$ से -

a	a+d	a+2d	a+3d	a+4d	a+5d	a+6d	a+7d	a+8d	a+9d
a+k	a+k+d	a+k+2d	a+k+3d	a+k+4d	a+k+5d	a+k+6d	a+k+7d	a+k+8d	a+k+9d
a+2k	a+2k+d	a+2k+2d	a+2k+3d	a+2k+4d	a+2k+5d	a+2k+6d	a+2k+7d	a+2k+8d	a+2k+9d
a+3k	a+3k+d	a+3k+2d	a+3k+3d	a+3k+4d	a+3k+5d	a+3k+6d	a+3k+7d	a+3k+8d	a+3k+9d
a+4k	a+4k+d	a+4k+2d	a+4k+3d	a+4k+4d	a+4k+5d	a+4k+6d	a+4k+7d	a+4k+8d	a+4k+9d
a+5k	a+5k+d	a+5k+2d	a+5k+3d	a+5k+4d	a+5k+5d	a+5k+6d	a+5k+7d	a+5k+8d	a+5k+9d
b+6k	a+6k+d	a+6k+2d	a+8k+3d	a+6k+4d	a+6k+5d	a+6k+6d	a+6k+7d	a+6k+8d	a+6k+9d
b+7k	a+7k+d	a+7k+2d	a+7k+3d	a+7k+4d	a+7k+5d	a+7k+6d	a+7k+7d	a+7k+8d	a+7k+9d
b+8k	a+8k+d	a+8k+2d	a+9k+3d	a+8k+4d	a+8k+5d	a+8k+6d	a+8k+7d	a+8k+8d	a+8k+9d
b+9k	a+9k+d	a+9k+2d	a+9k+3d	a+9k+4d	a+9k+5d	a+9k+6d	a+9k+7d	a+9k+8d	a+9k+9d

$$(N-1)k + 2a = \frac{2S}{N} - (N-1)d \text{ में -}$$

d=1 के प्रति S=750 और N=10 प्रतिस्थापित करने पर

$$9k + 2a = 150 - 9 * 1 = 141$$

से a का न्यूनतम मान $a_1 = 3$ के संगत $k = k_1 = 15$

$$(k-a) = [15-3] = [13-d] = 12$$

सर्वान्तर d का अधिकतम मान d_m की गणना-

सर्वान्तर d का अधिकतम मान $d_m = [(k_1 \div 2) \Rightarrow 15 \div 2]$ की संप्रिया से प्राप्त भागफल $r=7$ होगा।
सर्वान्तर d के प्रति-

आकलन जाँच विश्लेषण मे- x वें क्रमांक के प्रति प्रथम पद $a_x = 3 + 9(x-1) = 9x - 6$

$$\begin{aligned} k_x &= \frac{1}{9} [150 - \{2(9x - 6) + 9d\}] = (x-1) - 5d \\ &= [162 - 9(2x - d)] \\ &= [18 - (2x + d)] \end{aligned}$$

S= 750 के प्रति सर्वान्तर d के प्रति

S= 750 के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 के लिये-

सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार किसी सर्वान्तर d के प्रति मान्य $(k-a)=13--d$	[(b-a) ÷ 2 से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या	
			भागफल r	शेषफल q		खमान्य रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति P*61424	विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति P*16
1	1	$15-3 = 13 - 1 = 12$	6	0	6	3,68,544	24
2	2	$14-3 = 13 - 2 = 11$	5	1	6	3,68,544	24
3	3	$13-3 = 13 - 3 = 10$	5	0	5	3,07,120	20
4	4	$12-3 = 13 - 4 = 9$	4	1	5	3,07,120	20
5	5	$11-3 = 13 - 5 = 8$	4	0	4	2,45,696	16
6	6	$10-3 = 13 - 6 = 7$	3	1	4	2,45,698	36
7	7	$9-3 = 13 - 7 = 6$	3	0	3	1,84,272	12
					33	20,26,992	528

[1] d=1, के प्रति [(k-a)=12] ÷ 2 की संक्रिया से प्राप्त भागफल 6 और शेषफल 0 है।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 6 होगा।

s=n	1	2	3	4	5	6
a	3	12	21	30	39	48
k	15	13	11	9	7	5

[2] $d=2$, के प्रति $[(k-a)=11] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 5 और शेषफल 1 है।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 5 का आगर 6 होगा।

s=n	1	2	3	4	5	6
a	3	12	21	30	39	48
k	14	12	10	8	6	4

[3] $d=3$, के प्रति $[(k-a)=10] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 5 और शेषफल 0 है।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 5 होगा।

=n	1	2	3	4	5
a	3	12	21	30	39
k	13	11	9	7	5

[4] $d=4$, के प्रति $[(k-a)=9] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 4 और शेषफल 1 है।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 4 का आगर 5 होगा।

s=n	1	2	3	4	5
a	3	12	21	30	39
k	12	10	8	6	4

[5] $d=5$, के प्रति $[(k-a)=8] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 4 और शेषफल 0 है।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 4 होगा।

=n	1	2	3	4
a	3	12	21	30
k	11	9	7	5

[6] $d=6$, के प्रति $[(k-a)=7] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 3 और शेषफल 1 है।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 3 का आगर 4 होगा।

s=n	1	2	3	4
a	3	12	21	30
k	10	8	6	4

[7] $d=7$, के प्रति $[(k-a)=6] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 3 और शेषफल 0 है।

- $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 3 होगा।

=n	1	2	3
a	3	12	21
k	9	7	5

$d = 7, a = 21, k = 5$ से $s = 750$ के प्रति-

[1] यथार्थ-भाजक 1 पर- सामान्य आधार-वर्ग-

21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
26	33	40	47	54	61	68	75	82	89
31	38	45	52	59	66	73	80	87	94
36	43	50	57	64	71	78	85	92	99
41	48	55	62	69	76	83	90	97	104
46	53	60	67	74	81	88	95	102	109
51	58	65	72	79	86	93	100	107	114
56	63	70	77	84	91	98	105	112	119
61	68	75	82	89	96	103	110	117	124
66	73	80	87	94	101	108	115	122	129

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

21	122	35	108	101	49	87	70	73	84
89	33	110	47	96	89	68	75	82	61
56	87	45	98	91	59	77	80	63	94
99	58	85	57	79	86	78	65	92	51
109	97	95	83	69	76	62	69	53	46
41	102	55	88	74	81	67	90	48	104
114	43	100	72	64	71	93	50	107	36
31	112	70	52	66	84	73	105	38	119
124	68	40	103	54	61	82	75	117	26
66	28	115	42	56	94	63	80	77	129

विशिष्ट आधार-वर्ग

21	26	31	36	41	28	33	38	43	48
35	40	45	50	55	42	47	52	57	62
49	54	59	64	69	56	61	66	71	76
63	68	73	78	83	70	75	80	85	90
77	82	87	92	97	84	89	94	99	104
46	51	56	61	66	53	58	63	68	73
60	65	70	75	80	67	72	77	82	87
74	79	84	89	94	81	86	91	96	101
88	93	98	103	108	95	100	105	110	115
102	107	112	117	122	109	114	119	124	129

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

21	124	31	114	109	41	117	38	107	48
62	40	105	50	95	108	47	98	57	88
74	71	59	86	81	69	89	66	79	76
90	65	80	78	80	67	75	70	85	60
73	99	63	89	97	84	92	56	51	46
77	68	87	58	66	53	61	94	82	104
87	68	77	75	83	70	72	73	82	63
49	96	84	64	56	94	61	91	54	101
115	93	45	100	55	42	103	52	110	35
102	26	119	36	28	122	33	112	43	129

4■ N यथार्थ भाजक 1, 2 एवं N के अतिरिक्त किसी और अन्य यथार्थ भाजक m के प्रति

$2S \div N$ की भंक्रिया पूर्णतः अशेष विभाजित होने के प्रतिबंध पर $-N*N$ का आधार-वर्ग के N^2 अचयव $\frac{N^2}{m}$ पदी m समान्तर श्रेढी के उभयनिष्ठ सर्वान्तर d पर दर्शित होंगे। जिनके प्रथम पदमान $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{m-2}, a_{m-1}, a_m)$ स्वयं में सर्वान्तर k पर समान्तर श्रेढी के प्रतिरूपण में $[a, (a+k), (a+2k), \dots, \{a+(m-3)k\}, \{a+(m-2)k\}, \{a+(m-1)k\}]$ होंगे। लिये जाने पर-

$$N*S = a*N^2 + m*\left(\frac{\frac{N^2}{m}-1}{2} * \frac{N^2}{m}\right) * d + \left(\frac{m-1}{2} * m\right) * \frac{N^2}{m} * k$$

$$\Rightarrow 2NS = 2aN^2 + N^2\left(\frac{N^2}{m}-1\right)d + (m-1) * N^2 * k$$

$$\Rightarrow 2S = 2aN + N\left(\frac{N^2}{m}-1\right)d + (m-1) N * k$$

$$\Rightarrow 2S = 2aN + N\left(\frac{N^2}{m}-1\right)d + (m-1) N * k$$

$\Rightarrow 2a + (m-1) * k = \left[\frac{2S}{N} - \left(\frac{N^2}{m}-1\right)d\right]$ के हल के लिये d के न्यूनतम प्राकृत संख्या मान की सुनिश्चिता के प्रति S, N और m का मान प्रतिस्थापित कर मानक सरल रैखिक समीकरण $uk + 2a = w$ — (1) प्राप्त करें।

समीकरण (1) के प्रति-

a का न्यूनतम मान a_1 सुनिश्चित करें। न्यूनतम मान a_1 के संगत $k = k_1$

तदुपरांत $a_x = a_1 + (x-1) * u$ के संगत $k_x = [w - 2a_x] \div u$ प्राप्त करें

d का अधिकतम मान d_m की गणना- $(k_1 \div 2)$ की संक्रिया से — प्राप्त भागफल r होगा।

इस प्रकार किसी सर्वान्तर d_n की सुनिश्चिता के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की विस्तारित संख्या

$[k-a] \div 2$ की संक्रिया से-

1• शेषफल $q=0$ की प्राप्ति पर प्राप्त भागफल r पदों तक

2• शेषफल $q=1$ की प्राप्ति पर प्राप्त भागफल r का आगर $(r+1)$ तक

गणना विस्तार में $k \neq d$ $k > d$ का प्रतिबंध स्वीकारा जाना यथेष्ट होगा।

{1} 6*6 के प्रति- समिका $2S = 2aN + N(\frac{N^2}{m} - 1)d + (m - 1) N * k$

a	a+d	a+2d	a+3d	a+4d	a+5d
a+6d	a+7d	a+8d	a+9d	a+10d	a+11d
(a+k)	(a+k)+d	(a+k)+2d	(a+k)+3d	(a+k)+4d	(a+k)+5d
(a+k)+6d	(a+k)+7d	(a+k)+8d	(a+k)+9d	(a+k)+10d	(a+k)+11d
(a+2k)	(a+2k)+d	(a+2k)+2d	(a+2k)+3d	(a+2k)+4d	(a+2k)+5d
(a+2k)+6d	(a+2k)+7d	(a+2k)+8d	(a+2k)+9d	(a+2k)+10d	(a+2k)+11d

$\Rightarrow 2a + (m - 1) * k = [\frac{2S}{N} - (\frac{N^2}{m} - 1)d]$ में d के प्रति $S=750, N=6$ और $m=3$

प्रतिस्थापित करने पर- $2a + (3-1)k = [\frac{2+750}{6} - (\frac{6^2}{3} - 1)d] \Rightarrow 2a + 2k = 250 - 11d$ में
a और k पाकृत संख्या मान प्राप्त करने d के सम मान (2,4,6,8 10-----) लिये जाने पर मानक
सरल रैखिक समीकरण $a+k=125 - 11*\frac{d}{2}$ प्राप्त होगा। अतः

d का न्यूनतम सम संख्या मान 2 के प्रति- $a+k=114$ से a का न्यूनतम मान $a_1 = 1$ के प्रति
 $k_1 = 113$ $(k-a) = [113-1] = [112]$, $= 123 - 11 * \frac{d}{2} = 112$

सर्वान्तर d के प्रकारों की अधिकतम संख्या गणना- $[125 \div 11]$ की संक्रिया से भाफल 11 होगा।
आकलन जाँच विश्लेषण मे- x वें क्रमांक के प्रति प्रथम पद $a_x = x$

$$k_x = [125 - (x+11*\frac{d}{2})]$$

सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति अधिकतम संख्या $= [(k-a) - 1]$

त्व- $S=750$ के प्रति सर्वान्तर d के सममानों क्रमशः 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, के लिये-
सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के सममानों के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार किसी सर्वान्तर d के प्रति मान्य $(k-a)=123 - 11*\frac{d}{2}$	[(b-a) ÷ 2 से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या	
			भागफल r	शेषफल q		खमान्य रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति P*564	विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति P*12
1	2	$113-1=112$ $113-11*1=112$	56	0	56	31,584	672
2	4	$108-1=107$ $113-11*2=101$	50	1	51	28,764	612
3	6	$91-1=90$ $113-11*3=85$	45	0	45	25,380	540
4	8	$86-1=85$ $113-11*4=79$	39	1	40	22,560	480
5	10	$75-1=74$ $113-11*5=68$	34	0	34	19,176	408
6	12	$64-1=63$ $113-11*6=57$	28	1	29	16,356	348
7	14	$53-1=52$ $113-11*7=46$	23	0	23	12,972	276
8	16	$42-1=41$ $113-11*8=35$	17	1	18	10,052	216
9	18	$31-1=30$ $113-11*9=24$	12	0	12	6,768	244
10	20	$20-1=19$ $113-11*10=13$	6	1	7	3,948	84
11	22	$9-1=8$ $113-11*11=1$	1	0	1	564	12
;ksx					326	18,3864	3,912

जँच की ओर—

[1] $d=2$, के प्रति $[(k-a)=112] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 56 और शेषफल 0 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 56 होगा ।

x	1	2	3	4	5							52	53	54	55	56
a	1	2	3	4	5							52	53	54	55	56
k																
k	113	112	111	110	109							62	61	60	59	58

[2] $d=4$, के प्रति $[(k-a)=101] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 50 और शेषफल 1 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 50 का आगर 51 होगा ।

a	1	2	3	4	5							47	48	49	50	51
k	108	107	106	105	104							62	61	60	59	58

[3] $d=6$, के प्रति $[(k-a)=90] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 45 और शेषफल 0 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 45 होगा ।

a	1	2	3	4	5							41	42	43	44	45
k	91	90	89	88	87							51	50	49	48	47

[4] $d=8$, के प्रति $[(k-a)=79] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 39 और शेषफल 1 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 39 का आगर 40 होगा ।

a	1	2	3	4	5							36	37	38	39	40
k	80	79	78	77	76							45	44	43	42	41

[5] $d=10$, के प्रति $[(k-a)=68] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 34 और शेषफल 0 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 34 होगा ।

a	1	2	3	4	5							30	31	32	33	34
k	69	68	67	66	65							40	39	38	37	36

[6] $d=12$, के प्रति $[(k-a)=57] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 28 और शेषफल 1 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 28 का आगर 29 होगा ।

a	1	2	3	4	5							25	26	27	28	29
k	58	57	56	55	54							34	23	32	31	30

[7] $d=14$, के प्रति $[(k-a)=46] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 23 और शेषफल 0 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 23 होगा ।

a	1	2	3	4	5							19	20	21	22	23
k	47	46	45	44								29	28	27	26	25

[8] $d=16$, के प्रति $[(k-a)=35] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 17 और शेषफल 1 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 17 का आगर 18 होगा ।

a	1	2	3	4	5							14	15	16	17	18
k	36	35	34	33	32							23	22	21	20	19

[9] $d=18$, के प्रति $[(k-a)=24] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 12 और शेषफल 0 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 12 होगा ।

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
k	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20

[10] $d=20$, के प्रति $[(k-a)=13] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 6 और शेषफल 1 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 6 का आगर 7 होगा ।

a	1	2	3	4	5	6	7
k	14	11	10	9	8	7	6

[11] $d=22$, के प्रति $[(k-a)=2] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 1 और शेषफल 0 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 1 होगा ।

a	1
k	3

$d=22$ $a=1$, $k=3$ के प्रति $S=750$ की जाँच

1 ■ यथार्थ-भाजक 1 प्रथम सामान्य आधार-वर्ग

1	23	45	67	89	111
133	155	177	199	221	243
4	26	48	70	92	114
136	158	180	202	224	246
7	29	51	73	95	117
139	161	183	205	227	249

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

1	227	205	45	161	111
243	155	73	51	221	7
246	92	48	70	158	136
4	224	180	202	126	114
117	29	177	199	95	133
139	23	67	183	89	249

1

प्रथम विशिष्ट आधार-वर्ग

1	133	4	23	155	26
45	177	48	67	199	70
89	221	92	111	243	114
136	7	139	158	29	161
180	51	183	202	73	205
224	95	227	246	117	249

प्रथम विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

1	117	246	4	95	26
70	177	202	183	199	180
161	243	92	111	7	136
89	29	139	148	221	114
205	51	48	67	73	45
224	133	23	227	155	249

2 ■ यथार्थ-भाजक 2 प्रथम सामान्य आधार-वर्ग

1	45	89	133	177	221
4	48	92	136	180	224
7	51	95	139	183	227
23	67	111	155	199	243
26	70	114	158	202	246
29	73	117	161	205	249

प्रथम विशिष्ट आधार-वर्ग

1	4	7	45	48	51
89	92	95	133	136	139
177	180	183	221	224	227
23	26	29	67	70	73
111	114	117	155	158	161
199	202	205	243	246	249

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

1	205	161	89	73	221
224	48	158	114	180	26
243	183	95	138	67	23
7	199	111	155	51	227
246	70	92	136	202	4
29	45	133	117	177	249

प्रथम विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

1	246	243	7	202	51
139	92	155	45	136	111
73	224	183	221	36	23
177	70	29	67	180	227
161	114	95	133	158	89
199	4	45	205	48	249

3 ■ यथार्थ-भाजक 3 प्रथम सामान्य आधार-वर्ग

1	67	133	199	4	70
136	202	7	73	139	205
23	89	155	221	26	92
158	224	29	95	161	227
45	111	177	243	48	114
180	246	51	117	183	249

प्रथम विशिष्ट आधार-वर्ग

1	136	23	67	202	89
133	7	155	199	73	221
4	139	161	70	205	92
158	45	180	224	111	246
29	177	51	95	243	117
161	48	183	227	114	249

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

1	183	117	133	246	70
205	202	243	177	139	45
227	26	155	221	224	158
23	161	29	95	89	92
114	111	7	73	48	136
180	67	199	51	4	249

अनुपालन में नहीं है।

प्रथम विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

1	114	22	23	48	89
221	7	95	51	73	29
246	205	161	70	45	158
4	111	180	224	139	92
117	177	155	199	243	133
161	136	67	183	202	249

अनुपालन में नहीं है।

4 ■ यथार्थ-भाजक 4 प्रथम सामान्य आधार-वर्ग

1	133	4	136	7	139
23	155	26	158	29	161
45	177	48	180	51	183
67	199	70	202	73	205
89	221	92	224	95	227
111	243	114	246	117	249

प्रथम सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

1	117	246	4	243	139
161	155	224	92	29	89
205	61	48	180	199	67
45	73	70	202	177	183
227	221	26	158	95	23
111	133	136	114	7	249

विशिष्ट आधार-वर्ग

1	23	45	133	155	177
4	26	48	136	158	180
7	29	51	139	161	183
67	89	111	199	221	243
70	92	114	202	224	246
73	95	117	205	227	249

प्रथम विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

1	227	205	45	95	177
180	26	202	114	158	70
243	161	51	139	89	67
7	221	111	199	29	163
246	92	48	136	224	
73	23	133	117	155	249

पुनः प्राप्त करें- ;

(1) सरल कमांक $x=n$ के संगत प्राप्त a और k को आपस में बदलकर $(k-a)$ के लिये $(a-k)$ सेकर उपरोक्तानुसार प्राप्त करें।

(2) $(k-a)$ के सम संख्या मानों $[112, 90, 68, 46, 24, 2]$ जिनकी कुल संख्या = प्रथम आधार-वर्ग की संख्या $p=6$ होगा।

तब सकल गणन प्रस्तुति में -

1• प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या $P = 326+326+6 = 658$

2• सामान्य जादुई-वर्ग संख्या $P*564 = 658 * 564 = 3,71,112$

3• रंगीन जादुई-वर्ग संख्या $P*12 = 658 * 12 = 7,896$

{2} 10*10 के प्रति- समिका $2S = 2aN + N(\frac{N^2}{m} - 1)d + (m-1)N * k$

a	a+d	a+2d	a+3d	a+4d	a+5d	a+6d	a+7d	a+8d	a+9d
a+k	a+k+d	a+k+2d	a+k+3d	a+k+4d	a+k+5d	a+k+6d	a+k+7d	a+k+8d	a+k+9d
a+2k	a+2k+d	a+2k+2d	a+2k+3d	a+2k+4d	a+2k+5d	a+2k+6d	a+2k+7d	a+2k+8d	a+2k+9d
a+3k	a+3k+d	a+3k+2d	a+3k+3d	a+3k+4d	a+3k+5d	a+3k+6d	a+3k+7d	a+3k+8d	a+3k+9d
a+4k	a+4k+d	a+4k+2d	a+4k+3d	a+4k+4d	a+4k+5d	a+4k+6d	a+4k+7d	a+4k+8d	a+4k+9d
a+5k	a+5k+d	a+5k+2d	a+5k+3d	a+5k+4d	a+5k+5d	a+5k+6d	a+5k+7d	a+5k+8d	a+5k+9d
a+6k	a+6k+d	a+6k+2d	a+6k+3d	a+6k+4d	a+6k+5d	a+6k+6d	a+6k+7d	a+6k+8d	a+6k+9d
a+7k	a+7k+d	a+7k+2d	a+7k+3d	a+7k+4d	a+7k+5d	a+7k+6d	a+7k+7d	a+7k+8d	a+7k+9d
a+8k	a+8k+d	a+8k+2d	a+8k+3d	a+8k+4d	a+8k+5d	a+8k+6d	a+8k+7d	a+8k+8d	a+8k+9d
a+9k	a+9k+d	a+9k+2d	a+9k+3d	a+9k+4d	a+9k+5d	a+9k+6d	a+9k+7d	a+9k+8d	a+9k+9d

$$\Rightarrow 2a + (m-1) * k = \left[\frac{2S}{N} - \left(\frac{N^2}{m} - 1 \right) d \right] \text{ में } d \text{ के प्रति } S=750, N=10 \text{ और } m=5$$

$$\text{प्रतिस्थापित करने पर } 2a + (5-1)k = \left[\frac{2+750}{10} - \left(\frac{10^2}{5} - 1 \right) d \right] \Rightarrow 2a + 4k = 150 - 19d$$

a और k पाकृत संख्या मान प्राप्त करने d के सम मान $(2, 4, 6, 8, 10, \dots)$ लिये जाने पर मानक

सरल रैखिक समीकरण $a+2k = 75 - 19 \cdot \frac{d}{2}$ प्राप्त होगा। अतः

d का न्यूनतम सम संख्या मान 2 के प्रति- $a+2k=56$ से a का न्यूनतम मान $a_1 = 2$ के प्रति $k_1 = 27$ $(k_1 - a_1) = [27-2] = [13-d]$, $= \frac{1}{2}[69 - 19 * \frac{d}{2}] = 25$

सर्वान्तर d के प्रकारों की अधिकतम संख्या गणना- $[75 \div 19]$ की संक्रिया से भाफल 3 होगा।
आकलन जाँच विश्लेषण मे-

(1) $d=4$ से अविभाजि सम संख्या $[2, 6, 10, \dots, 2(2n+1)]$ होने पर xवें क्रमांक के प्रति प्रथम पद $a_x = 2x$ तथा $k_x = \frac{1}{2}[75 - (2x+19 * \frac{d}{2})]$ होगा।

तब $a_1 = 2$ $k_1 = \frac{1}{2}[73 - 19 * \frac{d}{2}]$ $(k_1 - a_1) = \frac{1}{2}[69 - 19 * \frac{d}{2}]$ होगा।

(2) $d=4$ से विभाजि सम संख्या $[4, 8, 12, \dots, 4n]$ होने पर xवें क्रमांक के प्रति प्रथम पद $a_x = (2x-1)$ तथा $k_x = \frac{1}{2}[76 - (2x+19 * \frac{d}{2})]$ होगा।

तब $a_1 = 1$ $k_1 = \frac{1}{2}[74 - 19 * \frac{d}{2}]$ $(k_1 - a_1) = \frac{1}{2}[72 - 19 * \frac{d}{2}]$ होगा।

सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति अधिकतम संख्या = $[(k-a)-1]$

तब- $S=750$ के प्रति सर्वान्तर d के समानों क्रमशः 2, 4, 6, ..., 18, 20, 22, के लिये-
सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के सममानों के प्रति a=x=1 लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार किसी सर्वान्तर d के प्रति (k₁ - a₁) के हल लिये उपरोक्त आकलन जॉच विश्लेषण के अनुप्रयोग से-	[(b – a) ÷ 2 से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या	
			भाग फल	शेषफल q		खमान्य रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति P* 46068	विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग के प्रति P*12
1	2	$27-2 = \frac{1}{2} [69 -19 * 1] = 25$	12	1	13	5,98,884	156
2	4	$18-1 = \frac{1}{2} [72 -19 * 2[= 17$	8	1	9	4,14,612	108
3	6	$8 -2 = \frac{1}{2} [69 -19 * 3] = 6$	3	0	3	1,38204	36
योग					25	11,51,700	300

जा.च की ओर

[1] $d=2$, के प्रति $[(k_1 - a_1) = 25] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 12 और शेषफल 1 है।
 $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 12 का आगर 13 होगा।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
a	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26
k	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15

[1] $d=4$, के प्रति $[(k_1 - a_1) = 17] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 8 और शेषफल 1 है।
 $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 8 का आगर 9 होगा।

s=n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	1	3	5	7	9	11	13	15	17
k	18	17	16	15	14	13	12	11	10

[1] $d=6$, के प्रति $[(k_1 - a_1) = 6] \div 2$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल 3 और शेषफल 0 है ।
 $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या = भागफल 3 होगा ।

s=n	1	2	3
a	2	4	6
k	8	7	6

$d = 6, a = 4, k = 7$ से $s=750$ के प्रति—

[1] यथार्थ-भाजक 1 पर— सामान्य आधार-वर्ग—

4	10	16	22	28	34	40	46	52	58
64	70	76	82	88	94	100	106	112	118
11	17	23	29	35	41	47	53	59	65
71	77	83	89	95	101	107	113	119	125
18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
78	84	90	96	102	108	114	120	126	132
25	31	37	43	49	55	61	67	73	79
85	91	97	103	109	115	121	127	133	139
32	38	44	50	56	62	68	74	80	86
92	98	104	110	116	122	128	134	140	146

सामान्य रंगीन जादुई-वर्ग

4	140	16	128	122	28	110	46	98	58
118	70	74	82	62	56	100	44	112	32
85	59	23	121	115	35	103	53	91	65
125	31	113	89	49	55	107	37	119	25
132	66	120	54	42	48	36	90	84	78
18	126	30	114	102	108	96	60	24	72
79	77	67	43	95	101	61	83	73	71
11	133	97	29	41	109	47	127	17	139
86	38	76	68	88	94	50	106	80	64
92	10	134	22	34	116	40	104	52	146

विशिष्ट आधार-वर्ग

4	64	11	71	18	10	70	17	77	24
16	76	23	83	30	22	82	29	89	36
28	88	35	95	42	34	94	41	101	48
40	100	47	107	54	46	106	53	113	60
52	112	59	119	66	58	118	65	125	72
78	25	85	32	92	84	31	91	38	98
90	37	97	44	104	96	43	103	50	110
102	49	109	56	116	108	55	115	62	122
114	61	121	68	128	120	67	127	74	134
126	73	133	80	140	132	79	139	86	165

विशिष्ट रंगीन जादुई-वर्ग

4	86	11	79	132	18	80	17	73	24
36	76	127	83	120	128	82	121	89	114
102	101	35	55	108	42	56	41	49	48
60	37	53	107	104	96	106	97	113	90
98	125	91	118	66	58	119	85	25	78
52	38	59	31	92	84	32	65	112	72
110	100	103	44	54	46	43	47	50	40
28	62	109	95	34	116	94	115	88	122
134	61	23	67	30	22	68	29	74	16
126	64	139	71	10	140	70	133	77	146

[B] केवल और केवल 4*4 विशिष्ट प्रकार सामान्य जादुई-वर्ग रचना के प्रति-

1■ प्रतिबंध और नियम समिका $S = (a+b+c+e+6d)$ के प्रति आकलन

उभयनिष्ठ सर्वान्तर d पर प्राप्त 4 पदी अलग-अलग 4 समांतर श्रेढी जिनके प्रथम पद क्रमशः a, b, c, e स्वयं में कोई भी तीन अवयव $a, b, c/a, b, e/a, c, e/b, c, e$ समान्तर नहीं है और न ही कोई 4 पदी 2 समांतर श्रेढी के सयुक्तीकरण से 8 पदी समांतर श्रेढी दर्शित होगा।

के प्रति [1] $a, (a+d), (a+2d), (a+3d)$ [2] $b, (b+d), (b+2d), (b+3d)$

[3] $c, (c+d), (c+2d), (c+3d)$ [4] $e, (e+d), (e+2d), (e+3d)$ जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई-वर्ग के पंक्ति, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डबबों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान $S = [a + b + c + e + 6d]$ होगा।

प्रथम आधार-वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक-

सामान्य आधार-वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
b	b+d	b+2d	b+3d
c	c+d	c+2d	c+3d
e	e+d	e+2d	e+3d

मेरी कृति ग्रंथ **छत्तीसगढ़ गणित दर्शन** के अध्याय 11 में उपरोक्त प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार-वर्ग $\rightarrow$ विशिष्ट आधार-वर्ग $\rightarrow$ सामान्य जादुई-वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति 4-4 अवयवों का योगमान S और उभयनिष्ठ सर्वान्तर d ज्ञात होने पर प्रथम पद क्रमशः a, b, c, e की सुनिश्चिता एव यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम

आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार **-[1] $d=1$ के प्रति-** $a=x$ लियेजाने पर

$b=3d+x+2$, $c=6d+x+4$, $e=S-(15d+3x+6)$

[2] $d \geq 2$ के प्रति- $a=x$ लियेजाने पर $b=3d+x+1$, $c=6d+x+2$, $e=S-(15d+3x+3)$
 $(e-c) S - [21d - 4x + 5]$

सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना-

सर्वान्तर d के प्रति $a = x=1$ के लिये सुनिश्चिता पर-

[1] $d=1$ के प्रति- $a=1$, $b=6$, $c=11$, $e=S-24$ $(e-c)=S-35$

[2] $d \geq 2$ के प्रति- $a=1$ $b=3d+2$, $c=6d+3$, $e=S-(15d+6) = [(S=6)-15d]$
 $(e-c) S - [21d - 9] = [(S-9) - 21d]$

सर्वान्तर d का अधिकतम मान d_m के प्रति $(e-c) = [(S-9) - 21d]$ को दृष्टिगत करन पर-

$d_m = [(S-9) \div 21]$ की संक्रिया से-शेष युक्त प्राप्त भागफल r के प्रति f ही होगा। जबकि अशेष प्राप्त भागफल r के प्रति r होगा।

प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या $P = [(e-c) \div 4]$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल r एवं शेषफल q को दृष्टिगत करते हुये निम्नानुसार सुनिश्चित होगा।

1. शेषफल $q = 0$ और 1 प्राप्त होने पर - भागफल r

2. शेषफल 2 और 3 प्राप्त होने पर - भागफल r का आगर $(r+1)$ होगा।

विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $= P * 184$ का गुणनफल होगा।

टीप- सर्वान्तर d के प्रति सामान्य आधार-वर्ग विस्तार में $(e-b)$ एवं $(e-c) = 0, d, 2d, 3d$ हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः $(e$ और $b)$ एवं $(e$ और $b)$ पंक्ति के क्रमशः $(4-4), (3-3), (2-2), (1-1)$ अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे।

$S=750$ के प्रति $[a+b+c+e]=750-6*1=744$

सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना-

$d_m = [(S-9) \div 21] = 741 \div 21$ की संक्रिया से- प्राप्त शून्येतर शेषफल पर भागफल $r=35$ होगा।

$S=750$ के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, 2, 3, ----34, 35, के लिये—
सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर— प्रतिबंधानुसार मान्य $(e-c)$ $d=1$ के प्रति— $S-35$ $d \geq 2$ के प्रति— $(S-9) - 21d$ $= 741 - 21d$	$[(e-c) \div 4]$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $p*184$
			भागफल r	शेषफल q		
1	1	$(750-35) = 715$	178	3	179	32936
2	2	$(741-21*2) = 699$	174	3	175	32,200
3	3	$(741-21*3) = 678$	169	2	170	31,280
4	4	$(741-21*4) = 657$	164	1	164	30,176
5	5	$(741-21*5) = 636$	159	0	159	29,256
6	6	$(741-21*6) = 615$	153	3	154	28,336
7	7	$(741-21*7) = 594$	148	2	149	27,416
8	8	$(741-21*8) = 573$	143	1	143	26,312
0	0	$(741-21*9) = 552$	138	0	138	25,392
10	10	$(741-21*10) = 531$	132	3	133	24,472
11	11	$(741-21*11) = 510$	127	2	128	23,552
12	12	$(741-21*12) = 489$	121	1	121	22,264
13	13	$(741-21*13) = 468$	117	0	117	21,528
14	14	$(741-21*14) = 447$	111	3	112	20,608
15	15	$(741-21*15) = 426$	104	2	105	19,320
16	16	$(741-21*16) = 405$	101	1	101	18,584
17	17	$(741-21*17) = 384$	96	0	96	17,664
18	18	$(741-21*18) = 363$	90	3	91	16,744
19	19	$(741-21*19) = 342$	85	2	86	15,824
20	20	$(741-21*20) = 321$	80	1	80	14,720
21	21	$(741-21*21) = 300$	75	0	75	13800
22	22	$(741-21*22) = 279$	69	3	70	12,880
23	23	$(741-21*23) = 258$	64	2	65	11,960
24	24	$(741-21*24) = 237$	59	1	59	10,856
25	25	$(741-21*25) = 216$	54	0	54	9,936
26	26	$(741-21*26) = 195$	48	3	49	9,016
27	27	$(741-21*27) = 174$	43	2	44	8,096
28	28	$(741-21*28) = 153$	38	1	38	6,992
29	29	$(741-21*29) = 132$	33	0	33	6,072
39	39	$(741-21*30) = 111$	27	3	28	5,152
31	31	$(741-21*31) = 90$	22	2	23	4,232
32	32	$(741-21*32) = 69$	17	1	17	3,128
33	33	$(741-21*33) = 48$	12	0	12	2,208
34	34	$(741-21*34) = 27$	6	3	7	1,288
35	35	$(741-21*35) = 6$	1	2	2	368
योग					3,218	5,92,112

जाँच की ओर

[1] $d=1$ से ($a+b+c+e=744$)

$a=x$ लियेजाने पर $b=3d+x+2$, $c=6d+x+4$, $e=S-(15d+3x+6)$

$a=x$, $b=x+5$, $c=x+10$, $e=S-(15d+3x+6)=729-3x$

$a=x=1$ लियेजाने पर, $b=6$, $c=11$, $e=726$ ($e-c$)=715

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
c	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
e	726	723	720	717	714	711	708	705	702	699	696	893	690	687	684

0	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
c	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	8	39	40
e	681	678	675	672	669	666	663	660	657	654	651	648	645	642	639

0	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
c	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
e	636	633	630	627	624	621	618	615	612	609	606	603	600	597	694

0	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	67	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	67	58	59	60
b	51	52	53	54	55	56	67	58	59	60	61	62	63	64	65
c	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
e	591	588	585	582	579	576	573	570	567	564	561	558	555	552	549

0	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
c	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85
e	546	543	540	537	534	531	528	525	522	519	516	513	510	507	504

0	76	77	78	79	60	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	60	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
c	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
e	501	498	495	492	489	486	483	480	477	474	471	468	465	462	459

0	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
c	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115
e	456	453	450	447	444	441	438	435	432	429	426	423	420	417	414

0	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
b	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125
c	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
e	411	408	405	402	399	396	393	390	387	384	381	378	375	372	369

0	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
a	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
b	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
c	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145
e	366	363	360	357	354	351	348	345	342	339	336	333	330	327	324

0	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
b	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155
c	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
e	321	318	315	312	309	306	303	300	297	294	291	288	285	282	279

0	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
a	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
b	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
c	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175
e	276	273	270	267	264	261	258	255	252	249	246	243	240	237	234

0	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179
a	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179
b	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184
c	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189
e	231	228	225	222	219	216	213	210	207	204	201	198	195	192

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 179 जो कि

$a=x=1$ के प्रति प्राप्त $e=726$ और $c=11$ के अन्तर मान 715 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 178 और शेषफल 3 है। $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 178 का आगर संख्या 179 प्रमाणित।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या $=179 \times 184 = 32,936$

$d = 1$, $a=179$, $b=184$, $c=189$, $e=192$ से $S=750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग					विशिष्ट आधार-वर्ग				विशिष्ट जादुई-वर्ग			
a	179	180	181	162	179	184	180	185	179	192	194	185
b	184	185	186	187	181	186	162	187	193	186	162	189
c	189	190	191	192	189	192	190	193	187	192	190	181
e	192	193	194	195	191	194	192	195	191	180	184	195

[2] $d=2$ से ($a+b+c+e=738$)

$d \geq 2$ के प्रति- $a=x$ लियेजाने पर $b=3d+x+1$, $c=6d+x+2$, $e=S-(15d+3x+3)$ के नियम से

$a=x$, $b=x+7$, $c=x+14$, $e=717-3x$

$a=x=1$ लियेजाने पर, $b=8$, $c=15$, $e=714$ ($e-c=699$)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
c	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
e	714	711	708	705	702	699	696	893	690	687	684	681	678	675	672

0	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
c	30	31	32	33	34	35	36	37	8	39	40	41	42	43	44
e	669	666	663	660	657	654	651	648	645	642	639	636	633	630	627

0	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52
c	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
e	624	621	618	615	612	609	606	603	600	597	694	591	588	585	582

0	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67
c	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74
e	579	576	573	570	567	564	561	558	555	552	549	546	543	540	537

0	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82
c	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
e	534	531	528	525	522	519	516	513	510	507	504	501	498	495	492

0	76	77	78	79	60	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	60	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97
c	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104
e	489	486	483	480	477	474	471	468	465	462	459	456	453	450	447

0	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112
c	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119
e	444	441	438	435	432	429	426	423	420	417	414	411	408	405	402

0	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
b	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127
c	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134
e	399	396	393	390	387	384	381	378	375	372	369	366	363	360	357

0	121	122	123	124	125	126	117	128	129	130	131	132	133	134	135
a	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
b	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142
c	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149
e	354	351	348	345	342	339	336	333	330	327	324	321	318	315	312

0	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
b	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157
c	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164
e	309	306	303	300	297	294	291	288	285	282	279	276	273	270	267

0	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
a	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
b	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172
c	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179
e	264	261	258	255	252	249	246	243	240	237	234	231	228	225	222

0	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175
a	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175
b	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182
c	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189
e	219	216	213	210	207	204	201	198	195	192

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 175 जो कि

$a=x=1$ के प्रति प्राप्त $e=714$ और $c=15$ के अन्तर मान 699 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 174 और शेषफल 3 है। $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 174 का आगर संख्या 175 प्रमाणित।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या $=175 \times 184 = 33,856$

$d = 2$, $a=175$, $b=182$, $c=189$, $e = 192$ से $S=750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	175	177	179	181
b	182	184	186	188
c	189	191	193	195
e	192	194	196	198

विशिष्ट आधार-वर्ग

175	182	177	184
179	186	181	188
189	192	191	194
193	196	195	198

विशिष्ट जादुई-वर्ग

175	195	196	184
194	186	181	189
188	192	191	179
193	177	182	198

[3] $d=3$ से ($a+b+c+e = 732$)

$d \geq 2$ के प्रति- $a=x$ लियेजाने पर $b=3d+x+1$, $c=6d+x+2$, $e=S-(15d+3x+3)$ के नियम से

$a=x$, $b= x+10$, $c=x+20$, $e =702-3x$

$a=x=1$ लियेजाने पर, $b= 11$, $c=21$, $e = 699$ ($e-c = 678$)

o	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
c	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
e	699	696	893	690	687	684	681	678	675	672	669	666	663	660	657

0	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
c	36	37	8	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
e	654	651	648	645	642	639	636	633	630	627	624	621	618	615	612

0	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	51	53	54	55
c	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65
e	609	606	603	600	597	694	591	588	585	582	579	576	573	570	567

0	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	67	58	59	60
b	56	67	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
c	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
e	564	561	558	555	552	549	546	543	540	537	534	531	528	525	522

0	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85
c	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
e	519	516	513	510	507	504	501	498	495	492	489	486	483	480	477

0	76	77	78	79	60	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	60	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
c	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
e	474	471	468	465	462	459	456	453	450	447	444	441	438	435	432

0	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115
c	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125
e	429	426	423	420	417	414	411	408	405	402	399	396	393	390	387

0	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
b	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
c	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
e	384	381	378	375	372	369	366	363	360	357	354	351	348	345	342

0	121	122	123	124	125	126	117	128	129	130	131	132	133	134	135
a	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
b	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145
c	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155
e	339	336	333	330	327	324	321	318	315	312	309	306	303	300	297

0	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
b	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
c	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
e	294	291	288	285	282	279	276	273	270	267	264	261	258	255	252

0	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
a	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
b	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175
c	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185
e	249	246	243	240	237	234	231	228	225	222	219	216	213	210	207

0	166	167	168	169	170
a	166	167	168	169	170
b	176	177	178	179	180
c	186	187	188	189	190
e	204	201	198	195	192

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 170 जो कि

$a=x=1$ के प्रति प्राप्त $e=699$ और $c=21$ के अन्तर मान 678 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 169 और शेषफल 2 है। $\therefore$ प्रथम

आधार-वर्ग की संख्या भागफल 169 का आगर संख्या 170 प्रमाणित।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या $=170 \times 184 = 31,280$

$d = 3$, $a=170$, $b=180$, $c=190$, $e = 192$ से $S=750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग					विशिष्ट आधार-वर्ग				विशिष्ट जादुई-वर्ग			
a	170	173	176	179	170	180	173	183	170	199	198	183
b	180	183	186	189	176	186	179	189	195	186	179	190
c	190	193	196	199	190	192	193	195	189	192	193	176
e	192	195	198	201	196	198	199	201	196	173	180	201

आगे इसी प्रकार

[33] $d=33$ से $(a+b+c+e=552)$

- $d \geq 2$ के प्रति- $a=x$ लियेजाने पर $b=3d+x+1$, $c=6d+x+2$, $e=S-(15d+3x+3)$ के नियम से
- $a=x$, $b=x+100$, $c=x+200$, $e=252-3x$
- $a=x=1$ लियेजाने पर $b=101$, $c=201$, $e=249$ $(e-c)=48$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
b	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112
c	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212
e	249	246	243	240	237	234	231	228	225	222	219	216

3

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 12 जो कि

$a=x=1$ के प्रति प्राप्त $e=249$ और $c=201$ के अन्तर मान 48 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 12 और शेषफल 0 है। $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 12 प्रमाणित।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या $=12 \times 184 = 2208$

$d = 33$, $a=12$, $b=112$, $c=212$, $e = 216$ से $S=750$ की जाँच-

प्रथम आधार-वर्ग					विशिष्ट आधार-वर्ग				विशिष्ट जादुई-वर्ग			
a	12	45	78	111	12	112	45	145	12	311	282	145
b	112	145	178	211	78	178	111	211	249	178	111	212
c	212	245	278	311	212	216	245	249	211	216	245	78
e	216	249	282	315	278	282	311	315	278	45	112	315

[34] $d=34$ से $(a+b+c+e=546)$

- $d \geq 2$ के प्रति- $a=x$ लियेजाने पर $b=3d+x+1$, $c=6d+x+2$, $e=S-(15d+3x+3)$ के नियम से
- $a=x$, $b=x+103$, $c=x+206$, $e=237-3x$
- $a=x=1$ लियेजाने पर $b=104$, $c=207$, $e=234$ $(e-c)=27$

0	1	2	3	4	5	6	7
a	1	2	3	4	5	6	7
b	104	105	106	107	108	109	110
c	207	208	209	210	211	212	213
e	234	231	228	225	222	219	216

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 7 जो कि

$a=x=1$ के प्रति प्राप्त $e=234$ और $c=207$ के अन्तर मान 27 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 6 और शेषफल 3 है। $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 6 का आगर संख्या 7 प्रमाणित।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या $=7*184 = 1288$

$d = 34, a=7, b=110, c=213, e = 216$ से $S=750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग					विशिष्ट आधार-वर्ग				विशिष्ट जादुई-वर्ग			
a	7	41	75	109	7	110	41	144	7	315	284	144
b	110	144	178	212	75	178	109	212	250	178	109	213
c	213	247	281	315	213	216	247	250	212	216	247	75
e	216	250	284	318	281	284	315	318	281	41	110	318

[35] $d=35$ से $(a+b+c+e=540)$

- $d \geq 2$ के प्रति- $a=x$ लियेजाने पर $b=3d+x+1, c=6d+x+2, e=S-(15d+3x+3)$ के नियम से
- $a=x, b=x+106, c=x+212, e=222-3x$ 750 528
- $a=x=1$ लियेजाने पर $b=107, c=213, e=219$ $(e-c)=6$

0	1	2
a	1	2
b	107	108
c	213	214
e	219	216

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 2 जो कि

$a=x=1$ के प्रति प्राप्त $e=219$ और $c=213$ के अन्तर मान 6 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 1 और शेषफल 2 है। $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 1 का आगर 3 प्रमाणित। विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या $=5*184 = 920$

$d = 35, a=2, b=108, c=214, e = 216$ से $S=750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग					विशिष्ट आधार-वर्ग				विशिष्ट जादुई-वर्ग			
a	2	37	72	107	2	108	37	143	2	319	286	143
b	108	143	178	213	72	178	107	213	251	178	107	214
c	214	249	284	319	214	216	249	251	213	216	249	72
e	216	251	286	321	284	286	319	321	284	37	108	321

2 ■ प्रतिबंध एवं नियम समिका- 1

$S=(2a+b+c+10d)$ के प्रति आकलन'

उभयनिष्ठ सर्वान्तर d पर प्राथम प्राप्त प्रथम 8 पदी 1 समांतर श्रेणी एवं दूसरा और तीसरा 4 पदी अलग-अलग 2 समांतर श्रेणी है।

के प्रति [1] $a, (a+d), (a+2d), (a+3d), (a+4d), (a+5d), (a+6d), (a+7d),$

[2] $b, (b+d), (b+2d), (b+3d)$ [3] $c, (c+d), (c+2d), (c+3d)$, जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई-वर्ग के पंक्ति, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डबबों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान $S = [2a + b + c + 10d]$ होगा।

प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक-

सामान्य आधार-वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
a+4d	a+5d	a+6d	a+7d
b	b+d	b+2d	b+3d
c	c+d	c+2d	c+3d

मेरी कृति ग्रंथ छत्तीसगढ़ गणित दर्शन के अध्याय 11 में उपरोक्त प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार-वर्ग $\rightarrow$ विशिष्ट आधार-वर्ग $\rightarrow$ सामान्य जादुई-वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति 4-4 अवयवों का योगमान S और उभयनिष्ठ सर्वान्तर d ज्ञात होने पर प्रथम पद क्रमशः a, b, c , की सुनिश्चिता एवं यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग

की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार अवलोकित कीजिये।

$$\begin{aligned}\text{सर्वान्तर } d = 1 \text{ के प्रति } a=x \text{ लिये जाने पर } b=7d+x+2, c=[S-(10d+2a+b)] \\ = [S-(17d+3x+2)] \\ (c-b)=[S-(24d+4x+2)]\end{aligned}$$

$$\text{आगे सर्वान्तर } d \geq 2 \text{ के प्रति } a=x \text{ लिये जाने पर } b=7d+x+1, \\ c=[S-(10d+2a+b)] = [S-(17d+3x+1)], (c-b)=[S-(24d+6)]$$

सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना-

$a=x=1$ लिये जाने पर -

$$\text{सर्वान्तर } d = 1 \text{ के प्रति } a=1, b=10, c=[S-22], (c-b)=[S-32]$$

$$\text{आगे सर्वान्तर } d \geq 2 \text{ के प्रति } a=1, b=7d+2, c=[S-(17d+4)]$$

$$(c-b)=[S-(24d+6)]$$

सर्वान्तर d का अधिकतम मान d_m के प्रति $(c-b)=[(S-6)-24d]$ को दृष्टिगत करन पर-

$d_m = [(S-6) \div 24]$ की संक्रिया से-शेष युक्त प्राप्त भागफल r के प्रति r ही होगा। जबकि अशेष प्राप्त भागफल r के प्रति $(r-1)$ होगा।

किसी सर्वान्तर d_n के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या $P = [(c-b) \div 4]$ से प्राप्त भागफल r एवं शेषफल q को दृष्टिगत करते हुये निम्नानुसार सुनिश्चित होगा।

1. शेषफल $q=0$ और 1 प्राप्त होने पर - प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या $P =$ प्राप्त भागफल r होगा।

2. शेषफल $q=2$ और 3 प्राप्त होने पर - प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या $P =$ भागफल r का आगर $(r+1)$ होगा।

विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $=P*184$ का गुणनफल होगा।

पृष्ठ 17 Ψ सर्वान्तर d के प्रति सामान्य आधार-वर्ग विस्तार में $(b-a)$ एवं $(c-b) = 0, d, 2d, 3d$ हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः $(a \text{ और } b)$ एवं $(b \text{ और } c)$ पंक्ति के क्रमशः $(4-4), (3-3), (2-2), (1-1)$ अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे।

$S=750$ के प्रति -

सर्वान्तर का अधिकतम मान d_m की गणना- $d_m = [(S-6) \div 24] = 744 \div 24$ की संक्रिया से अशेष भागफल $r = 31$ का उना 30 होगा।

तब $S=786$ के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1, से 30 तक के लिये-

सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार मान्य $(c-b)$ $d=1$ के प्रति- $S-32$ $d \geq 2$ के प्रति- $S-(24d+6)$ $= 744 - 24d$	$[(c-b) \div 4]$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $P*184$
			भागफल r	शेषफल q		
1	1	$750 - 32 = 718$	178	2	179	32,936
4 2	2	$750 - (24*2+6) = 696$	174	0	174	32,016
3	3	$750 - (24*3+6) = 672$	168	0	168	30,912
4	4	$750 - (24*4+6) = 648$	162	0	162	29,808
5	5	$750 - (24*5+6) = 624$	156	0	156	28,704
6	6	$750 - (24*6+6) = 600$	150	0	150	27,600
7	7	$750 - (24*7+6) = 576$	144	0	144	26,496
8	8	$750 - (24*8+6) = 552$	138	0	138	25,392

9	9	$750 - (24 \cdot 9 + 6) = 528$	132	0	132	24,288
10	10	$750 - (24 \cdot 10 + 6) = 504$	126	0	126	23,184
11	11	$750 - (24 \cdot 11 + 6) = 480$	120	0	120	22,080
12	12	$750 - (24 \cdot 12 + 6) = 456$	114	0	114	20,976
13	13	$750 - (24 \cdot 13 + 6) = 432$	108	0	108	19,872
14	14	$750 - (24 \cdot 14 + 6) = 408$	102	0	102	18,768
15	15	$750 - (24 \cdot 15 + 6) = 384$	96	0	96	17,664
16	16	$750 - (24 \cdot 16 + 6) = 360$	90	0	90	16,560
17	17	$750 - (24 \cdot 17 + 6) = 336$	84	0	84	15,456
18	18	$750 - (24 \cdot 18 + 6) = 312$	78	0	78	14,352
19	19	$750 - (24 \cdot 19 + 6) = 288$	72	0	72	13,248
20	20	$750 - (24 \cdot 20 + 6) = 264$	66	0	66	12,144
21	21	$750 - (24 \cdot 21 + 6) = 240$	60	0	60	11,040
22	22	$750 - (24 \cdot 22 + 6) = 216$	54	0	54	9,936
23	23	$750 - (24 \cdot 23 + 6) = 192$	48	0	48	8,832
24	24	$750 - (24 \cdot 24 + 6) = 168$	42	0	42	7,728
25	25	$750 - (24 \cdot 25 + 6) = 144$	36	0	36	6,624
26	26	$750 - (24 \cdot 26 + 6) = 120$	30	0	30	5,520
27	27	$750 - (24 \cdot 27 + 6) = 96$	24	0	24	4,416
28	28	$750 - (24 \cdot 28 + 6) = 72$	18	0	18	3,312
29	29	$750 - (24 \cdot 29 + 6) = 48$	12	0	12	2,208
30	30	$750 - (24 \cdot 30 + 6) = 24$	6	0	6	1,104
योग					2789	5,13,176

जॉच की ओर

[1] $S = 750$ $d=1$ से $(2a+b+c=740)$ 07 6

$a=x$ लियेजाने पर $b=7d+x+2$, $c = [S - (17d+3x+2)]$

$a=x$, $b= x+9$, $c = [750 - (17 \cdot 1 + 3x + 2)] = 731 - 3x$

$a=x=1$ लियेजाने पर, $b= 10$, $c = 728$ $(c-b) = 718$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
c	728	725	722	719	716	713	710	707	704	701	698	695	692	689	686

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
c	683	680	677	674	671	668	665	662	659	656	653	650	647	644	641

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54
c	638	635	632	629	626	623	620	617	614	611	608	605	602	599	596

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
c	593	590	587	584	581	578	575	572	569	566	563	560	557	554	551

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	88
c	548	545	542	539	536	533	530	527	524	521	518	515	512	509	506

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
c	503	500	497	494	491	488	485	482	479	476	473	470	467	464	461

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114
c	458	455	452	449	446	443	440	437	434	431	428	425	422	419	416

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
b	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	237	128	129
c	413	410	407	404	401	398	395	382	389	386	383	380	377	374	371

	121	122	123	124	125	126	237	128	129	130	131	132	133	134	135
a	121	122	123	124	125	126	237	128	129	130	131	132	133	134	135
b	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144
c	368	365	362	359	356	353	350	347	344	341	338	335	332	329	326

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
b	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159
c	323	320	317	314	311	308	305	302	299	296	293	290	287	284	281

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	150	161	162	163	164	165
a	151	152	153	154	155	156	157	158	159	150	161	162	163	164	165
b	150	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174
c	278	275	272	269	266	263	260	257	254	251	248	245	242	239	236

	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179
a	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179
b	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188
c	233	230	227	224	221	218	215	212	209	206	203	200	197	194

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 179 जो कि $a=x=1$ के प्रति प्राप्त $c=728$ और $b=10$ के अन्तर मान 718 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल $=178$ और शेषफल 2 है। $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 178 का आगर 179 प्रमाणित।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या $=179*184 = 32936$

$d = 1, a = 179, b = 188, c = 194,$ से $S = 750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	179	180	181	182
	183	184	185	186
b	188	189	190	191
c	194	195	196	197

विशिष्ट आधार-वर्ग

179	183	180	184
181	185	182	186
188	194	189	195
190	196	191	197

विशिष्ट जादुई-वर्ग

179	191	196	184
195	185	182	188
186	194	189	181
190	180	183	197

[2] $S=750$ $d=2$ से $(2a+b+c=730)$

$a=x$ लियेजाने पर $b=7d+x+1, c = [S-(17d+3x+1)]$

$a=x, b= x+15, c = [750-(17*2+3x+1)] = 715-3x$

$a=x=1$ लियेजाने पर $b= 16, c=712$ $(c-b)=696$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
c	712	709	706	703	700	697	694	691	688	685	682	679	676	673	670

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
c	667	664	661	658	655	652	649	646	643	640	637	634	631	628	625

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
c	622	619	616	613	610	607	604	601	598	595	592	589	586	583	580

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
c	577	574	571	568	565	562	559	556	553	550	547	544	541	538	535

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
c	532	529	526	523	520	517	514	511	508	505	502	499	496	493	490

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
c	487	484	481	478	475	472	469	466	463	460	457	454	451	448	445

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
c	442	439	436	433	430	427	424	421	418	415	412	409	406	403	400

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
b	121	122	123	124	125	126	237	128	129	130	131	132	133	134	135
c	397	394	391	388	385	382	379	376	373	370	367	364	361	358	355

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
a	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
b	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
c	352	349	346	343	340	337	334	331	328	325	322	319	316	313	310

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
b	151	152	153	154	155	156	157	158	159	150	161	162	163	164	165
c	307	304	301	298	295	292	289	286	283	280	277	274	271	268	265

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	150	161	162	163	164	165
a	151	152	153	154	155	156	157	158	159	150	161	162	163	164	165
b	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
c	262	259	256	253	250	247	244	241	238	235	232	229	226	223	220

	166	167	168	169	170	171	172	173	174
a	166	167	168	169	170	171	172	173	174
b	181	182	183	184	165	186	187	188	189
c	217	214	211	208	205	202	199	196	193

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 174 जो कि
 $a=x=1$ के प्रति प्राप्त $c=712$ और
 $b=16$ के अन्तर मान 696 को 4 से विभजित
 करने पर प्राप्त भागफल =174 और शेषफल 0

है। $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 174 प्रमाणित।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या $=174 \times 184 = 32,016$

$d = 2, a = 174, b = 189, c = 193$, से $S = 750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	174	176	178	180
	182	184	186	188
b	189	191	193	195
c	193	195	197	199

विशिष्ट आधार-वर्ग

174	182	176	184
178	186	180	188
189	193	191	195
193	197	195	199

विशिष्ट जादुई-वर्ग

174	195	197	184
195	186	180	189
188	193	191	178
193	176	182	199

आगे इसी प्रकार

[28] $S = 750$ $d=28$ से $(2a+b+c=470)$

$a=x$ लियेजाने पर $b=7d+x+1, c = [S-(17d+3x+1)]$

$$a=x, b=x+197, c=[750-(17*28+3x+1)] = 273 - 3x$$

$$a=x=1 \text{ लियेजाने पर } , b=198, c=270 \quad (c-b)=72$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212
c	270	267	264	261	258	255	252	249	246	243	240	237	234	231	228

	16	17	18
a	16	17	18
b	213	214	215
c	225	222	219

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 15 जो कि

$a=x=1$ के प्रति प्राप्त $c=270$ और $b=198$ के अन्तर मान 72 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल =18 और शेषफल 0 है। $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 18 प्रमाणित।

$$\text{विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या} = 18*184 = 3,312$$

$$d=28, a=18, b=215, c=219, \text{ से } S=750 \text{ की जाँच}$$

प्रथम आधार-वर्ग

a	18	46	74	102
	130	158	186	214
b	215	243	271	299
c	219	247	275	303

विशिष्ट आधार-वर्ग

18	130	46	158
74	186	102	214
215	219	243	247
271	275	299	303

विशिष्ट जादुई-वर्ग

18	299	275	158
247	186	102	215
214	219	243	74
271	46	130	303

[29] $S=750$ $d=29$ से $(2a+b+c=460)$

$$a=x \text{ लियेजाने पर } b=7d+x+1, c=[S-(17d+3x+1)]$$

$$a=x, b=x+204, c=[750-(17*29+3x+1)] = 256 - 3x$$

$$a=x=1 \text{ लियेजाने पर } , b=205, c=253 \quad (c-b)=48$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
b	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216
c	253	250	247	244	241	238	235	232	229	226	223	220

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 12 जो कि

$a=x=1$ के प्रति प्राप्त $c=253$ और $b=205$ के अन्तर मान 48 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल =12 और शेषफल 0 है। $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 9 प्रमाणित।

$$\text{विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या} = 12*184 = 2,208$$

$$d=29, a=12, b=216, c=220, \text{ से } S=750 \text{ की जाँच}$$

प्रथम आधार-वर्ग

a	12	41	70	99
	128	157	186	215
b	216	245	274	303
c	220	249	278	307

विशिष्ट आधार-वर्ग

12	128	41	157
70	186	99	215
216	220	245	249
274	278	303	307

विशिष्ट जादुई-वर्ग

12	303	278	157
249	186	99	216
215	220	245	70
274	41	128	307

[30] $S=750$ $d=30$ से $(2a+b+c=450)$

$$a=x \text{ लियेजाने पर } b=7d+x+1, c=[S-(17d+3x+1)]$$

$$a=x, b=x+211, c=[750-(17*30+3x+1)] = 239 - 3x$$

$$a=x=1 \text{ लियेजाने पर } , b=212, c=236 \quad (c-b)=24$$

	1	2	3	4	5	6
a	1	2	3	4	5	6
b	212	213	214	215	216	217
c	236	233	230	227	224	221

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 6 जो कि

$a=x=1$ के प्रति प्राप्त $c=236$ और $b=212$ के अन्तर मान 24 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल $=6$ और शेषफल 0 है। $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 6 प्रमाणित।

विस्तारित आधार वर्ग की कुल संख्या $=6*184 = 1104$

$d = 30, a = 6, b = 217, c = 221$, से $S = 750$ की जाँच
प्रथम आधार-वर्ग

a	6	36	66	96
	126	156	186	216
b	217	247	277	307
c	221	251	281	311

विशिष्ट आधार-वर्ग

6	126	36	156
66	186	96	216
217	221	247	251
277	281	307	311

विशिष्ट जादुई-वर्ग

6	307	281	156
251	186	96	217
216	221	247	66
277	36	126	311

प्रतिबंध एवं नियम समिका - 2

$S=(a+2b+c+10d)$ के प्रति आकलन'

उभयनिष्ठ सर्वान्तर d पर प्राथम प्राप्त प्रथम 4 पदी 1 समांतर श्रेणी एवं दूसरा 8 पदी 1 समांतर श्रेणी और तीसरा 4 पदी 1 समांतर श्रेणी है।

के प्रति [1] $a, (a+d), (a+2d), (a+3d)$ [2] $b, (b+d), (b+2d), (b+3d), (b+4d), (b+5d), (b+6d), (b+7d)$ [3] $c, (c+d), (c+2d), (c+3d)$, जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई-वर्ग के पंक्तिक, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डबबों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान $S = [a + 2b + c + 10d]$ होगा।

4 के यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक-

सामान्य आधार-वर्ग

a	$a+d$	$a+2d$	$a+3d$
b	$b+d$	$b+2d$	$b+3d$
$b+4d$	$b+5d$	$b+6d$	$b+7d$
c	$c+d$	$c+2d$	$c+3d$

मेरी कृति ग्रंथ छत्तीसगढ़ गणित दर्शन के अध्याय 11 में उपरोक्त प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार-वर्ग $\rightarrow$ विशिष्ट आधार-वर्ग $\rightarrow$ सामान्य जादुई-वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति 4-4 अवयवों का योगमान S और उभयनिष्ठ सर्वान्तर d ज्ञात होने पर प्रथम पद क्रमशः a, b, c , की सुनिश्चिता एवं यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग

की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार अवलोकित कीजिये।

सर्वान्तर $d = 1$ के प्रति $a=x$ लिये जाने पर $b=3d+x+2, c=[S - (10d + a + 2b)]$
 $= [S - (16d+3x+4)]$

$[c - (b+4d)] = [S - (23d+4x+6)] = [S - (29+4x)]$

आगे सर्वान्तर $d \geq 2$ के प्रति $a=x$ लिये जाने पर $b=3d+x+1$,

$c=[S - (10d + a + 2b)] = [S - (16d+3x+2)], [c - (b+4d)] = [S - (23d+4x+3)]$

सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना-

$a=x=1$ लिये जाने पर -

सर्वान्तर $d = 1$ के प्रति $a=1, b=6, c=[S - 23], [c - (b+4d)] = [S - 33]$

आगे सर्वान्तर $d \geq 2$ के प्रति $a=1, b=3d+2, c=[S - (16d+5)]$

$[c - (b+4d)] = [S - (23d+7)]$

सर्वान्तर d का अधिकतम मान की गणना-

सर्वान्तर d का अधिकतम मान d_m के प्रति $[c - (b+4d)] = [(S-7) - 23d]$ को दृष्टिगत करने पर-

$d_m = [(S - 7) \div 23]$ की संक्रिया से- शेष युक्त प्राप्त भागफल r के प्रति r ही होगा। जबकि अशेष प्राप्त भागफल r के प्रति $(r-1)$ होगा। 779

प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या $P = [\{c-(b+4d)\} \div 4]$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल r एवं शेषफल q को दृष्टिगत करते हुये निम्नानुसार सुनिश्चित होगा।

1. शेषफल $q = 0$ और 1 प्राप्त होने पर - भागफल r
2. शेषफल 2 और 3 प्राप्त होने पर - भागफल r का आगर $(r+1)$ होगा।

विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $= P * 184$ का गुणनफल होगा।

पृष्ठ 17 Ψ सर्वान्तर d के प्रति सामान्य आधार-वर्ग विस्तार में $(b-a)$ एवं $(c-b) = 0, d, 2d, 3d$ हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः $(a$ और $b)$ एवं $(b$ और $c)$ पंक्ति के क्रमशः $(4-4), (3-3), (2-2), (1-1)$ अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे।

S=750 के प्रति-

सर्वान्तर का अधिकतम मान d_m की गणना- $d_m = [(S - 7) \div 23] = 743 \div 23$ की संक्रिया से- शेष युक्त प्राप्त भागफल $r=32$ है। $\therefore d_m = 32$

तब **S=750 के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1 से 32 के लिये-सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।**

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार मान्य $[c-(b+4d)]$ $d=1$ के प्रति- $S-33$ $d \geq 2$ के प्रति- $S-(23d+7)$ $=743-23d$	$[c-(b+4d)] \div 4$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $P*184$
			भागफल r	शेषफल q		
1	1	$750 - 33 = 717$	179	1	179	32,936
2	2	$743 - 23*2 = 697$	174	1	174	32,016
3	3	$743 - 23*3 = 674$	168	2	169	31,096
4	4	$743 - 23*4 = 651$	162	3	163	29,992
5	5	$743 - 23*5 = 628$	157	0	157	28,888
6	6	$743 - 23*6 = 605$	151	1	151	27,784
7	7	$743 - 23*7 = 582$	145	2	146	26,864
8	8	$743 - 23*8 = 559$	139	3	140	25,760
9	9	$743 - 23*9 = 536$	134	0	134	24,656
10	10	$743 - 23*10 = 513$	128	1	128	23,552
11	11	$743 - 23*11 = 490$	122	2	123	22,632
12	12	$743 - 23*12 = 467$	116	3	117	21,528
13	13	$743 - 23*13 = 444$	111	0	111	20,424
14	14	$743 - 23*14 = 421$	105	1	105	19,320
15	15	$743 - 23*15 = 398$	99	2	100	18,400
16	16	$743 - 23*16 = 375$	93	3	94	17,296
17	17	$743 - 23*17 = 352$	88	0	88	16,192
18	18	$743 - 23*18 = 329$	82	1	82	15,088
19	19	$743 - 23*19 = 306$	76	2	77	14,168

20	20	$743 - 23 \times 20 = 283$	70	3	71	13,064
21	21	$743 - 23 \times 21 = 260$	65	0	65	11,960
22	22	$743 - 23 \times 22 = 237$	59	1	59	10,856
23	23	$743 - 23 \times 23 = 214$	53	2	54	9,936
24	24	$743 - 23 \times 24 = 191$	48	3	49	9,016
25	25	$743 - 23 \times 25 = 168$	42	0	42	7,728
26	26	$743 - 23 \times 26 = 145$	36	1	36	6,624
27	27	$743 - 23 \times 27 = 122$	30	2	31	5,704
28	28	$743 - 23 \times 28 = 99$	24	3	25	4,600
29	29	$743 - 23 \times 29 = 76$	19	0	19	3,496
30	30	$743 - 23 \times 30 = 53$	13	1	13	2,392
31	31	$743 - 23 \times 31 = 30$	7	2	8	1,472
32	32	$743 - 23 \times 32 = 7$	1	3	2	368
योग					2912	5,35,808

जाँच की ओर

[1] $S = 750$ $d = 1$ से $(a + 2b + c = 740)$

$a = x$ लियेजाने पर $b = 3d + x + 2$, $c = [S - (16d + 3x + 4)]$, $(b + 4d) = 7d + x + 2$

$a = x$, $b = x + 5$, $c = [750 - (16 \times 1 + 3x + 4)] = 730 - 3x$, $(b + 4d) = 9 + x$

$a = x = 1$ लियेजाने पर, $b = 6$, $c = 727$ $(b + 4d) = 10$ $[c - (b + 4d)] = 717$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
c	727	724	721	718	715	712	709	706	703	700	697	694	691	688	685

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
c	682	679	676	673	670	667	664	661	658	655	652	649	646	643	640

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
c	637	634	631	628	625	622	619	616	613	610	607	604	601	598	595

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65
c	592	589	586	583	580	577	574	571	568	565	562	559	556	553	550

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
c	547	544	541	538	535	532	529	526	523	520	517	514	511	508	505

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
c	502	499	496	493	490	487	484	481	478	475	472	469	466	463	460

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
c	457	454	451	448	445	442	439	436	433	430	427	424	421	418	415

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
b	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125
c	412	409	406	403	400	397	394	391	388	385	382	379	376	373	370

	121	122	123	124	125	126	237	128	129	130	131	132	133	134	135
a	121	122	123	124	125	126	237	128	129	130	131	132	133	134	135
b	126	237	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
c	367	364	361	358	355	352	349	346	343	340	337	334	331	328	325

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
b	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155
c	322	319	316	313	310	307	304	301	298	295	292	289	286	283	280

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	150	161	162	163	164	165
a	151	152	153	154	155	156	157	158	159	150	161	162	163	164	165
b	156	157	158	159	150	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
c	277	274	271	268	265	262	259	256	253	250	247	244	241	238	235

	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179
a	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179
b	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184
c	232	229	226	223	220	217	214	211	208	205	202	199	196	193

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 188 जो कि

$a=x=1$ के प्रति प्राप्त $c=727$ और $[b+4d]=10$ के अन्तर मान 717 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 179 और शेषफल 1 है । $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 179 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या $179 \times 184 = 32,936$

$d = 1, a = 179, b = 184, c = 193$, से $S = 750$ की जाँच
प्रथम आधार-वर्ग

a	179	180	181	182
b	184	185	186	187
	188	189	190	191
c	193	194	195	196

विशिष्ट आधार-वर्ग

179	184	180	185
181	186	182	187
188	193	189	194
190	195	191	196

विशिष्ट जादुई-वर्ग

179	191	195	185
194	186	182	188
187	193	189	181
190	180	184	196

[2] $S = 750$ $d=2$ से $(a+2b+c=730)$

$d \geq 2$ के प्रतिबंध पर -

$a=x$ लियेजाने पर $b=3d+x+1, c = [S-(16d+3x+2)]$ $(b+4d) = \{7d+x+1\}$

$a=x, b= x+7, c = [750 - (16*2+3x+2)] = 716-3x, (b+4d) = x+15$

$[c-(b+4d)] = [(716-3x) - (x+15)] = 701-4x$

$a=x=1$ लियेजाने पर $, b= 8, c=713$ $(b+4d) = 16$ $[c-(b+4d)] = 697$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
c	713	710	707	704	701	698	695	692	689	686	683	680	677	674	671

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
c	668	665	662	659	656	653	650	647	644	641	638	636	632	629	626

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52
c	623	620	617	614	611	608	605	602	599	596	593	590	587	584	581

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67
c	578	575	572	569	566	563	560	557	554	551	548	545	542	539	536

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82
c	533	530	527	524	521	518	515	512	509	506	503	500	497	494	491

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97
c	488	485	482	479	476	473	470	467	464	461	458	455	452	449	446

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112
c	443	440	437	434	431	428	425	422	419	416	413	410	407	404	401

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
b	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127
c	398	395	392	389	386	383	380	377	374	371	368	365	362	359	356

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
a	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
b	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142
c	353	350	347	344	341	338	335	332	329	326	323	320	317	314	311

SSSSSSSSS

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
b	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157
c	308	305	302	299	296	293	290	287	284	281	278	275	272	269	266

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
a	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
b	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172
c	263	260	257	254	251	248	245	242	239	236	233	230	227	224	221

	166	167	168	169	170	171	172	173	174
a	166	167	168	169	170	171	172	173	174
b	173	174	175	176	177	178	179	180	181
c	218	215	212	209	206	203	200	197	194

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 174 जो कि

$a=x=1$ के प्रति प्राप्त $c=713$ और $[b+4d]=16$ के अन्तर मान 697 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 174 और

शेषफल 1 है । $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 174 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या $174 \times 184 = 32,016$

$d = 2, a = 174, b = 181, c = 194$, से $S = 750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	174	176	178	180
b	181	183	185	187
	189	191	193	195
c	194	196	198	200

विशिष्ट आधार-वर्ग

174	181	176	183
178	185	180	187
189	194	191	196
193	198	195	200

विशिष्ट जादुई-वर्ग

174	195	198	183
196	185	180	189
187	194	191	178
193	176	181	200

आगे इसी प्रकार

[32] $S = 750$ $d = 32$ से $(a + 2b + c = 430)$

$d \geq 2$ के प्रतिबंध पर –

$a = x$ लियेजाने पर $b = 3d + x + 1$, $c = [S - (16d + 3x + 2)]$ $(b + 4d) = \{7d + x + 1\}$

$a = x$, $b = x + 97$, $c = [750 - (16 \cdot 32 + 3x + 2)] = 236 - 3x$, $(b + 4d) = 225 + x$

$[c - (b + 4d)] = [(236 - 3x) - (225 + x)] = 11 - 4x$

$a = x = 1$ लियेजाने पर $b = 98$, $c = 233$, $(b + 4d) = 226$ $[c - (b + 4d)] = 7$

	1	2
a	1	2
b	98	99
c	233	230

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 2 जो कि

$a = x = 1$ के प्रति प्राप्त $c = 233$ और $[b + 4d] = 226$ के अन्तर मान 7 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 1 और शेषफल 3 है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 1 का आगर 2 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या $2 \cdot 184 = 368$

$d = 32$, $a = 2$, $b = 99$, $c = 230$, से $S = 750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	2	34	66	98
b	99	131	163	195
	227	259	291	323
c	230	262	294	326

विशिष्ट आधार-वर्ग

2	99	34	131
66	163	98	195
227	230	259	262
291	294	323	326

विशिष्ट जादुई-वर्ग

2	323	294	131
262	163	98	227
195	230	259	66
291	34	99	326

प्रतिबंध एवं नियम समिका- 3

$S = (a + b + 2c + 10d)$ के प्रति आकलन'

उभयनिष्ठ सर्वान्तर d पर प्राप्त प्रथम एवं दूसरा 4 पदी अलग-अलग 2 समांतर श्रेढ़ी एवं तीसरा 8 पदी 1 समांतर श्रेढ़ी जिनके प्रथम पद क्रमशः a, b, c स्वयं में समान्तर नहीं है।

के प्रति [1] $a, (a + d), (a + 2d), (a + 3d)$ [2] $b, (b + d), (b + 2d), (b + 3d)$

[3] $c, (c + d), (c + 2d), (c + 3d), (c + 4d), (c + 5d), (c + 6d), (c + 7d)$, जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई-वर्ग के पंक्तिक, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डबबों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान $S = [a + b + 2c + 10d]$ होगा।

4 के यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक-

सामान्य आधार-वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
b	b+d	b+2d	b+3d
c	c+d	c+2d	c+3d
c+4d	c+5d	c+6d	c+7d

मेरी कृति ग्रंथ छत्तीसगढ़ गणित दर्शन के अध्याय 11 में उपरोक्त प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार-वर्ग $\rightarrow$ विशिष्ट आधार-वर्ग $\rightarrow$ सामान्य जादुई-वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति 4-4 अवयवों का योगमान S और उभयनिष्ठ सर्वान्तर d ज्ञात होने पर प्रथम पद क्रमशः a, b, c , की सुनिश्चिता एवं यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार अवलोकित कीजिये।

2 से पूर्ण विभाज्य संख्या सम संख्या कहलाती है। सम संख्या में से सम संख्या घटाने पर सम संख्या प्राप्त होगा।

विषम संख्या में से विषम संख्या घटाने पर सम संख्या प्राप्त होगा। को दृष्टिगत करने करने पर-

[1] S सम संख्या होने पर-

सर्वान्तर $d = 1$ के प्रति $a=2x$ लिये जाने पर $b=3d+2x+3$,

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+3)]$$

पुनः $x=1$ लिपे जाने पर $a=2x=2$ $b=3d+2x+3 = 3d+5 = 8$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+3)] = \frac{1}{2} [S - (13d+7)] = \frac{1}{2} [S - 20]$$

$$(c - b) = \frac{1}{2} [S - 20] - 8 = \frac{1}{2} [S - 36]$$

सर्वान्तर $d = 2$ के प्रति $a=2x$ त्रि लिये जाने पर $b=3d+2x+4$,

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+4)]$$

$\therefore x=1$ लिपे जाने पर $a=2x=2$ $b=3d+2x+4 = 3d+6 = 12$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+4)] = \frac{1}{2} [S - (13d+8)] = \frac{1}{2} [S - 34]$$

$$(c - b) = \frac{1}{2} [S - 34] - 12 = \frac{1}{2} [S - 58]$$

आगे सर्वान्तर $d \geq 3$ के प्रति

1. सर्वान्तर d के सम संख्या होने के प्रति $a=2x$ लिये जाने पर $b=3d+2x+2$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+2)]$$

पुनः $x=1$ लिपे जाने पर $a=2x=2$ $b=3d+2x+2 = 3d+4$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+2)] = \frac{1}{2} [S - (13d+6)]$$

$$(c - b) = \frac{1}{2} [S - (13d+6)] - (3d+4) = \frac{1}{2} [S - (19d+14)]$$

2. सर्वान्तर d के विषम संख्या होने के प्रति $a=2x$ लिये जाने पर $b=3d+2x+1$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)]$$

पुनः $x=1$ लिपे जाने पर $a=2x=2$ $b=3d+2x+1 = 3d+3$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)] = \frac{1}{2} [S - (13d+5)]$$

पुनः $x=1$ लिपे जाने पर $a=2x=2$ $b=3d+2x+1 = 3d+3$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)] = \frac{1}{2} [S - (13d+5)]$$

$$(c - b) = \frac{1}{2} [S - (13d+5)] - (3d+3) = \frac{1}{2} [S - (19d+11)]$$

सर्वान्तर d का अधिकतम मान d_m के प्रति $[c - b] = \frac{1}{2} [(S - 14) - 19d]$ को दृष्टिगत करने पर—

$d_m = [(S - 14) \div 19]$ की संक्रिया से— शेष युक्त प्राप्त भागफल r के प्रति r ही होगा। जबकि अशेष प्राप्त भागफल r के प्रति $(r-1)$ होगा।

[2] S विषम संख्या होने पर—

सर्वान्तर $d = 1$ के प्रति $a=2x$ लिये जाने पर $b=3d+2x+2$,

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+2)]$$

पुनः $x=1$ लिपे जाने पर $a=2x=2$ $b=3d+2x+2 = 3d+4 = 7$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+2)] = \frac{1}{2} [S - (13d+6)] = \frac{1}{2} [S - 19]$$

$$(c - b) = \frac{1}{2} [S - 19] - 7 = \frac{1}{2} [S - 33]$$

सर्वान्तर $d = 2$ के प्रति $a=2x$ त्रि लिये जाने पर $b=3d+2x+1$,

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)]$$

$\therefore x=1$ लिपे जाने पर $a=2x=2$ $b=3d+2x+1 = 3d+3 = 9$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)] = \frac{1}{2} [S - (13d+5)] = \frac{1}{2} [S - 31]$$

$$(c-b) = \frac{1}{2} [S - 31] - 9 = \frac{1}{2} [S - 49]$$

आगे सर्वान्तर $d \geq 3$ के प्रति

1. सर्वान्तर d के सम संख्या होने के प्रति $a=2x$ लिये जाने पर $b=3d+2x+1$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)]$$

पुनः $x=1$ लिपे जाने पर $a=2x=2$ $b=3d+2x+1 = 3d+3$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)] = \frac{1}{2} [S - (13d+5)]$$

$$(c-b) = \frac{1}{2} [S - (13d+5)] - (3d+3) = \frac{1}{2} [S - (19d+11)]$$

2. सर्वान्तर d के विषम संख्या होने के प्रति $a=2x$ लिये जाने पर $b=3d+2x+2$

$$c = \frac{1}{2} [S - (10d + a + b)] = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+2)]$$

पुनः $x=1$ लिपे जाने पर $a=2x=2$ $b=3d+2x+2 = 3d+4$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+2)] = \frac{1}{2} [S - (13d+6)]$$

$$(c-b) = \frac{1}{2} [S - (13d+6)] - (3d+4) = \frac{1}{2} [S - (19d+14)]$$

सर्वान्तर d का अधिकतम मान d_m के प्रति $[c-b] = \frac{1}{2} [(S-11) - 19d]$ को दृष्टिगत करने पर-

$d_m = [(S-11) \div 19]$ की संक्रिया से- शेष युक्त प्राप्त भागफल r के प्रति r ही होगा। जबकि अशेष प्राप्त भागफल r के प्रति $(r-1)$ होगा।

ध्यानाकर्षण S के सम एवं विषम मानों के प्रति-

किसी सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्राप्ति क्रम में x वें क्रम का प्रथम पद $a_x = 2x$ होगा।

किसी सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या $P = \{c-b\} \div 2$ की संक्रिया से

प्राप्त भागफल r एवं शेषफल q को दृष्टिगत करते हुये निम्नानुसार सुनिश्चित होगा।

1. शेषफल $q = 0$ औ प्राप्त होने पर - भागफल r
2. शेषफल 1 प्राप्त होने पर - भागफल r का आगर $(r+1)$ होगा।

विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $= P * 184$ का गुणनफल होगा।

पृष्ठ 17 Ψ सर्वान्तर d के प्रति सामान्य आधार-वर्ग विस्तार में $(b-a)$ एवं $(c-b) = 0, d, 2d, 3d$ हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः $(a$ और $b)$ एवं $(b$ और $c)$ पंक्ति के क्रमशः $(4-4), (3-3), (2-2), (1-1)$ अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे।

$S=750$ के प्रति- $S=750$ सम संख्या है।

सर्वान्तर का अधिकतम मान d_m की गणना-

$$d_m = [(S-14) \div 19] = 736 \div 19 \text{ की संक्रिया}$$

से- शेष युक्त प्राप्त भागफल $r=38$ के प्रति 38 ही होगा।

अथवा $d_m = [(S-11) \div 19] = 739 \div 19$ की संक्रिया से- प्राप्त शेष युक्त भागफल $r=38$ के प्रति 38 ही होगा।

तब $S = 750$ के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1 से 38 तक के लिये—
सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर— प्रतिबंधानुसार मान्य $(c-b)$ $d=1$ के प्रति $-\frac{1}{2}[S - 36]$ $d=2$ के प्रति $-\frac{1}{2}[S - 58]$ $d \geq 3$ के सम संख्या होने के प्रति— $\frac{1}{2}[S - (19d+14)]$ $d \geq 3$ के विषम संख्या होने के प्रति— $\frac{1}{2}[S - (19d+11)]$	$[(c-b) \div 2]$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $m*184$
			भागफल r	शेषफल q		
1	1	$\frac{1}{2}[750 - 36] = 357$	178	1	179	32,936
2	2	$\frac{1}{2}[750 - 58] = 346$	173	0	173	31,832
3	3	$\frac{1}{2}[750 - (19*3+11)] = 341$	170	1	171	31,464
4	4	$\frac{1}{2}[750 - (19*4+14)] = 330$	165	0	165	30,360
5	5	$\frac{1}{2}[750 - (19*5+11)] = 322$	161	0	161	29,624
6	6	$\frac{1}{2}[750 - (19*6+14)] = 311$	155	1	156	28,704
7	7	$\frac{1}{2}[750 - (19*7+11)] = 303$	151	1	152	27,968
8	8	$\frac{1}{2}[750 - (19*8+14)] = 292$	146	0	146	26,864
9	9	$\frac{1}{2}[750 - (19*9+11)] = 284$	142	0	142	26,128
10	10	$\frac{1}{2}[750 - (19*10+14)] = 273$	136	1	137	25,208
11	11	$\frac{1}{2}[750 - (19*11+11)] = 265$	132	1	133	24,472
12	12	$\frac{1}{2}[750 - (19*12+14)] = 254$	127	0	127	23,368
13	13	$\frac{1}{2}[750 - (19*13+11)] = 246$	123	0	123	22,632
14	14	$\frac{1}{2}[750 - (19*14+14)] = 235$	117	1	118	21,712
15	15	$\frac{1}{2}[750 - (19*15+11)] = 227$	113	1	114	20,976
16	16	$\frac{1}{2}[750 - (19*16+14)] = 216$	108	0	108	19,872
17	17	$\frac{1}{2}[750 - (19*17+11)] = 208$	104	0	104	19,136
18	18	$\frac{1}{2}[750 - (19*18+14)] = 197$	98	1	99	18,216
19	19	$\frac{1}{2}[750 - (19*19+11)] = 189$	94	1	95	17,480
20	20	$\frac{1}{2}[750 - (19*20+14)] = 178$	89	0	89	16,376
21	21	$\frac{1}{2}[750 - (19*21+11)] = 170$	85	0	85	15,640
22	22	$\frac{1}{2}[750 - (19*22+14)] = 159$	79	1	80	14,720

23	23	$\frac{1}{2} [750 - (19 \cdot 23 + 11)]$	= 151	75	1	76	13,984
24	24	$\frac{1}{2} [750 - (19 \cdot 24 + 14)]$	= 140	70	0	70	12,880
25	25	$\frac{1}{2} [750 - (19 \cdot 25 + 11)]$	= 132	66	0	66	12,144
26	26	$\frac{1}{2} [750 - (19 \cdot 26 + 14)]$	= 121	60	1	61	11,724
27	27	$\frac{1}{2} [750 - (19 \cdot 27 + 11)]$	= 113	56	1	57	10,488
28	28	$\frac{1}{2} [750 - (19 \cdot 28 + 14)]$	= 102	51	0	51	9,384
29	29	$\frac{1}{2} [750 - (19 \cdot 29 + 11)]$	= 94	47	0	47	8,648
30	30	$\frac{1}{2} [750 - (19 \cdot 30 + 14)]$	= 83	41	1	42	7,728
31	31	$\frac{1}{2} [750 - (19 \cdot 31 + 11)]$	= 75	37	1	38	6,992
32	32	$\frac{1}{2} [750 - (19 \cdot 32 + 14)]$	= 64	32	0	32	5,888
33	33	$\frac{1}{2} [750 - (19 \cdot 33 + 11)]$	= 56	28	0	28	5,152
34	34	$\frac{1}{2} [750 - (19 \cdot 34 + 14)]$	= 45	22	1	23	4,232
35	35	$\frac{1}{2} [750 - (19 \cdot 35 + 11)]$	= 37	18	1	19	3,496
26	26	$\frac{1}{2} [750 - (19 \cdot 36 + 14)]$	= 26	13	0	13	2,392
37	37	$\frac{1}{2} [750 - (19 \cdot 37 + 11)]$	= 18	9	0	9	1,656
38	38	$\frac{1}{2} [750 - (19 \cdot 38 + 14)]$	= 7	3	1	4	736
योग						3593	6,61,112

[1] S= 750 सम संख्या d=1 से (a+b+2c=740)

सर्वान्तर d = 1 के प्रति x=1, a=2x=2 लिये जाने पर b=3d+2x+3 =6+2x=8

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d + 4x + 3)] = \frac{1}{2} [750 - (16 + 4x)] = 367 - 2x = 365 \quad (c-b) = 357$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
b	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36
c	365	363	361	359	357	355	353	351	349	347	345	343	341	339	337

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
b	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60	62	64	66
c	335	333	331	329	327	325	323	321	319	317	315	313	311	309	307

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90
b	68	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90	92	94	96
c	305	303	301	299	297	295	293	291	289	287	285	283	281	279	277

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120
b	98	100	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120	122	124	126
c	275	273	271	269	267	265	263	261	259	257	255	253	251	249	247

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	122	124	126	128	130	132	134	136	138	140	142	144	146	148	150
b	128	130	132	134	136	138	140	142	144	146	148	150	152	154	156
c	245	243	241	239	237	235	233	231	229	227	225	223	221	219	217

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	152	154	156	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180
b	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180	182	184	186
c	215	213	211	209	207	205	203	201	199	197	195	193	191	189	187

	91	92	93	94	95	86	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	182	184	186	188	190	192	194	196	198	200	202	204	206	208	210
b	188	190	192	194	196	198	200	202	204	206	208	210	212	214	216
c	185	183	181	179	177	175	173	171	169	167	165	163	161	159	157

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	212	214	216	218	220	222	224	226	228	230	232	234	236	238	240
b	218	220	222	224	226	228	230	232	234	236	238	240	242	244	246
c	155	153	151	149	147	145	143	141	139	137	135	133	131	129	127

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
a	242	244	246	248	250	252	254	256	258	260	262	264	266	268	270
b	248	250	252	254	256	258	260	262	264	266	268	270	272	274	276
c	125	123	121	119	117	115	113	111	109	107	105	103	101	99	97

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	272	274	276	278	280	282	284	286	288	290	292	294	296	298	300
b	278	280	282	284	286	288	290	292	294	296	298	300	302	304	306
c	95	93	91	89	87	85	83	81	79	77	75	73	71	69	67

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
a	302	304	309	308	310	312	314	316	318	320	322	324	326	328	330
b	308	310	312	314	316	318	320	322	324	326	328	330	332	334	336
c	65	63	61	59	57	55	53	51	49	47	45	43	41	39	37

	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179
a	332	34	336	338	349	342	344	346	348	350	352	354	356	358
b	338	340	342	344	346	348	350	352	354	356	358	360	362	364
c	35	33	31	29	27	25	23	21	19	17	15	13	11	9

प्रथम म आधार-वर्ग की संख्या 179 जो कि

$a=x=1$ के प्रति प्राप्त $c=365$ और $b=8$ के अन्तर मान 357 को 2 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 178 और शेषफल 1 है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 178 का अगर 179 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या $179 \times 184 = 32,936$

$d = 1$ $a = 358$, $b = 364$, $c = 9$, से $S = 750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	358	359	360	361
b	364	365	366	367
c	9	10	11	12
	13	14	15	16

विशिष्ट आधार-वर्ग

358	364	359	365
360	366	361	367
9	13	10	14
11	15	12	16

विशिष्ट जादुई-वर्ग

358	12	15	365
14	366	361	9
367	13	10	360
11	359	364	16

[2] $S = 750$ सम संख्या $d=2$ से $(a+b+2c=730)$

सर्वान्तर $d = 2$ के प्रति $x=1$, $a=2x=2$ लिये जाने पर $b=3d+2x+4 = 10+2x=12$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+4)] = \frac{1}{2} [750 - (30+4x)] = 360 - 2x = 358 \quad (c-b) = 346$$

Type equation here.

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
b	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
c	358	356	354	352	350	348	346	344	342	340	338	336	334	332	330

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
b	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60	62	64	66	68	70
c	328	326	324	322	320	318	316	314	312	310	308	306	304	302	300

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90
b	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90	92	94	96	98	100
c	298	296	294	292	290	288	286	284	282	280	278	276	274	272	270

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120
b	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120	122	124	126	128	130
c	268	266	264	262	260	258	256	254	252	250	248	246	244	242	240

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	122	124	126	128	130	132	134	136	138	140	142	144	146	148	150
b	132	134	136	138	140	142	144	146	148	150	152	154	156	158	160
c	238	236	234	232	230	228	226	224	222	220	218	216	214	212	210

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	152	154	156	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180
b	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180	182	184	186	188	190
c	208	206	204	204	200	198	196	194	192	190	188	186	184	182	180

	91	92	93	94	95	86	97	98	99	100	101	192	103	104	105
a	182	184	186	188	190	192	194	196	198	200	202	204	206	208	210
b	192	194	196	198	200	202	204	206	208	210	212	214	216	218	220
c	178	176	174	172	170	168	166	164	162	160	158	156	154	152	150

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	212	214	216	218	220	222	224	226	228	230	232	234	236	238	240
b	222	224	226	228	230	232	234	236	238	240	242	244	246	248	250
c	148	146	144	142	140	138	136	134	132	130	128	126	124	122	120

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
a	242	244	246	248	250	252	254	256	258	260	262	264	266	268	270
b	252	254	256	258	260	262	264	266	268	270	272	274	276	278	280
c	118	116	114	112	110	108	106	104	102	100	98	96	94	92	90

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	272	274	276	278	280	282	284	286	288	290	292	294	296	298	300
b	282	284	286	288	290	292	294	296	298	300	302	304	306	308	310
c	88	86	84	82	80	78	76	74	72	70	68	66	64	62	60

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
a	302	304	309	308	310	312	314	316	318	320	322	324	326	328	330
b	312	314	316	318	320	322	324	326	328	330	332	334	336	338	340
c	58	56	54	52	50	48	46	44	42	40	38	36	34	32	30

	166	167	168	169	170	171	172	173
a	332	34	336	338	349	342	344	346
b	342	344	346	348	350	352	354	356
c	28	26	24	22	20	18	16	14

प्रथम म आधार-वर्ग की संख्या 173 जो कि $a=x=1$ के प्रति प्राप्त $c=358$ और $b=12$ के अन्तर मान 346 को 2 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 173 और शेषफल 0 है ।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 173 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या $173 \times 184 = 31,832$

$d = 2$ $a = 346$, $b = 356$, $c = 14$, से $S = 750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	346	348	350	352
b	356	358	360	362
c	14	16	18	20
	22	24	26	28

विशिष्ट आधार-वर्ग

	346	356	348	358
	350	360	352	362
	14	22	16	24
	18	26	20	28

विशिष्ट जादुई-वर्ग

	346	20	26	358
	24	360	352	14
	362	22	16	350
	18	348	356	28

[3] $S = 750$ सम संख्या $d=3$ से $(a+b+2c=720)$

सर्वान्तर $d = 3$ के प्रति $x=1$, $a=2x=2$ लिये जाने पर $b=3d+2x+1 = 10+2x = 12$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)] = \frac{1}{2} [750 - (40+4x)] = 355 - 2x = 353 \quad (c-b) = 341$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
b	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
c	353	351	349	347	345	343	341	339	337	335	333	331	329	327	325

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
b	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60	62	64	66	68	70
c	323	321	319	317	315	313	311	309	307	305	303	301	299	297	295

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90
b	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90	92	94	96	98	100
c	293	291	289	287	285	283	281	279	277	275	273	271	269	267	265

ddddd

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120
b	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120	122	124	126	128	130
c	263	261	259	257	255	253	251	249	247	245	243	241	239	237	235

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	122	124	126	128	130	132	134	136	138	140	142	144	146	148	150
b	132	134	136	138	140	142	144	146	148	150	152	154	156	158	160
c	233	231	229	227	225	223	221	219	217	215	213	211	209	207	205

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	152	154	156	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180
b	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180	182	184	186	188	190
c	203	201	199	197	195	193	191	189	187	185	183	181	179	177	175

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	182	184	186	188	190	192	194	196	198	200	202	204	206	208	210
b	192	194	196	198	200	202	204	206	208	210	212	214	216	218	220
c	173	171	169	167	165	163	161	159	157	155	153	151	149	147	145

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	212	214	216	218	220	222	224	226	228	230	232	234	236	238	240
b	222	224	226	228	230	232	234	236	238	240	242	244	246	248	250
c	143	141	139	137	135	133	131	129	127	125	123	121	119	117	115

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
a	242	244	246	248	250	252	254	256	258	260	262	264	266	268	270
b	252	254	256	258	260	262	264	266	268	270	272	274	276	278	280
c	113	111	109	107	105	103	101	99	97	95	93	91	89	87	85

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	272	274	276	278	280	282	284	286	288	290	292	294	296	298	300
b	282	284	286	288	290	292	294	296	298	300	302	304	306	308	310
c	83	81	79	77	75	73	71	69	67	65	63	61	59	57	55

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
a	302	304	309	308	310	312	314	316	318	320	322	324	326	328	330
b	312	314	316	318	320	322	324	326	328	330	332	334	336	338	340
c	53	51	49	47	45	43	41	39	37	35	33	31	29	27	25

	166	167	168	169	170	171
a	332	34	336	338	349	342
b	342	344	346	348	350	352
c	23	21	19	17	15	13

प्रथम म आधार-वर्ग की संख्या 171 जो कि $a=x=1$ के प्रति प्राप्त $c=353$ और $b=12$ के अन्तर मान 341 को 2 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 170 और शेषफल 1 है ।
 $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 170 का आगर

171 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या $171 \times 184 = 31,464$

$d = 3$ $a = 342$, $b = 352$, $c = 13$, से $S = 750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	342	345	348	351
b	352	355	358	361
c	13	16	19	22
	25	28	31	34

विशिष्ट आधार-वर्ग

342	352	345	355
348	358	351	361
13	25	16	28
19	31	22	34

विशिष्ट जादुई-वर्ग

342	22	31	355
28	358	351	13
361	25	16	348
19	346	352	34

[4] $S = 750$ सम संख्या $d=4$ से $(a+b+2c=710)$

सर्वान्तर $d = 4$ के प्रति $x=1$, $a=2x=2$ लिये जाने पर $b=3d+2x+2 = 14+2x=16$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+2)] = \frac{1}{2} [750 - (54+4x)] = 348 - 2x = 346 \quad (c-b) = 330$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
b	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44
c	346	344	342	340	338	336	334	332	330	328	326	324	322	320	318

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
b	46	48	50	52	54	56	58	60	62	64	66	68	70	72	74
c	316	314	312	310	308	306	304	302	300	298	296	294	292	290	288

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90
b	76	78	80	82	84	86	88	90	92	94	96	98	100	102	104
c	286	284	282	280	278	276	274	272	270	268	266	264	262	260	258

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120
b	106	108	110	112	114	116	118	120	122	124	126	128	130	132	134
c	256	254	252	250	248	246	244	242	240	238	236	234	232	230	228

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	122	124	126	128	130	132	134	136	138	140	142	144	146	148	150
b	136	138	140	142	144	146	148	150	152	154	156	158	160	162	164
c	226	224	222	220	218	216	214	212	210	208	206	204	204	200	198

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	152	154	156	158	160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180
b	166	168	170	172	174	176	178	180	182	184	186	188	190	192	194
c	196	194	192	190	188	186	184	182	180	178	176	174	172	170	168

	91	92	93	94	95	86	97	98	99	100	101	192	103	104	105
a	182	184	186	188	190	192	194	196	198	200	202	204	206	208	210
b	196	198	200	202	204	206	208	210	212	214	216	218	220	222	224
c	166	164	162	160	158	156	154	152	150	148	146	144	142	140	138

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	212	214	216	218	220	222	224	226	228	230	232	234	236	238	240
b	226	228	230	232	234	236	238	240	242	244	246	248	250	252	254
c	136	134	132	130	128	126	124	122	120	118	116	114	112	110	108

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
a	242	244	246	248	250	252	254	256	258	260	262	264	266	268	270
b	256	258	260	262	264	266	268	270	272	274	276	278	280	282	284
c	106	104	102	100	98	96	94	92	90	88	86	84	82	80	78

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	272	274	276	278	280	282	284	286	288	290	292	294	296	298	300
b	286	288	290	292	294	296	298	300	302	304	306	308	310	312	314
c	76	74	72	70	68	66	64	62	60	58	56	54	52	50	48

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
a	302	304	309	308	310	312	314	316	318	320	322	324	326	328	330
b	316	318	320	322	324	326	328	330	332	334	336	338	340	342	344
c	46	44	42	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22	20	18

प्रथम म आधार-वर्ग की संख्या 165 जो कि

$a=x=1$ के प्रति प्राप्त $c=346$ और $b=16$ के अन्तर मान 330 को 2 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 165 और शेषफल 0 है ।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 165 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या $165 \times 184 = 30,360$

$d = 2$ $a = 330$, $b = 344$, $c = 18$, से $S = 750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	330	334	338	342
b	344	348	352	356
c	18	22	26	30
	34	38	42	46

विशिष्ट आधार-वर्ग

330	344	334	348
338	352	342	356
18	34	22	38
26	42	30	46

विशिष्ट जादुई-वर्ग

330	30	42	348
38	352	342	18
356	34	22	338
26	334	344	46

आगे इसी प्रकार

[37] $S = 750$ सम संख्या $d=37$ से $(a+b+2c = 380)$

सर्वान्तर $d \geq 3$ के प्रति $x=1$, $a=2x=2$ लिये जाने पर $b=3d+2x+1 = 112+2x = 114$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+1)] = \frac{1}{2} [750 - (482+4x)] = 134 - 2x = 132 \quad (c-b) = 18$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	2	4	6	8	10	12	14	16	18
b	114	116	118	120	122	124	126	128	130
c	132	130	128	126	124	122	120	118	116

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 9 जो कि

$a=x=1$ के प्रति प्राप्त $c=132$ और $b=114$ के अन्तर मान 18 को 2 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 9 और शेषफल 0 है । $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 9 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या $9 \times 184 = 1,656$

$d = 37$, $a = 18$, $b = 130$, $c = 116$, से $S = 750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	18	55	92	129
b	130	167	204	241
c	116	153	190	227
	264	301	338	375

विशिष्ट आधार-वर्ग

18	130	55	167
92	204	129	241
116	264	153	301
190	338	227	375

विशिष्ट जादुई-वर्ग

18	227	338	167
301	204	129	116
241	264	153	92
190	55	130	375

[38] $S = 750$ सम संख्या $d=38$ से $(a+b+2c=370)$

सर्वान्तर $d \geq 3$ के प्रति $x=1$, $a=2x=2$ लिये जाने पर $b=3d+2x+2 = 116+2x = 118$

$$c = \frac{1}{2} [S - (13d+4x+2)] = \frac{1}{2} [750 - (496+4x)] = 127 - 2x = 125 \quad (c-b) = 7$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4
a	2	4	6	8
b	118	120	122	124
c	125	123	121	119

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 4 जो कि

$a=x=1$ के प्रति प्राप्त $c=125$ और $b=118$ के अन्तर मान 7 को 2 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 3 और शेषफल 1 है। $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 3 का आगर 4 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या $4 \times 184 = 736$

$d = 38, a = 8, b = 124, c = 119$, से $S = 750$ की जाँच
प्रथम आधार-वर्ग

a	8	46	84	122
b	124	162	200	238
c	119	157	195	233
	271	309	347	385

विशिष्ट आधार-वर्ग

8	124	46	162
84	200	122	238
119	271	157	309
195	347	233	385

विशिष्ट जादुई-वर्ग

8	233	347	162
309	200	122	119
238	271	157	84
195	46	124	385

3■ प्रतिबंध एवं नियम समिका - 1

$S = (3a + b + 18d)$ के प्रति आकलन

उभयनिष्ठ सर्वान्तर d पर प्राप्त प्रथम 12 पदी 1 समांतर श्रेढी एवं दूसरा 4 पदी समांतर श्रेढी है।
के प्रति

[1] $a, (a+d), (a+2d), (a+3d), (a+4d), (a+5d), (a+6d), (a+7d), (a+8d), (a+9d), (a+10d), (a+11d)$,

[2] $b, (b+d), (b+2d), (b+3d)$ जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई-वर्ग के पंक्ति, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डबबों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान $S = [3a + b + 18d]$ होगा।

4 के यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक—

सामान्य आधार-वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
a+4d	a+5d	a+6d	a+7d
a+8d	a+9d	a+10d	a+11d
b	b+d	b+2d	b+3d

मेरी कृति ग्रंथ छत्तीसगढ़ गणित दर्शन के अध्याय 11 में उपरोक्त प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार-वर्ग $\rightarrow$ विशिष्ट आधार-वर्ग $\rightarrow$ सामान्य जादुई-वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति 4-4 अवयवों का योगमान S और उभयनिष्ठ सर्वान्तर d ज्ञात होकर प्रथम पद क्रमशः a, b की सुनिश्चिता एवं यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम

आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार अवलोकित कीजिये।

सर्वान्तर $d \geq 1$ के प्रति $a=x$ लिये जाने पर $b = [S - (18d + 3a)] = b = [(S - 3x) - 18d]$

पुनः $a=x=1$ लिये जाने पर $b = [(S - 3x) - 18d] = [(S - 3) - 18d]$

$[b - (a+8d)] = [(S - 4) - 26d]$

सर्वान्तर d का अधिकतम मान

सर्वान्तर d का अधिकतम मान $d_m = [(S - 4) \div 26]$ की संक्रिया से— शेष युक्त प्राप्त भागफल r के प्रति r ही होगा। जबकि अशेष प्राप्त भागफल r के प्रति $(r-1)$ होगा।

सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना—

$[(S - 4) - 26d] \div 4$ की संक्रिया से—

1. शेषफल $q = 0$ और 1 प्राप्त होने पर — भागफल r

2. शेषफल 2 और 3 प्राप्त होने पर — भागफल r का आगर $(r+1)$ होगा।

विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $=P*184$ का गुणनफल होगा।

पृष्ठ 17 Ψ सर्वान्तर d के प्रति सामान्य आधार-वर्ग विस्तार में $(b-a)$ एवं $(c-b) = 0, d, 2d, 3d$ हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः $(a$ और $b)$ एवं $(b$ और $c)$ पंक्ति के क्रमशः $(4-4), (3-3), (2-2), (1-1)$ अवयव दोहराये जाने की संगतता में होंगे। सर्वान्तर 1 पर 16 पदी एक समान्तर श्रेणी का प्रतिरूपण प्राप्त हो सकता है।

जाँच की ओर

[1] $S=750$ सम संख्या $d=1$ से $(3a+b+= 732)$

$S=750$ के प्रति-

सर्वान्तर का अधिकतम मान d_m की गणना- $[(S - 4) \div 26] = [746 \div 26]$ शेष युक्त प्राप्त भागफल $r=28$ के प्रति 28 ही होगा।

तब $S=786$ के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1 से 30 तक के लिये-
सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार मान्य $[b - (a+8d)] = [746 - 26d]$	$[b - (a+8d)] \div 4$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $m*184$
			भागफल r	शेषफल q		
1	1	$[746 - 26*1] = 720$	180	0	180	33,120
2	2	$[746 - 26*2] = 694$	173	2	174	32,016
3	3	$[746 - 26*3] = 668$	167	0	167	30,728
4	4	$[746 - 26*4] = 642$	160	2	161	29,624
5	5	$[746 - 26*5] = 616$	154	0	154	28,336
6	6	$[746 - 26*6] = 590$	147	2	148	27,232
7	7	$[746 - 26*7] = 564$	141	0	141	25,944
8	8	$[746 - 26*8] = 538$	134	2	135	24,840
9	9	$[746 - 26*9] = 512$	128	0	128	23,552
10	10	$[746 - 26*10] = 486$	121	2	122	22,448
11	11	$[746 - 26*11] = 460$	115	0	115	21,160
12	12	$[746 - 26*12] = 434$	108	2	109	20,056
13	13	$[746 - 26*13] = 408$	102	0	102	18,768
14	14	$[746 - 26*14] = 382$	95	2	96	17,664
15	15	$[746 - 26*15] = 356$	89	0	89	16,376
16	16	$[746 - 26*16] = 330$	82	2	83	15,272
17	17	$[746 - 26*17] = 304$	76	0	76	13,984
18	18	$[746 - 26*18] = 278$	69	2	70	12,880
19	19	$[746 - 26*19] = 252$	63	0	63	11,592
20	20	$[746 - 26*20] = 226$	56	2	57	10,488
21	21	$[746 - 26*21] = 200$	50	0	50	9,200
22	22	$[746 - 26*22] = 174$	43	2	44	8,096
23	3723	$[746 - 26*23] = 148$	37	0	37	6,808
24	24	$[746 - 26*24] = 122$	30	2	31	5,704
25	25	$[746 - 26*25] = 96$	24	0	24	4,416

26	26	$[746 - 26 \times 26]$	=	70	17	2	18	3312
27	27	$[746 - 26 \times 27]$	=	44	11	0	11	2,024
28	28	$[746 - 26 \times 28]$	=	18	4	2	5	920
यज्ञैर्							2590	4,76,560

ज
गाँव की ओर

[1] $S = 750$ $d = 1$ से $(3a + b = 732)$

$$a = x = 1 \text{ लियेजाने पर } b = [(S - 3x) - 18d] = [(750 - 3) - 18 \times 1] = 747 - 18 = 729$$

$$(a + 8d) = 9 \quad [b - (a + 8d)] = 720$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	729	726	723	720	717	714	711	708	705	702	699	696	693	690	687

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	684	681	678	675	672	669	666	663	660	657	654	651	648	645	642

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	639	636	633	630	627	624	621	618	615	612	609	606	603	600	597

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	594	591	588	585	582	579	576	573	570	567	564	561	558	555	552

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	549	546	543	540	537	534	531	528	525	522	519	516	513	510	507

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	504	501	498	495	492	489	486	483	480	477	474	471	468	465	462

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	459	456	453	450	447	444	441	438	435	432	429	426	423	420	417

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
b	414	411	408	405	402	399	396	393	390	387	384	381	378	375	372

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
a	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
b	369	366	363	360	357	354	351	348	345	342	339	336	333	330	327

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
b	324	321	318	315	312	309	306	303	300	297	294	291	288	285	282

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
a	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
b	279	276	273	270	267	264	261	258	255	252	249	246	243	240	237

	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
a	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
b	234	231	228	225	222	219	216	213	210	207	204	201	198	195	192

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 180 जो कि

$x = a = 1$ के प्रति प्राप्त $b = 729$ और $(a+8d) = (1+8) = 9$ के अन्तर मान 720 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 180 और शेषफल 0 है। $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 180 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या $180 \times 184 = 33,120$

$d = 1, a = 180, b = 195$, से $S = 750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	180	181	182	183
	184	185	186	187
	188	189	190	191
b	192	193	194	195

विशिष्ट आधार-वर्ग

180	184	181	185
182	186	183	187
188	192	189	193
190	194	191	195

विशिष्ट जादुई-वर्ग

180	191	194	185
193	186	183	188
187	192	189	182
190	181	184	195

16 पदी एक समान्तर श्रेणी है।

[2] $S = 750$ $d = 1$ से $(3a + b = 714)$

$a = x = 1$ लियेजाने पर $b = [(S - 3x) - 18d] = [(750 - 3) - 18 \times 2] = 747 - 36 = 711$

$(a + 8d) = 17$ $[b - (a + 8d)] = 694$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	711	708	705	702	699	696	693	690	687	684	681	678	675	672	669

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	666	663	660	657	654	651	648	645	642	639	636	633	630	627	624

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	621	618	615	612	609	606	603	600	597	594	591	588	585	582	579

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	576	573	570	567	564	561	558	555	552	549	546	543	540	537	534

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	531	528	525	522	519	516	513	510	507	504	501	498	495	492	489

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	486	483	480	477	474	471	468	465	462	459	456	453	450	447	444

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	441	438	435	432	429	426	423	420	417	414	411	408	405	402	399

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
b	396	393	390	387	384	381	378	375	372	369	366	363	360	357	354

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
a	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
b	351	348	345	342	339	336	333	330	327	324	321	318	315	312	309

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
b	306	303	300	297	294	291	288	285	282	279	276	273	270	267	264

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
a	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
b	261	258	255	252	249	246	243	240	237	234	231	228	225	222	219

	166	167	168	169	170	171	172	173	174
a	166	167	168	169	170	171	172	173	174
b	216	213	210	207	204	201	198	195	192

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 174 जो कि
 $x = a = 1$ के प्रति प्राप्त $b = 711$ और
 $(a + 8d) = (1 + 16) = 17$ के अन्तर मान

694 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 173 और शेषफल 2 है।

∴ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 173 का अगर 174 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या $174 \times 184 = 32,016$

$d = 2, a = 174, b = 192$, से $S = 750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	174	176	178	180
	182	184	186	188
	190	192	194	196
b	192	194	196	198

विशिष्ट आधार-वर्ग

174	182	176	184
178	186	180	188
190	192	192	194
194	196	196	198

विशिष्ट जादुई-वर्ग

174	196	196	184
194	186	180	190
188	192	192	178
194	176	182	198

[3] $S = 750$ $d = 3$ से $(3a + b = 696)$

$a = x = 1$ लियेजाने पर $b = [(S - 3x) - 18d] = [(750 - 3) - 18 \times 3] = 747 - 54 = 693$
 $(a + 8d) = 25$ $[b - (a + 8d)] = 668$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	693	690	687	684	681	678	675	672	669	666	663	660	657	654	651

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
b	648	645	642	639	636	633	630	627	624	621	618	615	612	609	606

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
b	603	600	597	594	591	588	585	582	579	576	573	570	567	564	561

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
b	558	555	552	549	546	543	540	537	534	531	528	525	522	519	516

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
a	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
b	513	510	507	504	501	498	495	492	489	486	483	480	477	474	471

	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
a	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
b	468	465	462	459	456	453	450	447	444	441	438	435	432	429	426

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
a	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
b	423	420	417	414	411	408	405	402	399	396	393	390	387	384	381

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
a	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
b	378	375	372	369	366	363	360	357	354	351	348	345	342	339	336

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
a	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
b	333	330	327	324	321	318	315	312	309	306	303	300	297	294	291

	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
a	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
b	288	285	282	279	276	273	270	267	264	261	258	255	252	249	246

	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
a	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
b	243	240	237	234	231	228	225	222	219	216	213	210	207	204	201

	166	167
a	166	167
b	198	195

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 167 जो कि

$x = a = 1$ के प्रति प्राप्त $b = 693$ और $(a+8d) = (1+24) = 25$ के अन्तर मान 668 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 167 और शेषफल 0 है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 167 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या $167 \times 184 = 30,728$

$d = 3, a = 167, b = 195$, से $S = 750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	167	170	173	176
	179	182	185	188
	191	194	197	200
b	195	198	201	204

विशिष्ट आधार-वर्ग

167	179	170	182
173	185	176	188
191	195	194	198
197	201	200	204

विशिष्ट जादुई-वर्ग

167	200	201	182
198	185	176	191
188	195	194	173
197	170	179	204

आगे इसी प्रकार

[26] $S = 786, d = 26$ से $(3a+b=282)$

$a = x = 1$ लियेजाने पर $b = [(S-3x) - 18d] = [(750-3) - 18 \times 26] = 747 - 468 = 279$

$(a+8d) = 209$ $[b-(a+8d)] = 70$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
b	279	276	273	270	267	264	261	258	255	252	249	246	243	240	237

	16	17	18
a	16	17	18
b	234	231	228

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 18 जो कि

$x = a = 1$ के प्रति प्राप्त $b = 279$ और $(a+8d) = (1+224) = 209$ के अन्तर मान 70 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 17 और शेषफल 2 है। $\therefore$ प्रथम

आधार-वर्ग की संख्या भागफल 17 का आगर 18 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या $18 \times 184 = 3,312$

$d = 26, a = 18, b = 228$, से $S = 750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	18	44	70	96
	122	148	174	200
	226	252	278	304
b	228	254	280	306

विशिष्ट आधार-वर्ग

18	122	44	148
70	174	96	200
226	228	252	254
278	280	304	306

विशिष्ट जादुई-वर्ग

18	304	280	148
254	174	96	226
200	228	252	79
278	44	122	306

[27] $S = 750, d = 27$ से $(3a+b=264)$

$a = x = 1$ लियेजाने पर $b = [(S-3x) - 18d] = [(750-3) - 18 \times 27] = 747 - 486 = 261$

$(a+8d) = 217$ $[b-(a+8d)] = 44$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	19	11
b	261	258	255	252	249	248	243	240	237	234	231

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 11 जो कि

$x = a = 1$ के प्रति प्राप्त $b = 261$ और $(a + 8d) = 217$ के अन्तर मान 44 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 11 और शेषफल 0 है। $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 11 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या $11 \times 184 = 2024$

$d = 27, a = 11, b = 231$, से $S = 750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग					विशिष्ट आधार-वर्ग				विशिष्ट जादुई-वर्ग			
a	11	38	65	92	11	119	38	146	11	308	285	146
	119	146	173	200	65	173	92	200	258	173	92	227
	227	254	281	308	227	231	254	258	200	231	254	65
b	231	258	285	312	281	285	308	312	281	38	119	312

[28] $S = 750$ $d = 28$ से $(3a + b = 246)$

$a = x = 1$ लिये जाने पर $b = [(S - 3x) - 18d] = [(750 - 3) - 18 \times 28] = 747 - 504 = 243$
 $(a + 8d) = 225$ $[b - (a + 8d)] = 18$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5
a	1	2	3	4	5
b	243	240	237	234	231

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 1 जो कि

$x = a = 1$ के प्रति प्राप्त $b = 243$ और $(a + 8d) = 225$ के अन्तर मान 18 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 4 और शेषफल 2 है।

$\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 4 का अगर 5 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या $5 \times 184 = 920$

$d = 28, a = 5, b = 231$, से $S = 750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग					विशिष्ट आधार-वर्ग				विशिष्ट जादुई-वर्ग			
a	5	33	61	89	5	117	33	145	5	313	287	145
	117	145	173	201	61	173	89	201	259	173	89	229
	229	257	285	313	229	231	257	259	201	231	257	61
b	231	259	287	315	285	287	313	315	285	33	117	315

प्रतिबंध एवं नियम समिका - 2

$S = (a + 3b + 18d)$ के प्रति आकलन

उभयनिष्ठ सर्वान्तर d पर प्राप्त प्रथम 4 पदी 1 समांतर श्रेणी एवं दूसरा 12 पदी समांतर श्रेणी है।

के प्रति

[1] $a, (a + d), (a + 2d), (a + 3d)$

[2] $b, (b + d), (b + 2d), (b + 3d), (b + 4d), (b + 5d), (b + 6d), (b + 7d), (b + 8d), (b + 9d), (b + 10d), (b + 11d)$, जिनके संख्यात्मक मान अपने आप में दोहराये नहीं होंगे से रचित जादुई-वर्ग के पंक्ति, स्तम्भिक एवं विकर्णिक डबबों (खानों) में स्थित 4-4 अवयवों का योगमान $S = [a + 3b + 18d]$ होगा।

4 के यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम आधार-वर्ग की कुल प्रस्तुति प्रकारों की संख्या का आकलन समिका विषयक—

सामान्य आधार-वर्ग

a	a+d	a+2d	a+3d
b	b+d	b+2d	b+3d
b+4d	b+5d	b+6d	b+7d
b+8d	b+9d	b+10d	b+11d

मेरी कृति ग्रंथ **छत्तीसगढ़ गणित दर्शन** के अध्याय 11 में उपरोक्त प्रतिबंधानुसार सामान्य आधार-वर्ग $\rightarrow$ विशिष्ट आधार-वर्ग $\rightarrow$ सामान्य जादुई-वर्ग की व्यापक रचना प्रस्तुति प्रस्तुत है। जिसके प्रति 4-4 अवयवों का योगमान S और उभयनिष्ठ सर्वान्तर d ज्ञात होने पर प्रथम पद क्रमशः a, b, की सुनिश्चिता एवं यथार्थ भाजक 1 के प्रति प्राप्त प्रथम

आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या का आकलन समिका निम्नानुसार अवलोकित कीजिये।

f

$S=(a+3b+18d)$ से $b = \frac{1}{3}[(S-a)-18d]$ में किसी सर्वान्तर $d \geq 1$ एवं क्रमांक x के प्रति-योगमान S को 3 से विभाजित करने पर-

1■ शेषफल 0 (शून्य) की प्राप्ति के प्रति - $a=3x$, $b = \frac{1}{3}[(S-3x)-18d]$

2■ शेषफल 1 (एक) की प्राप्ति के प्रति - $a=3x+1$, $b = \frac{1}{3}[(S-(3x+1))-18d]$

3■ शेषफल 2 (दो) की प्राप्ति के प्रति - $a=3x+2$, $b = \frac{1}{3}[(S-(3x+2))-18d]$

किसी सर्वान्तर $d \geq 1$ एवं क्रमांक $x=1$ के प्रति-

1■ शेषफल 0 (शून्य) की प्राप्ति के प्रति - $a=3x=3$ $b = \frac{1}{3}[(S-3)-18d]$
 $(b=a) = \frac{1}{3}[(S-12)-18d]$

2■ शेषफल 1 (एक) की प्राप्ति के प्रति - $a=3x+1=4$ $b = \frac{1}{3}[(S-4)-18d]$
 $(b=a) = \frac{1}{3}[(S-16)-18d]$

3■ शेषफल 2 (दो) की प्राप्ति के प्रति - $a=3x+2=5$ $b = \frac{1}{3}[(S-5)-18d]$
 $(b=a) = \frac{1}{3}[(S-20)-18d]$

सर्वान्तर d का अधिकतम मान सर्वान्तर d का अधिकतम मान $d_m =$

1■ शेषफल 0 (शून्य) की प्राप्ति के प्रति $[(S-12) \div 18]$

2■ शेषफल 1 (एक) की प्राप्ति के प्रति $[(S-16) \div 18]$

3■ शेषफल 2 (दो) की प्राप्ति के प्रति $[(S-20) \div 18]$

} की संक्रिया से

शेष युक्त प्राप्त भागफल r के प्रति r ही होगा। जबकि अशेष प्राप्त भागफल r के प्रति (r-1) होगा।

सर्वान्तर d के प्रति प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति संख्या आकलन गणना-
सर्वान्तर $d \geq 1$ एवं $x=1$ के प्रति

प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या $P = [\text{सर्वान्तर } d \geq 1 \text{ एवं } x=1 \text{ के प्रति प्राप्त } (b-a) \div 2]$ की संक्रिया से प्राप्त भागफल r एवं शेषफल q को दृष्टिगत करते हुये निम्नानुसार सुनिश्चित होगा।

1• शेषफल $q=0$ और 1 प्राप्त होने पर - प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या $P =$ प्राप्त भागफल r

2• शेषफल $q=2$ और 3 प्राप्त होने पर - प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या $P =$ प्राप्त भागफल का आगर (r+1) होगा।

पृष्ठ 17 Ψ सर्वान्तर d के प्रति सामान्य आधार-वर्ग विस्तार में $(b-a)$ एवं $(c-b) = 0, d, 2d, 3d$ हो सकता है। जिसके जारतम्य में क्रमशः (a और b) एवं (b और c) पंक्ति के क्रमशः (4-4), (73-3), (2-2), (1-1) अवयव दोहराये जाने की संगता में होंगे।

विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $=P*184$ का गुणनफल होगा।

$S=750$ के प्रति- $750 \div 3$ की संक्रिया से प्राप्त शेषफल 0 है।

$\therefore$ सर्वान्तर $d \geq 1$ में क्रमांक $x=1$ लिये जाने पर $a=3x=3$

$$b = \frac{1}{3}[(S-3x) - 18d] = \frac{1}{3}[(750-3*1) - 18*1] = \frac{1}{3}[(747-18)] = 243$$

$$[b-a] = \frac{1}{3}[S - (18d + 12x)] = \frac{1}{3}[750 - (18d + 12)] = \frac{1}{3}[738 - 18d] = 246 - 6d$$

सर्वान्तर का अधिकतम मान d_m की गणना-

a और b की सुनिश्चिता के प्रति योगमान S को 3 से विभाजित करने से प्राप्त शेषफल 0 है।

$\therefore$ शेषफल 0 (शून्य) की प्राप्ति के प्रति $[(S-12) \div 18] = 738 \div 18$ की संक्रिया से अशेष भागफल $r=41$ है। $\therefore$ सर्वान्तर का अधिकतम मान $d_m = r=41$ के प्रति $;(r-1)=40$ होगा।

750 के प्रति सर्वान्तर मान क्रमशः 1 से 40 के लिये-

सामान्य आधार-वर्ग के समस्त की प्रकारों की संख्या गणन तालिका।

क्रमांक	सर्वान्तर d	सर्वान्तर d के प्रति $a=x=1$ लिये जाने पर- प्रतिबंधानुसार मान्य $(b-a) = 246 - 6d$	$[b-a] \div 4$ से प्राप्त		प्रथम आधार-वर्ग की प्रस्तुति आकलन संख्या P	विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या $m*184$
			भागफल r	शेषफल q		
1	1	$246 - 6 * 1 = 240$	60	0	60	11,040
2	2	$246 - 6 * 2 = 234$	58	2	59	10,856
3	3	$246 - 6 * 3 = 228$	57	0	57	10,488
4	4	$246 - 6 * 4 = 222$	55	2	56	10,304
5	5	$246 - 6 * 5 = 216$	54	0	54	9,936
6	6	$246 - 6 * 6 = 210$	52	2	53	9,752
7	7	$246 - 6 * 7 = 204$	51	0	51	9,384
8	8	$246 - 6 * 8 = 198$	49	2	50	9,200
9	9	$246 - 6 * 9 = 192$	48	0	48	8,832
10	10	$246 - 6 * 10 = 186$	46	2	47	8,648
11	11	$246 - 6 * 11 = 180$	45	0	45	8,280
12	12	$246 - 6 * 12 = 174$	43	2	44	8,096
13	13	$246 - 6 * 13 = 168$	42	0	42	7,728
14	14	$246 - 6 * 14 = 162$	40	2	41	7,544
15	15	$246 - 6 * 15 = 156$	39	0	39	7,176
16	16	$246 - 6 * 16 = 150$	37	2	38	6,992
17	17	$246 - 6 * 17 = 144$	36	0	36	6,624
18	18	$246 - 6 * 18 = 138$	34	2	35	6,440
19	19	$246 - 6 * 19 = 132$	33	0	33	6,072
20	20	$246 - 6 * 20 = 126$	31	2	32	58,88
21	21	$246 - 6 * 21 = 120$	30	0	30	5,520
22	22	$246 - 6 * 22 = 114$	28	2	29	5,336
23	23	$246 - 6 * 23 = 108$	27	0	27	4,968

24	24	$246 - 6 * 24 = 102$	25	2	26	4,784
25	25	$246 - 6 * 25 = 96$	24	0	24	4,416
26	26	$246 - 6 * 26 = 90$	22	2	23	4,232
27	27	$246 - 6 * 27 = 84$	21	0	21	3,864
28	28	$246 - 6 * 28 = 78$	19	2	20	3,680
29	29	$246 - 6 * 29 = 72$	18	0	18	3,312
30	30	$246 - 6 * 30 = 66$	16	2	17	3,128
31	31	$246 - 6 * 31 = 60$	15	0	15	2,760
32	32	$246 - 6 * 32 = 54$	13	2	14	2,576
33	33	$246 - 6 * 33 = 48$	12	0	12	2,208
34	34	$246 - 6 * 34 = 42$	10	2	11	2,024
35	35	$246 - 6 * 35 = 36$	9	0	9	1,656
36	36	$246 - 6 * 36 = 30$	7	2	8	1,472
37	37	$246 - 6 * 37 = 24$	6	0	6	1,104
38	38	$246 - 6 * 38 = 18$	4	2	5	920
39	39	$246 - 6 * 39 = 12$	3	0	3	552
40	40	$246 - 6 * 40 = 6$	1	2	2	368
याग					1,240	2,28,160

[1] सर्वान्तर $d = 1$ के प्रति $(a + 3b = 732)$ $a = 3x = 3$ लिये जाने पर

$$b = \frac{1}{3}[(S - 3) - 18d] = \frac{1}{3}[(750 - 3) - 18*1] = 243$$

$$[b - a] = 243 - 3 = 240$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45
b	243	242	241	240	239	238	237	236	235	234	233	232	231	230	229

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	48	51	54	57	60	63	66	69	72	75	78	81	84	87	90
b	228	227	226	225	224	223	222	221	220	219	218	217	216	215	214

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	93	96	99	102	105	108	111	114	117	120	123	126	129	132	135
b	213	212	211	210	209	208	207	206	205	204	203	202	201	200	199

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
a	138	141	144	147	150	153	156	159	162	165	168	171	174	177	180
b	198	197	196	195	194	193	192	191	190	189	188	187	186	185	184

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 60 जो कि

$x = 1$ के प्रति प्राप्त $b = 243$ और $a = 3$ अन्तर मान 240 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 60 और शेषफल 0 है

। $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 60 प्रमाणित ।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या $60 * 184 = 11040$

$d = 1, a = 180, b = 184$,
प्रथम आधार-वर्ग

a	180	181	182	183
b	184	185	186	187
	188	189	190	191
	192	193	194	195

से $S = 750$ की जाँच
विशिष्ट आधार-वर्ग

180	184	181	185
182	186	183	187
188	192	189	193
190	194	191	195

विशिष्ट जादुई-वर्ग

180	191	194	185
193	186	183	188
187	192	189	182
190	181	184	195

16 पदी एक समान्तर श्रेणी है।

[2] सर्वान्तर $d = 2$ के प्रति $(a + 3b = 714)$ $a = 3x = 3$ लिये जाने पर

$$b = \frac{1}{3}[(S - 3) - 18d] = \frac{1}{3}[(750 - 3) - 18 \cdot 2] = 237$$

$$[b - a] = 237 - 3 = 234$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45
b	237	236	235	234	233	232	231	230	229	228	227	226	225	224	223

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	48	51	54	57	60	63	66	69	72	75	78	81	84	87	90
b	222	221	220	219	218	217	216	215	214	213	212	211	210	209	208

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	93	96	99	102	105	108	111	114	117	120	123	126	129	132	135
b	207	206	205	204	203	202	201	200	199	198	197	196	195	194	193

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
a	138	141	144	147	150	153	156	159	162	165	168	171	174	177
b	192	191	190	189	188	187	186	185	184	183	182	181	180	179

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 117 प्राप्त है, जो कि

$x = 1$ के प्रति प्राप्त $b = 237$ और $a = 3$ अन्तर मान 234 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 58 और शेषफल 2 है। $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 58 का आगर 59 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या $59 \cdot 184 = 10,856$

$d = 2, a = 177, b = 179$,
प्रथम आधार-वर्ग

a	177	179	181	183
b	179	181	183	185
	187	189	191	193
	195	197	199	201

से $S = 750$ की जाँच
विशिष्ट आधार-वर्ग

177	179	179	181
181	183	183	185
187	195	189	197
191	199	193	201

विशिष्ट जादुई-वर्ग

177	193	199	181
197	183	183	187
185	195	189	181
191	179	179	201

[3] सर्वान्तर $d = 3$ के प्रति $(a + 3b = 606)$ $a = 3x = 3$ लिये जाने पर

$$b = \frac{1}{3}[(S - 3) - 18d] = \frac{1}{3}[(750 - 3) - 18 \cdot 3] = 231$$

$$[b - a] = 231 - 3 = 228$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45
b	231	230	229	228	227	226	225	224	223	222	221	220	219	218	217

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
a	48	51	54	57	60	63	66	69	72	75	78	81	84	87	90
b	216	215	214	213	212	211	210	209	208	207	206	205	204	203	202

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
a	93	96	99	102	105	108	111	114	117	120	123	126	129	132	135
b	201	200	199	198	197	196	195	194	193	192	191	190	189	188	187

	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57
a	138	141	144	147	150	153	156	159	162	165	168	171
b	186	185	184	183	182	181	180	179	178	177	176	175

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 57 जो कि

$x=1$ के प्रति प्राप्त $b=231$ और $a=3$ अन्तर मान 228 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 57 और शेषफल 0 है।
 $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 57 प्रमाणित।

विस्तारित आधार-वर्ग की कुल संख्या $57 \times 184 = 20,976$ $d = 3, a = 171, b = 175$, से $S = 750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	171	174	177	180
b	175	178	181	184
	187	190	193	196
	199	202	205	208

विशिष्ट आधार-वर्ग

171	175	174	178
177	181	180	184
187	199	190	202
193	205	196	208

विशिष्ट जादुई-वर्ग

171	196	205	178
202	181	180	187
184	199	190	177
193	174	175	208

आगे इसी प्रकार

[39] सर्वान्तर $d = 39$ के प्रति $(a + 3b = 48)$ $a = 3x = 3$ लिये जाने पर

$$b = \frac{1}{3}[(S - 3) - 18d] = \frac{1}{3}[(750 - 3 \times 1) - 18 \times 39] = 15$$

$$[b - a] = 15 - 3 = 12$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2	3
a	3	6	9
b	15	14	13

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 3 जो कि

$x=1$ के प्रति प्राप्त $b=15$ और $a=3$ अन्तर मान 12 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 3 और शेषफल 0 है।
 $\therefore$ प्रथम

आधार-वर्ग की संख्या भागफल 3 प्रमाणित।

 $d = 39, a = 9, b = 13$, से $S = 750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	9	48	87	126
b	13	52	91	130
	169	208	247	286
	325	364	403	442

विशिष्ट आधार-वर्ग

9	13	48	52
87	91	126	130
169	325	208	364
247	403	286	442

विशिष्ट जादुई-वर्ग

9	286	403	52
364	91	126	169
130	325	208	87
247	48	13	442

[40] सर्वान्तर $d = 40$ के प्रति $(a + 3b = 30)$ $a = 3x = 3$ लिये जाने पर

$$b = \frac{1}{3}[(S - 3) - 18d] = \frac{1}{3}[(750 - 3) - 18 \cdot 40] = 9$$

$$[b - a] = 9 - 3 = 6$$

को संतुष्ट करने हल तालिका

	1	2
a	3	6
b	9	8

प्रथम आधार-वर्ग की संख्या 2 जो कि

$x = 1$ के प्रति प्राप्त $b = 9$ और $a = 3$ अन्तर मान 6 को 4 से विभजित करने पर प्राप्त भागफल 1 और शेषफल 2 है। $\therefore$ प्रथम आधार-वर्ग की संख्या भागफल 2 प्रमाणित।

$d = 40, a = 9, b = 7$, से $S = 750$ की जाँच

प्रथम आधार-वर्ग

a	6	46	86	126
b	8	48	88	128
	168	208	248	288
	328	368	408	448

विशिष्ट आधार-वर्ग

6	8	46	48
86	88	126	128
168	328	208	368
248	408	288	448

विशिष्ट जादुई-वर्ग

6	288	408	48
368	88	126	168
128	328	208	86
248	46	8	448

-----750

ॐ श्री हरि अल्लाह बिट्ठल-बिट्ठल साहेब कृष्ण साई राम ।

श्री बूढादेव प्रभु यीशु बुद्धम् महावीराय, झूलेलाल वाहे गुरु सतनाम ॥

•श्री बूढादेव जयसेवा यंत्र•



※७५० श्री बूढादेवाय नमः ७५० ※

जयसेवा	१	१४८	३	१४६	१४५	५	१४३	८	१४१	१०	जयसेवा
जयसेवा	२०	१२	१३	१३६	१३५	१३४	१३३	१८	१६	१३०	जयसेवा
जयसेवा	१२०	१२१	२३	१२६	१२५	२५	१२३	२८	२६	३०	जयसेवा
जयसेवा	४०	३६	३८	३४	११४	११५	३७	११२	१११	११०	जयसेवा
जयसेवा	१०६	४६	१०७	४७	४५	४६	४४	१०२	१०१	१००	जयसेवा
जयसेवा	४१	१०८	४३	१०६	१०४	१०५	१०३	४८	४२	५०	जयसेवा
जयसेवा	११६	११८	११७	११३	३५	३६	११६	३३	३२	३१	जयसेवा
जयसेवा	२१	२२	१२२	२४	२६	१२४	२७	१२७	१२८	१२६	जयसेवा
जयसेवा	१३६	१३१	१३७	१४	१५	१६	१७	१३२	१३८	११	जयसेवा
जयसेवा	१४०	२	१४७	४	६	१४४	७	१४२	६	१४६	जयसेवा

जयपरमापेन• जय सगापेन• सल्लेर गांगेर लिंगो मोद वेरची• जयसेवा जय सेवा•

एक ही धर्म, मानव धर्म, एक ही जाति, मानव जाति ।

योगमान $S=750$ के प्रतिसमिकावार कुल प्रकारों की संकलन तालिका

[1] 3×3 का जादुई-वर्ग रचना के प्रति

क्रमांक	समिका	प्रथम आधार-वर्ग की संख्या p	प्रथम आधार-नर्ग से विस्तारित आधार-नर्ग की संख्या	
			सामान्य जादुई-वर्ग रचना के प्रति $P \times 8$	रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति $P \times 8$
1	2	3	4	5
1	$2S = 2N \cdot a + N \cdot (N^2 - 1) \cdot d$	62	496	496
2	$2S = 2N \cdot a + N \cdot (N - 1) \cdot (d + k)$	23,126	1,85,008	1,85,008
योग		23,188	1,85,504	1,85,504

[2A] 4×4 का जादुई-वर्ग रचना के प्रति

क्रमांक	समिका	I प्रथम आधार-वर्ग की संख्या p	प्रथम आधार-नर्ग से विस्तारित आधार-नर्ग की संख्या		
			विशिष्ट अरंगित जादुई-वर्ग के प्रति	रंगीन जादुई-वर्ग सामान्य में जादुई-वर्ग के प्रति	विशिष्ट में जादुई-वर्ग के प्रति
1	2	3	4	5	6
1	$2S = 2N \cdot a + N \cdot (N^2 - 1) \cdot d$	13	3588	1092	156
2	$2S = N \cdot (a+b) + N \cdot (\frac{N^2}{2} - 1) \cdot d$	4,779	13,19,004	4,01,436	57,348
3	$2S = 2N \cdot a + N \cdot (N - 1) \cdot (d + k)$	2730	7,53,480	2,29,320	32,760
योग		7 522	20,76,072	6,31,848	90,264

[2B] 4×4 का सामान्य (रंग धारण करने के गुण से मुक्त) विशिष्ट जादुई-वर्ग रचना के प्रति

क्रमांक	समिका	प्रथम आधार-वर्ग की संख्या p	प्रथम आधार-नर्ग से विस्तारित आधार-नर्ग की संख्या $P \times 184$
1	2	3	4
1	$S = (a+b+c+e+6d)$	3,218	5,92,112
2-1	$S = (2a+b+c+10d)$	2789	5,13,176
2-2	$S = (a+2b+c+10d)$	2912	5,35,808
2-3	$S = (a+b+2c+10d)$	3593	6,61,112
3-1	$S = (3a+b+18d)$	2590	4,76,560
3-2	$S = (a+3b+18d)$	1240	2,28,160
योगमान		16,342	30,06,928

[4] 5*5 का जादुई-वर्ग रचना के प्रति

क्रमांक	समिका	प्रथम आधार-वर्ग की संख्या p	प्रथम आधार-वर्ग से विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या	
			सामान्य जादुई-वर्ग रचना के प्रति $P*184$	रंगीन जादुई-वर्ग रचना के प्रति $P*56$
1	2	3	4	5
1	$2S = 2N*a + N*(N^2 - 1) * d$	12	2,208	672
2	$2S = 2N*a + N*(N-1)*(d+k)$	972	1,78,848	56,376
	योग	984	1,81,056	57,058

[5] 6*6 का जादुई-वर्ग रचना के प्रति

क्रमांक	समिका	प्रथम आधार-वर्ग की संख्या p	प्रथम आधार-वर्ग से विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या	
			रंगीन जादुई-वर्ग	
			सामान्य में जादुई-वर्ग के प्रति	विशिष्ट में जादुई-वर्ग के प्रति
1	2	3	4	6
1	$2S = 2N*a + N*(N^2 - 1) * d$	3	2,256	48
2	$2S = N*(a+b) + N*(\frac{N^2}{2} - 1) * d$	847	4,77,708	3388
3	$2S = 2N*a + N*(N - 1) * (d + k)$	362	2,72,224	5,792
4	$2S = 2aN + N(\frac{N^2}{m} - 1)d + (m - 1) N * k$	658	3,71,112	7,896
	योगमान	1870	11,23,300	17,124

[6] 10*10 का जादुई-वर्ग रचना के प्रति

क्रमांक	समिका	प्रथम आधार-वर्ग की संख्या p	प्रथम आधार-वर्ग से विस्तारित आधार-वर्ग की संख्या	
			रंगीन जादुई-वर्ग	
			सामान्य में जादुई-वर्ग के प्रति	विशिष्ट में जादुई-वर्ग के प्रति
1	2	3	4	6
1	$2S = 2N*a + N*(N^2 - 1) * d$	-----	-----	-----
2	$2S = N*(a+b) + N*(\frac{N^2}{2} - 1) * d$	75	34,55,100	300
3	$2S = 2N*a + N*(N - 1) * (d + k)$	33	20,26,992	528

4	$2S = 2aN + N\left(\frac{N^2}{m} - 1\right)d + (m - 1) N * k$	25	11,51,700	300
योगमान		133	66,33,792	1128

महायाग तालिका

क्रमांक	N*N का जादुई-वर्ग रचना के प्रति	प्रथम आधार-वर्ग की संख्या p	प्रथम आधार-नर्ग से विस्तारित आधार-नर्ग की संख्या				महायोग
			सामान्य (अंरगित)		रंगीन जादुई-वर्ग		
			सामान्य जादुई-वर्ग के प्रति	विशिष्ट जादुई-वर्ग के प्रति	सामान्य जादुई-वर्ग के प्रति	विशिष्ट जादुई-वर्ग के प्रति	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	3*3	23,188	1,85,504	-----	1,85,504		3,71,008
2	4*4 A	7, 522		20,76,072	6,31,848	90,264	27,98,184
3	4*4 B	16,342		30,06,928			30,06,928
4	5*5	984	1,81,056		57,058		2,38,114
5	6*6	1,870			11,23,300	17,124	11,40,42 4
6	10*10	133			66,33,792	1,128	66,34,920
योग			3, 66,560	50,83,000	86,31,502	1,08,516	1,41,89,578

एक करो इक्वालीस लाख नवासी हजार पाँच सौ अठहत्तर

-----0000-----