

2n कोणिक तारांकित त्रिघरिया यंत्रम्-कवचम्

2n कोणिक तारांकित आकृति- ($n \geq 3$) के प्रति $2n$ सम बहु भुज के भुजाओं को दोनों ओर परस्पर उनके प्रतिच्छेद बिन्दु तक बढ़ाने से रचित प्राप्त आकृति **2n कोणिक तारांकित आकृति** कइलाता है। जिसमें $2n$ सम बहुभुज के सभी $2n$ भुजाओं पर बाह्य सर्वांगसम त्रिभुज रचित होता है। इन सर्वांगसम त्रिभुज का आधार भुजा उक्त $2n$ सम बहुभुज की भुजा ही होगा। इस प्रकार प्राप्त **2n कोणिक तारांकित आकृति** में एक $2n$ सम बहुभुज के अन्तःभाग प्राप्त होगा।

2n कोणिक तारांकित त्रिघरिया यंत्रम्-कवचम्-

1• 2n कोणिक तारांकित आकृति के $2n$ सम बहुभुज के अन्तःभाग में कोई प्राकृत संख्या राशि x प्रतिस्थापित कीजिये।

2• 2n कोणिक तारांकित आकृति के $2n$ सम बहुभुज के सभी $2n$ भुजाओं पर बाह्य रचित सर्वांगसम त्रिभुज को चक्रीय क्रम में $1, 2, 3, 4, \dots, (2n-3), (2n-2), (2n-1), 2n$ का क्रमांक दीजिये। इन क्रम स्थित त्रिभुजों में प्राकृत संख्या के अद्वितीय नियम के परिपालन में क्रमशः $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{2n-3}, x_{2n-2}, x_{2n-1}, x_{2n}$ ऐसा हो कि- समरेख नियम में-
 $[x_1 + x + x_{n+1}] = [x_2 + x + x_{n+2}] = [x_3 + x + x_{n+3}] = [x_4 + x + x_{n+4}] = \dots = [x_{n-3} + x + x_{2n-3}] = [x_{n-2} + x + x_{2n-2}] = [x_{n-1} + x + x_{2n-1}] = [x_n + x + x_{2n}] = S$ का परिपालन करता हो। **2n कोणिक तारांकित त्रिघरिया यंत्रम्-कवचम् कहलाता है।**

2n कोणिक तारांकित त्रिघरिया यंत्रम्-कवचम् रचना-

1■ (2n+1) पदी समान्तर संख्या ज़ेढ़ी के अवयव का अनुप्रयोग द्वारा-

माना कि $(2n+1)$ पदी समान्तर संख्या ज़ेढ़ी के अवयव- प्रथम पद a , पदान्तर d के प्रति-

$a, (a+d), (a+2d), (a+3d), \dots, \{a+(n-1)d\}, \{a+nd\}, \{a+(n+1)d\}, \dots, \{a+(2n-3)d\}, \{a+(2n-2)d\}, \{a+(2n-1)d\}, \{a+2nd\}$ संकेतन में-

$x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n, x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{2n-2}, x_{2n-1}, x_{2n}, x_{2n+1}$ है।

तब **2n कोणिक तारांकित त्रिघरिया यंत्रम्-कवचम् रचना** की 3 स्थिति बनती है।

2n कोणिक तारांकित आकृति के $2n$ सम बहु भुज के अन्तःभाग में कोई प्राकृत संख्या राशि x -

1• $x = (2n+1)$ पदी समान्तर संख्या ज़ेढ़ी का प्रथम पद x_1 प्रतिस्थापित किये जाने के प्रति समरेख नियम में-

$[x_2 + x_1 + x_{2n+1}] = [x_3 + x_1 + x_{2n}] = [x_4 + x_1 + x_{2n-1}] = [x_5 + x_1 + x_{2n-2}] = \dots = [x_{n-2} + x_1 + x_{n+5}] = [x_{n-1} + x_1 + x_{n+4}] = [x_n + x_1 + x_{n+3}] = [x_{n+1} + x_1 + x_{n+2}] = S = [3a + (2n+1)d] = 3 \times \text{प्रथमपद} + \text{पदों की संख्या} \times \text{पदान्तर}$ होगा।

2• $x = (2n+1)$ पदी समान्तर संख्या ज़ेढ़ी का मध्य पद x_{n+1} प्रतिस्थापित किये जाने के प्रति समरेख नियम में-

$[x_1 + x_{n+1} + x_{2n+1}] = [x_2 + x_{n+1} + x_{2n}] = [x_3 + x_{n+1} + x_{2n-1}] = [x_4 + x_{n+1} + x_{2n-2}] = \dots = [x_{n-3} + x_{n+1} + x_{n+5}] = [x_{n-2} + x_{n+1} + x_{n+4}] = [x_{n-1} + x_{n+1} + x_{n+3}] = [x_n + x_{n+1} + x_{n+2}] = S = 3x_{n+1} = 3[a+nd] = 3[\text{मध्यपद}]$ होगा।

3• $x = (2n+1)$ पदी समान्तर संख्या श्रेणी का अंत्य पद x_{2n+1} प्रतिस्थापित किये जाने के प्रति समरेख नियम में-

$[x_1 + x_{2n+1} + x_{2n}] = [x_2 + x_{2n+1} + x_{2n-1}] = [x_3 + x_{2n+1} + x_{2n-2}] = [x_4 + x_{n+1} + x_{2n-3}] = \dots = [x_{n-3} + x_{2n+1} + x_{n+4}] = [x_{n-2} + x_{2n+1} + x_{n+3}] = [x_{n-1} + x_{2n+1} + x_{n+2}] = [x_n + x_{2n+1} + x_{n+1}] = S = 3a + (4n-1)d$
 $= [3a + \{2(2n+1) - 3\}d] = [3 * \text{प्रथमपद} + \{2(\text{पदों की संख्या}) - 3\} * \text{पदान्तर}] =$ होगा।

2■ योगमान S के प्रति $2n$ कोणिक तारांकित आकृति के $2n$ सम बहुभुज के अन्तःभाग में कोई प्राकृत संख्या राशि x और n प्रकार के युग्मीय राशि की सुनिश्चिता विश्लेषण-

योगमान S और n की संगता उदाहरणों पर विश्लेषण प्रस्तुति अवलोकित कीजिये।

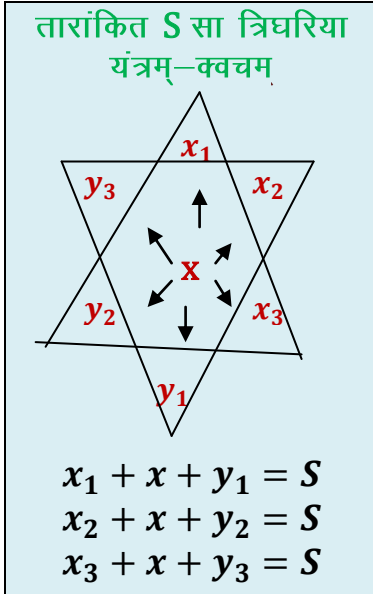
$n=3$ के प्रति $2n=2*3=6$ कोणिक तारांकित त्रिघरिया यंत्रम् कवचम् रचना

षष्ठ काणिक तारांकित आकृति-

दो सर्वांगसम समबाहु त्रिभुज एक-दूसरे के प्रति इस प्रकार प्रतिस्थापित हो कि एक-दूसरे की भूजाये परस्पर सम त्रिभाग करता हो **षष्ठ काणिक तारांकित आकृति** कइलाता है।

अथवा

सम षष्ठभुज के भुजाओं को दोनों ओर परस्पर उनके प्रतिच्छेद बिन्दु तक बढ़ाने से रचित प्राप्त आकृति **षष्ठ काणिक तारांकित आकृति** कइलाता है। जिसमें सम षष्ठभुज के सभी षष्ठ भुजाओं पर बाह्य समबाहु त्रिभुज रचित होता है। इस प्रकार प्राप्त **षष्ठ काणिक तारांकित आकृति** में षष्ठ समबाहु त्रिभुज एक सम षष्ठभुज के अन्तःभाग प्राप्त होगी



योगमान $S \geq 10$ सा के प्रति तारांकित त्रिघरिया यंत्रम्-कवचम्-

उपरोक्तानुसार प्राप्त सम षष्ठभुज का केंद्रक में संख्या x

$1 \leq x \leq (S - 7)$ के प्रतिबंध पर प्राकृत संख्या होगा।

उक्त केंद्रक संख्या x के प्रति ऊर्ध्वतिर्यक नियम के परिपालन में **तीन युग्मीय संख्या अवयव** $(x_1 y_1)$, $(x_2 y_2)$ और $(x_3 y_3)$ ऐसा हो कि सभी अवयव बिना दोहराय अद्वितीय होंगे तथा

$(x_1 + y_1) = (x_2 + y_2) = (x_3 + y_3) = (S - x)$ का परिपालन में हो।

तीन युग्मीय संख्या अवयव $(x_1 y_1)$, $(x_2 y_2)$ और $(x_3 y_3)$ को चुनने का युग्मीय विकल्प समुच्चय में अवयवों की संख्या-

1■ $(S - x)$ सम संख्या $2m$ होने के प्रति - $(m - 1)$ होगा।

यथा

युग्म क्र.	1	2	3	--	--	r			(m-3)	(m-2)	(m-1)
x_r	1	2	3	--	---	r			m-3	m-2	m-1
y_r	2m-1	2m-2	2m-3	--	--	2m-r			m+3	m+2	m+1

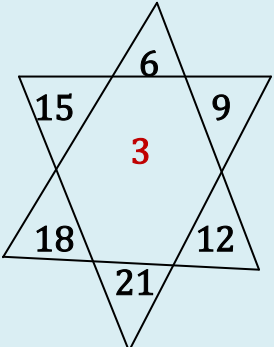
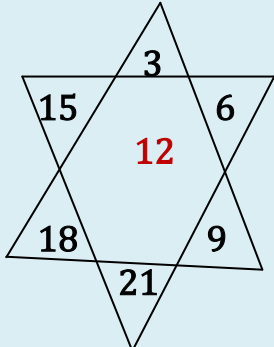
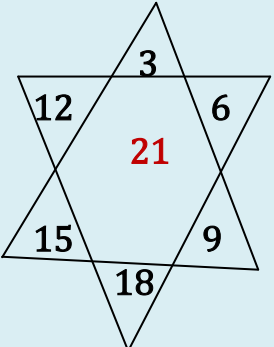
जिनमें से $(x_1 y_1), (x_2 y_2)$ और $(x_3 y_3)$ को एक साथ लिये जान के $\frac{!(m-1)}{!(m-4)*!3}$ तरीके होंगे।

2 ■ $= (S-x)$ विषम संख्या $(2m+1)$ होने के प्रति $-m$ होगा।
यथा

युग्म क्र.	1	2	3	--	--	r			(m-2)	(m-1)	m
x_r	1	2	3	--	---	r			m-2	m-1	m
y_r	2m	2m-1	2m-2	--	--	2m-r+1			m+3	m+2	m+1

जिनमें से $(x_1 y_1), (x_2 y_2)$ और $(x_3 y_3)$ को एक साथ लिये जाने के $\frac{!m}{!(m-3)*!3}$ तरीके होंगे।

सात पदी समान्तर श्रेणी $[a, (a+d), (a+2d), (a+3d), (a+4d), (a+5d), (a+6d)]$ होने के

प्रथमपद $a=3$ और पदान्तर $d=3$ से सात पदी समान्तर श्रेणी $[3, 6, 9, 12, 15, 18, 21]$ की प्रयुक्ता में		
1•प्रथमपद का नियम	2•द्वितीय पद का नियम	3•अन्त्यपद का नियम
<p>तारांकित तीसा त्रिघरिया यंत्रम्-कवचम्</p>  <p>6+3+21=30 9+3+18=30 12+3+15=30 योगमान $s=3a+7d$</p>	<p>तारांकित छत्तीसा त्रिघरिया यंत्रम्-कवचम्</p>  <p>3+12+21=36 6+12+18=36 9+12+15=36 योगमान $s=3*[a+3d]$</p>	<p>तारांकित ब्यालीसा त्रिघरिया यंत्रम्-कवचम्</p>  <p>3+21+18=42 6+21+15=42 9+21+12=42 योगमान $s=3*a+11d$</p>

प्रति तारांकित त्रिघरिया यंत्रम्-कवचम में योगमान S सा =

1• प्रथमपद का नियम से $3*प्रथमपदमान+ पद संख्या* पदान्तर= 3a + 7*d$

2• मध्य पद का नियम से $3* मध्यपद मान = 3[a+3d]$

3• अन्त्य पद का नियम से $= [3*प्रथमपद + \{2(पदों की संख्या) - 3\}*पदान्तर]$
 $= [3a + \{2(2n+1) - 3\}d] = [3a + \{2*7 - 3\}d] = 3a + 11d$

क्रमागत सात संख्या $[a, (a+1), (a+2), (a+3), (a+4), (a+5), (a+6)]$ होने के

क्रमागत सात संख्या 9,10,11,12,13,14,15		
1•प्रथमपद का नियम	2•द्वितीय पद का नियम	3•अन्त्यपद का नियम
<p>तारांकिततीसा त्रिघरिया यंत्रम्-कवचम्</p> <p>6+3+21=30 9+3+18=30 12+3+15=30 योगमान $s=3*a+7$</p>	<p>तारांकित छत्तीसा त्रिघरिया यंत्रम्-कवचम्</p> <p>3+12+21=36 6+12+18=36 9+12+15=36 योगमान $s=3[a+3]$</p>	<p>तारांकित ब्यालीसा त्रिघरिया यंत्रम्-कवचम्</p> <p>3+21+18=38 6+21+16=38 9+21+12=38 योगमान $s=3*11$</p>

प्रति तारांकित त्रिघरिया यंत्रम् -कवचम में योगमान S सा =

1• प्रथमपद का नियम से $3*प्रथमपदमान+ पद संख्या* पदान्तर= 3a + 7*d = 3a+7$

2• मध्य पद का नियम से $3* मध्यपद मान = 3[a+3d] = 3[a+3]$

3• अन्त्य पद का नियम से $= [3*प्रथमपद + \{2(पदों की संख्या) - 3\}*पदान्तर]$
 $= [3a + \{2(2n+1) - 3\}d] = [3a + \{2*7-3\}d] = 3a+11d$ $3a+11$

योगमान S = 10 सा के प्रति

1• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या x = 1 लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3
x_r	2	3	4
y_r	7	6	5

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!3}{6*!(3-3)} = \frac{1*2*3}{6} = 1$ ही तरीका होगा

योगमान S = 11 सा के प्रति

1• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या x = 1 लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3
x_r	2	3	4
y_r	8	7	6

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!3}{6*!(3-3)} = \frac{1*2*3}{6} = 1$ ही तरीका होगा

योगमान $S = 12$ सा के प्रति

1• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 1$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4
, x_r	2	3	4	5
y_r	9	8	7	6

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!4}{6*(3-3)} = \frac{1*2*3*4}{6} = 4$ तरीके होंगे।

2• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 2$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3
, x_r	1	3	4
y_r	9	7	6

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!3}{6*(3-3)} = \frac{1*2*3}{6} = 1$ ही तरीका होगा

3• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 3$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3
, x_r	1	2	4
y_r	8	7	5

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!3}{6*(3-3)} = \frac{1*2*3}{6} = 1$ ही तरीका होगा

4• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 4$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3
, x_r	1	2	3
y_r	7	6	5

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!3}{6*(3-3)} = \frac{1*2*3}{6} = 1$ ही तरीका होगा

इस प्रकार कुल यथैष्ट हलो के प्रकारों की संख्या 7 होगा।

योगमान $S \geq 21$ सा के प्रति

1• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 1$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8
, x_r	2	3	4	5	6	7	8	9
y_r	18	17	16	15	14	13	12	11

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!8}{6*(8-3)} = \frac{6*7*8}{6} = 56$ तरीके होंगे।

2• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 2$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8
, x_r	1	3	4	5	6	7	8	9
y_r	18	16	15	14	13	12	11	10

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!8}{6*(8-3)} = \frac{6*7*8}{6} = 56$ तरीके होंगे

3• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 3$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7
, x_r	1	2	4	5	6	7	8
y_r	17	16	14	13	12	11	10

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!7}{6*(7-3)} = \frac{5*6*7}{6} = 35$ तरीके होंगे।

4• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 4$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7
, x_r	1	2	3	5	6	7	8
y_r	16	15	14	12	11	10	9

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!7}{6*(7-3)}$
 $= \frac{5*6*7}{6} = 35$ तरीके होंगे।

5• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 5$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6
, x_r	1	2	3	4	6	7
y_r	15	14	13	12	10	9

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!6}{6*(6-3)} = \frac{4*5*6}{6}$
 $= 20$ तरीके होंगे।

6• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 6$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6
, x_r	1	2	3	4	5	7
y_r	14	13	12	11	10	8

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!6}{6*(6-3)} = \frac{4*5*6}{6}$
 $= 20$ तरीके होंगे।

7• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 7$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6
, x_r	1	2	3	4	5	6
y_r	13	12	11	10	9	8

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!6}{6*(6-3)} = \frac{4*5*6}{6}$
 $= 20$ तरीके होंगे।

8• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 8$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5
, x_r	1	2	3	4	6
y_r	12	11	10	9	7

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!5}{6*(5-3)} = \frac{3*4*5}{6} = 10$
 तरीके होंगे।

9• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 9$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4
, x_r	1	2	4	5
y_r	11	10	8	7

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!4}{6*(4-3)} = \frac{2*3*4}{6} = 4$ तरीके
 होंगे।

10• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 10$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4
, x_r	2	3	4	5
y_r	9	8	7	6

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!4}{6*(4-3)} = \frac{2*3*4}{6} = 4$ तरीके
 होंगे।

11• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 11$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4
, x_r	1	2	3	4
y_r	9	8	7	6

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!4}{6*(4-3)} = \frac{2*3*4}{6} = 4$ तरीके
 होंगे।

12• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 12$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4
, x_r	1	2	3	4
y_r	8	7	6	5

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!4}{6*(4-3)} = \frac{2*3*4}{6} = 4$ तरीके होंगे।

13• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 13$ लिये जाने पर

युग्म क्र.	1	2	3
, x_r	1	2	3
y_r	7	6	5

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!3}{6*(3-3)} = \frac{1*2*3}{6} = 1$ तरीके होंगे।

14• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 14$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3
, x_r	1	2	3
y_r	6	5	4

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!3}{6*(3-3)} = \frac{1*2*3}{6} = 1$ तरीके होंगे।

1से 14 तक के गणना से प्राप्त तरीकों का योग मान = $56+56$
 $+35+35+20+20+20+10+4+4+4+4+1+1=270$ होगा।

योगमान $S \geq 22$ सा के प्रति

1• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 1$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
, x_r	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_r	19	18	17	16	15	14	13	12	11

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!9}{6*(9-3)} = \frac{7*8*9}{6} = 84$ तरीके होंगे।

2• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 2$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8
, x_r	1	3	4	5	6	7	8	9
y_r	19	17	16	15	14	13	12	11

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!8}{6*(9-3)} = \frac{6*7*8}{6} = 56$ तरीके होंगे

3• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 3$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8
, x_r	1	2	4	5	6	7	8	9
y_r	18	17	15	14	13	12	11	10

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!8}{6*(9-3)} = \frac{6*7*8}{6} = 56$ तरीके होंगे।

4• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 4$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7
, x_r	1	2	3	5	6	7	8
y_r	17	16	15	13	12	11	10

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!7}{6*(7-3)} = \frac{5*6*7}{6} = 35$ तरीके होंगे।

5• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 5$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7
, x_r	1	2	3	4	6	7	8
y_r	16	15	14	13	11	10	9

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!7}{6*(7-3)} = \frac{5*6*7}{6} = 35$ तरीके होंगे।

6• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 6$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6
, x_r	1	2	3	4	5	7
y_r	15	14	13	12	11	9

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!6}{6*(6-3)} = \frac{4*5*6}{6}$
 $=20$ तरीके होंगे।

7• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 7$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6
, x_r	1	2	3	4	5	6
y_r	14	13	12	11	10	9

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!6}{6*(6-3)} = \frac{4*5*6}{6}$
 $=20$ तरीके होंगे।

8• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 8$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5
, x_r	1	2	3	4	5
y_r	13	12	11	10	9

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!5}{6*(6-3)} = \frac{3*4*5}{6} = 10$
 तरीके होंगे।

9• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 9$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5
, x_r	1	2	3	5	6
y_r	12	11	10	8	7

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!5}{6*(6-3)} = \frac{3*4*5}{6} = 10$
 तरीके होंगे।

10• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 10$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4
, x_r	1	3	4	5
y_r	11	9	8	7

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!4}{6*(4-3)} = \frac{2*3*4}{6} = 4$ तरीके
 होंगे।

11• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 11$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5
, x_r	1	2	3	4	5
y_r	10	9	8	7	6

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!5}{6*(5-3)} = \frac{3*4*5}{6} = 10$
 तरीके होंगे।

12• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 12$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4
, x_r	1	2	3	4
y_r	9	8	7	6

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!4}{6*(4-3)} = \frac{2*3*4}{6} = 4$ तरीके
 होंगे।

13• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 13$ लिये जाने पर

युग्म क्र.	1	2	3	4
, x_r	1	2	3	4
y_r	8	7	6	5

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!4}{6*(4-3)} = \frac{2*3*4}{6} = 4$ तरीके
 होंगे।

14• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 14$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3
, x_r	1	2	3
y_r	7	6	5

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!3}{6*(3-3)} = \frac{1*2*3}{6} = 1$ तरीके होंगे।

15• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 15$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3
, x_r	1	2	3
y_r	6	5	4

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!3}{6*(3-3)} = \frac{1*2*3}{6} = 1$ तरीके होंगे।

1से 15 तक के गणना से प्राप्त तरीकों का योग मान =

$$84 + 56 + 56 + 35 + 35 + 20 + 20 + 10 + 10 + 4 + 10 + 4 + 4 + 1 + 1 = 350 \text{ होगा।}$$

योगमान $S \geq 23$ सा के प्रति

1• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 1$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
, x_r	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_r	20	19	18	17	16	15	14	13	12

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!9}{6*(9-3)} = \frac{7*8*9}{6} = 84$ तरीके होंगे।

2• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 2$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
, x_r	1	3	4	5	6	7	8	9	10
y_r	20	18	17	16	15	14	13	12	11

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!9}{6*(9-3)} = \frac{7*8*9}{6} = 84$ तरीके होंगे।

3• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 3$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8
, x_r	1	2	4	5	6	7	8	9
y_r	19	18	16	15	14	13	12	11

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!8}{6*(9-3)} = \frac{6*7*8}{6} = 56$ तरीके होंगे।

4• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 4$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8
, x_r	1	2	3	5	6	7	8	9
y_r	18	17	16	14	13	12	11	10

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!8}{6*(9-3)} = \frac{6*7*8}{6} = 56$ तरीके होंगे।

5• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 5$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7
, x_r	1	2	3	4	6	7	8
y_r	17	16	15	14	12	11	10

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!7}{6*(7-3)} = \frac{5*6*7}{6} = 35$ तरीके होंगे।

6• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 6$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7
, x_r	1	2	3	4	5	7	8
y_r	16	15	14	13	12	11	9

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!7}{6*(7-3)} = \frac{5*6*7}{6} = 35$ तरीके होंगे।

7• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 7$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6
, x_r	1	2	3	4	5	6
y_r	15	14	13	12	11	10

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!6}{6*(6-3)} = \frac{4*5*6}{6}$
 $=20$ तरीके होंगे।

8• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 8$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6
, x_r	1	2	3	4	5	6
y_r	14	13	12	11	10	9

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!6}{6*(6-3)} = \frac{4*5*6}{6}$
 $=20$ तरीके होंगे।

9• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 9$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5
, x_r	1	2	3	4	6
y_r	13	12	11	10	8

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!5}{6*(5-3)} = \frac{3*4*5}{6} = 10$
 तरीके होंगे।

10• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 10$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6
, x_r	1	2	3	4	5	6
y_r	12	11	10	9	8	7

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!6}{6*(6-3)} = \frac{4*5*6}{6}$
 $=20$ तरीके होंगे।

11• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 11$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4
, x_r	2	3	4	5
y_r	10	9	8	7

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!4}{6*(4-3)} = \frac{2*3*4}{6} = 4$ तरीके
 होंगे।

12• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 12$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5
, x_r	1	2	3	4	5
y_r	10	9	8	7	6

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!5}{6*(5-3)} = \frac{3*4*5}{6} = 10$
 तरीके होंगे।

13• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 13$ लिये जाने पर

युग्म क्र.	1	2	3	4
, x_r	1	2	3	4
y_r	9	8	7	6

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!4}{6*(4-3)} = \frac{2*3*4}{6} = 4$ तरीके
 होंगे।

14• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 14$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4
, x_r	1	2	3	4
y_r	8	7	6	6

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!4}{6*(4-3)} = \frac{2*3*4}{6} = 4$ तरीके
 होंगे।

15• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 15$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3
, x_r	1	2	3
y_r	7	6	5

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!3}{6*(3-3)} = \frac{1*2*3}{6} = 1$ तरीके होंगे।

16• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 16$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3
, x_r	1	2	3
y_r	6	5	4

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!3}{6*(3-3)} = \frac{1*2*3}{6} = 1$ तरीके होंगे।

1से 16 तक के गणना से प्राप्त तरीकों का योग मान =

$84 + 84 + 56 + 56 + 35 + 35 + 20 + 20 + 10 + 20 + 4 + 10 + 4 + 4 + 1 + 1 = 444$ होगा।

योगमान $S \geq 24$ सा के प्रति

1• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 1$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
, x_r	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y_r	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!10}{6*(10-3)} = \frac{8*9*10}{6} = 120$ तरीके होंगे।

2• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 2$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
, x_r	1	3	4	5	6	7	8	9	10
y_r	21	19	18	17	16	15	14	13	12

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!9}{6*(9-3)} = \frac{7*8*9}{6} = 84$ तरीके होंगे।

3• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 3$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
, x_r	1	2	4	5	6	7	8	9	10
y_r	20	19	17	16	15	14	13	12	11

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!9}{6*(9-3)} = \frac{7*8*9}{6} = 84$ तरीके होंगे।

4• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 4$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8
, x_r	1	2	3	5	6	7	8	9
y_r	19	18	17	15	14	13	12	11

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!8}{6*(9-3)} = \frac{6*7*8}{6} = 56$ तरीके होंगे।

5• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 5$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8
, x_r	1	2	3	4	6	7	8	9
y_r	18	17	16	15	13	12	11	10

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!8}{6*(9-3)} = \frac{6*7*8}{6} = 56$ तरीके होंगे।

6• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 6$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7
, x_r	1	2	3	4	5	7	8
y_r	17	16	15	14	13	11	10

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!7}{6*(7-3)} = \frac{5*6*7}{6} = 35$ तरीके होंगे।

7• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 7$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7
, x_r	1	2	3	4	5	6	8
y_r	16	15	14	13	12	11	9

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!7}{6*(7-3)}$
 $= \frac{5*6*7}{6} = 35$ तरीके होंगे।

8• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 8$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7
, x_r	1	2	3	4	5	6	7
y_r	15	14	13	12	11	10	9

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!7}{6*(7-3)}$
 $= \frac{5*6*7}{6} = 35$ तरीके होंगे।

9• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 9$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6
, x_r	1	2	3	4	5	7
y_r	14	13	12	11	10	8

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!6}{6*(6-3)} = \frac{4*5*6}{6}$
 $= 20$ तरीके होंगे।

10• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 10$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5
, x_r	1	2	3	5	6
y_r	13	12	11	9	8

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!5}{6*(5-3)} = \frac{3*4*5}{6} = 10$
 तरीके होंगे।

11• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 11$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5
, x_r	1	3	4	5	6
y_r	12	10	9	8	7

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!5}{6*(5-3)} = \frac{3*4*5}{6} = 10$
 तरीके होंगे।

12• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 12$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5
, x_r	1	2	3	4	5
y_r	11	10	9	8	7

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!5}{6*(5-3)} = \frac{3*4*5}{6} = 10$
 तरीके होंगे।

13• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 13$ लिये जाने पर

युग्म क्र.	1	2	3	4	5
, x_r	1	2	3	4	5
y_r	10	9	8	7	6

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!5}{6*(5-3)} = \frac{3*4*5}{6} = 10$
 तरीके होंगे।

14• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 14$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4
, x_r	1	2	3	4
y_r	9	8	7	6

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!4}{6*(4-3)} = \frac{2*3*4}{6} = 4$ तरीके होंगे।

15• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 15$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4
x_r	1	2	3	4
y_r	8	7	6	5

में से तीन युग्म चुनने के $\frac{!4}{6!(4-3)} = \frac{2*3*4}{6} = 4$ तरीके होंगे।

16• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 16$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3
x_r	1	2	3
y_r	7	6	5

में से तीन युग्म चुनने के $\frac{!3}{6!(3-3)} = \frac{1*2*3}{6} = 1$ तरीके होंगे।

17• सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 17$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3
x_r	1	2	3
y_r	6	5	4

में से तीन युग्म चुनने के $\frac{!3}{6!(3-3)} = \frac{1*2*3}{6} = 1$ तरीके होंगे।

1से 17 तक के गणना से प्राप्त तरीकों का योग मान = $120+84+84+56+56+35+35+35+20+10+10+10+10+4+4+1+1 = 575$ होगा।

विवेचना—उपरोक्त हलित उदाहरणों से स्पष्ट है कि किसी योगमान $S \geq 10$ के प्रति क्रम 1 से (S-7) तक सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या $x =$ क्रमशः क्रमाकों क संगत मानों 1,2,3,4 - - - (S-10), (S-9), (S-8), (S-7) सुनिश्चित किया जा सकता है। इन x मानों के प्रति (x_r, y_r) के युग्मीय प्रतिरूपण के वे समस्त प्रतिरूपण प्राप्त कीजिये जो कि $(x, + y_r) = (S - x)$ समिका को $[x \neq x_r \neq y_r]$ के प्रतिबंध पर संतुष्ट करता हो। इस प्रकार षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या x के प्रति प्राप्त युग्मों की संख्या —

1• $(S - x) = (2y + 1)$ होने के प्रति y अथवा $(y - 1)$ होंगे।

2• $(S - x) = 2y$ होने के प्रति $(y - 1)$ अथवा $y - 2$ होंगे।

कुछ I अपवादों के साथ मान्य होगा। सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या x के प्रति (x_r, y_r) के युग्मीय प्रतिरूपण में प्राप्त युग्मों की संख्या m में से कोई भी तीन युग्म चुनना होगा। जिसे चुनने के तरीकों की कुल संख्या $\frac{!m}{!3!(m-3)} = \frac{(m-2)*(m-1)*m}{6}$ का हल मान

होगा। इस प्रकार षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या x के सभी मानों 1,2,3,4 - - - (S-10), (S-9), (S-8), (S-7) मानों के प्रति (x_r, y_r) के युग्मीय प्रतिरूपण में प्राप्त युग्मों की संख्या $[m_1, m_2, m_3, m_4 - - - - m_{s-10}, m_{s-9}, m_{s-8}, m_{s-7}]$ होने पर इन प्रत्येक युग्मों की संख्या में से तीन युग्म चुनने के क्रमश $[t_1, t_2, t_3, t_4 - - - - t_{s-10}, t_{s-9}, t_{s-8}, t_{s-7}]$ प्राप्त होने पर किसी योगमान $S \geq 10$ के प्रति तारांकित त्रिधरिया यंत्रम्-क्वचम के समस्त प्रकारों की संख्या $[t_1, t_2, t_3, t_4 - - - - t_{s-10}, t_{s-9}, t_{s-8}, t_{s-7}]$ का बिना किसी सूत्र समिका के सरल योगमान होगा।

<p>तारांकित 108सा त्रिघरिया म्हावीराय क्वच-यंत्र</p>	<p>तारांकित 505सा त्रिघरिया श्रीराम क्वच-यंत्र</p>	<p>तारांकित 750सा त्रिघरिया श्री बूढादेव क्वच-यंत्र</p>	<p>तारांकित 786सा त्रिघरिया प्वर दिगार अल्लाह क्वच-यंत्र</p>
--	--	---	--

योगमान S सा के 3 द्वारा विभाजित होने के प्रतिबध पर रचना के लिये –
सात पदी समांतर श्रेढी प्राप्त करने के प्रति प्रथम पद a और पदान्तर b प्राप्त करने

रैखिक समीकरण $a+3b = \frac{S}{3} =$ सम षष्ठभुज का केन्द्रक में दर्ज संख्या x को हल करने पर
 a और पदान्तर b के एक या एक से अधिक हल युग्म प्राप्त हांगे।

योगमान S सा = 21 सा के प्रति

रैखिक समीकरण $a+3b = \frac{21}{3} = 7$ सम षष्ठभुज का केन्द्रक में दर्ज संख्या x होगा को हल
करने पर

a	1	4	कुल प्रकारों की संख्या 2
b	2	1	

योगमान S सा = 33 सा के प्रति

रैखिक समीकरण $a+3b = \frac{33}{3} = 11$ सम षष्ठभुज का केन्द्रक में दर्ज संख्या x होगा को हल
करने पर

a	2	5	8	कुल प्रकारों की संख्या 3
b	3	2	3	

योगमान S सा = 36 सा के प्रति

रैखिक समीकरण $a+3b = \frac{36}{3} = 12$ सम षष्ठभुज का केन्द्रक में दर्ज संख्या x होगा को हल
करने पर

a	3	6	9	कुल प्रकारों की संख्या 3
b	3	2	3	

योगमान S सा = 108 सा के प्रति

रैखिक समीकरण $a+3b = \frac{108}{3} = 36$ सम षष्ठभुज का केन्द्रक में दर्ज संख्या x होगा को हल
करने पर

a	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	कुल प्रकारों की संख्या 11
b	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	

योगमान S सा = 750 सा के प्रति

रैखिक समीकरण $a+3b = \frac{750}{3} = 250$ सम षष्ठभुज का केन्द्रक में दर्ज संख्या x होगा को हल करने पर

a	1	4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46	49	52	55	58
b	83	82	81	80	79	78	77	76	75	74	73	72	71	70	69	68	67	66	65	64

a	61	64	67	70	73	76	79	82	85	88	91	94	97	100	103	106	109	112
b	63	62	61	60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46

a	115	118	121	124	127	130	133	136	139	142	145	148	151	154	157
b	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31

a	160	163	166	169	172	175	178	181	184	187	190	193	196	199	202
b	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16

a	205	208	211	214	217	220	223	226	229	232	235	238	241	244	247
b	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

कुल प्रकारों की संख्या 83

योगमान S सा = 786 सा के प्रति

रैखिक समीकरण $a+3b = \frac{786}{3} = 262$ सम षष्ठभुज का केन्द्रक में दर्ज संख्या x होगा को हल करने पर

a	1	4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46	49	52	55	58
b	87	86	85	84	83	82	81	80	79	78	77	76	75	74	73	72	71	70	69	68

a	61	64	67	70	73	76	79	82	85	88	91	94	97	100	103	106	109	112
b	67	66	65	64	63	62	61	60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50

a	115	118	121	124	127	130	133	136	139	142	145	148	151	154	157
b	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35

a	160	163	166	169	172	175	178	181	184	187	190	193	196	199	202
b	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20

a	205	208	211	214	217	220	223	226	229	232	235	238	241	244	247
b	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5

a	250	253	256	259
b	4	3	2	1

कुल प्रकारों की संख्या 87

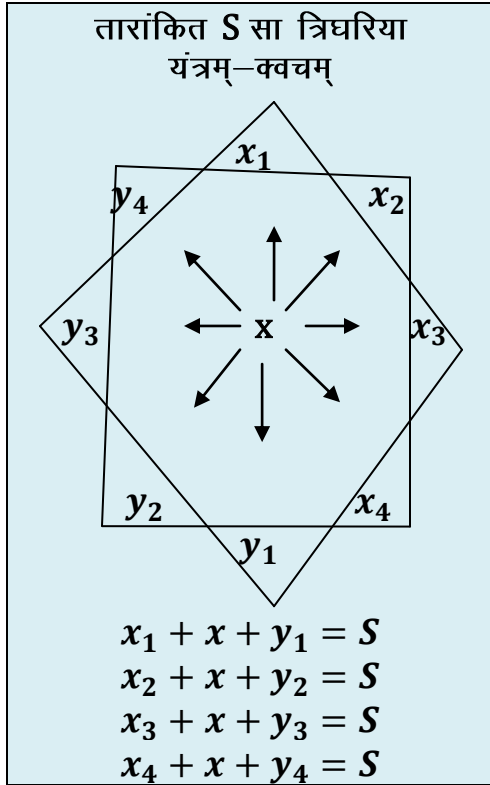
<p>तारांकित 108सा त्रिघरिया म्हावीराय क्वच-यंत्र</p>	<p>तारांकित 505सा त्रिघरिया श्रीराम क्वच-यंत्र</p>	<p>तारांकित 750सा त्रिघरिया श्री बूढादेव क्वच-यंत्र</p>	<p>तारांकित 786सा त्रिघरिया पवर दिगार अल्लाह क्वच-यंत्र</p>
--	--	---	---

उपरोक्त हल तालिका के अनुसार-

योगमान S सा $= 3x$ सा के प्रति सम षष्ठभुज का केन्द्रक में दर्ज संख्या x होगा।

$n=4$ के प्रति $2n=2*4=8$ (अष्ट)कोणिक तारांकित त्रिघरिया यंत्रम् क्वचम् रचना

-
-अष्ट कोणिक तारांकित आकृति-सम अष्टभुज के भुजाओं को दोनों ओर परस्पर उनके प्रतिच्छेद बिन्दु तक बढ़ाने से रचित प्राप्त आकृति अष्ट कोणिक तारांकित आकृति कइलाता है। जिसमें सम अष्टभुज के सभी अष्ट भुजाओं पर बाह्य सम द्विबाहु त्रिभुज रवित होता है। इस प्रकार प्राप्त अष्ट कोणिक तारांकित आकृति में अष्ट सम द्विबाहु त्रिभुज एक सम अष्टभुज के अन्तःभाग प्राप्त होगी



योगमान $S \geq 12$ सा के प्रति तारांकित त्रिघरिया यंत्रम्-क्वचम्- उपरोक्तानुसार प्राप्त सम षष्ठभुज का केन्द्रक में संख्या x $1 \leq x \leq (S - 9)$ के प्रतिबंध पर प्राकृत संख्या होगा।

उक्त केन्द्रक संख्या x के प्रति ऊर्ध्वतिर्यक नियम के परिपालन में चार युग्मीय संख्या अवयव $(x_1 y_1)$, $(x_2 y_2)$ और $(x_3 y_3)$ $(x_4 y_4)$ ऐसा हो कि सभी अवयव बिना दोहराये अद्वितीय होंगे तथा $(x_1 + y_1) = (x_2 + y_2) = (x_3 + y_3) = (x_4 + y_4) = (S - x)$ का परिपालन में हो।

चार युग्मीय संख्या अवयव $(x_1 y_1)$, $(x_2 y_2)$ $(x_3 y_3)$ और $(x_4 y_4)$ को चुनने का युग्मीय विकल्प समुच्चय में अवयवों की संख्या-

1 ■ $(S - x)$ सम संख्या $2m$ होने के प्रति - $(m - 1)$ होगा। यथा

युग्म क्र.	1	2	3	--	--	r			(m-3)	(m-2)	(m-1)
x_r	1	2	3	--	---	r			m-3	m-2	m-1
y_r	2m-1	2m-2	2m-3	--	--	2m-r			m+3	m+2	m+1

जिनमें से $(x_1 y_1), (x_2 y_2)$ और $(x_3 y_3)$ को एक साथ लिये जाने के

$$\frac{!(m-1)}{!(m-5)*!4} = \frac{(m-4)*(m-3)*(m-2)*(m-1)}{24} \text{ के हलमान तरीके होंगे।}$$

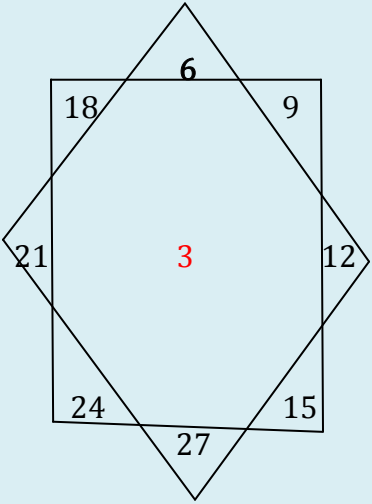
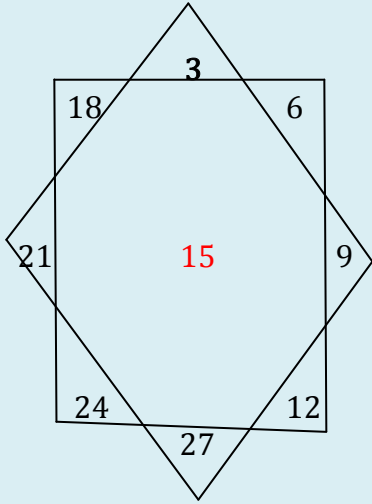
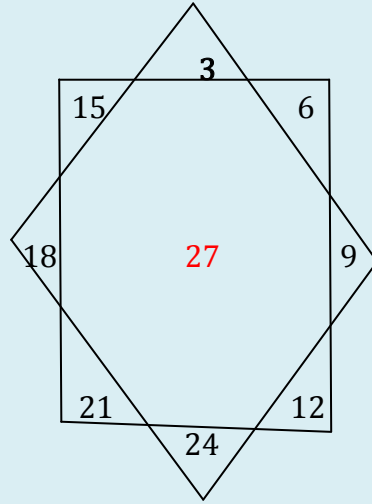
2 ■ $= (S-x)$ विषम संख्या $(2m+1)$ होने के प्रति $-m$ होगा। यथा

युग्म क्र.	1	2	3	--	--	r			(m-2)	(m-1)	m
x_r	1	2	3	--	---	r			m-2	m-1	m
y_r	2m	2m-1	2m-2	--	--	2m-r+1			m+3	m+2	m+1

जिनमें से $(x_1 y_1), (x_2 y_2)$ और $(x_3 y_3)$ को एक साथ लिये जाने के

$$\frac{!m}{!(m-4)*!4} = \frac{(m-3)*(m-2)*(m-1)*m}{24} \text{ के हलमान तरीके होंगे।}$$

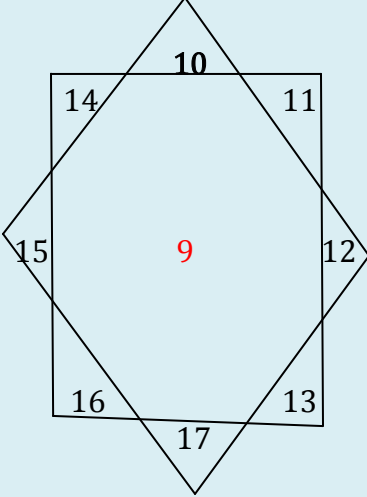
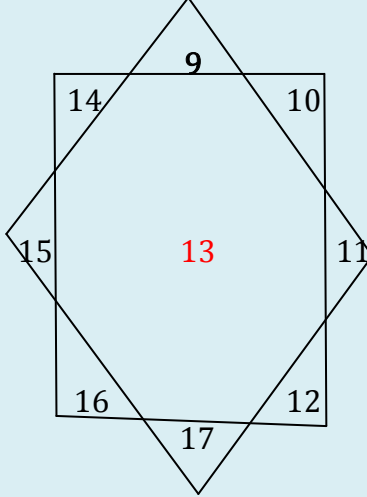
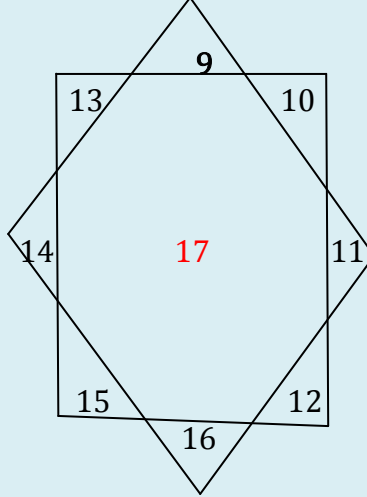
नौ पदी समान्तर श्रेढी $[a, (a+d), (a+2d), (a+3d), (a+4d), (a+5d), (a+6d), (a+7a), (a+8a)]$ होने

प्रथमपद $a=3$ और पदान्तर $d=3$ से नौ पदी समान्तर श्रेढी $[3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27]$ की प्रयुक्ता में		
1•प्रथमपद का नियम तारांकितछत्तीसा त्रिघरिया यंत्रम्-क्वचम्	2•द्वितीय पद का नियम तारांकितपैतालीसा त्रिघरिया यंत्रम्-क्वचम्	3•अन्त्यपद का नियम तारांकितपैतालीसा त्रिघरिया यंत्रम्-क्वचम्
		
$6+3+27=36$ $9+3+24=36$ $12+3+21=36$ $15+3+18=36$ योगमान $S=3a+9d$	$3+15+27=45$ $6+15+24=45$ $9+15+21=45$ $12+15+18=45$ योगमान $S=3[a+4d]$	$3+15+27=45$ $6+15+24=45$ $9+15+21=45$ $12+15+18=45$ योगमान $S=3a+15d$

के प्रति तारांकित त्रिघरिया यंत्रम्-क्वचम में योगमान S सा

- 1• प्रथमपद का नियम से $3 \times \text{प्रथमपदमान} + \text{पद संख्या} \times \text{पदान्तर} = 3a + 7d$
- 2• मध्य पद का नियम से $3 \times \text{मध्यपद मान} = 3[a+3d]$
- 3• अन्त्य पद का नियम से $= [3 \times \text{प्रथमपद} + \{2(\text{पदों की संख्या}) - 3\} \times \text{पदान्तर}]$
 $= [3a + \{2(2n+1) - 3\}d] = [3a + \{2 \times 9 - 3\}d] = 3a + 15d$

क्रमागत नौ संख्या $[a, (a+1), (a+2), (a+3), (a+4), (a+5), (a+6), (a+7), (a+8)]$ होने के

क्रमागत नौ संख्या 9,10,11,12,13,14,15 16,17		
1• प्रथमपद का नियम	2• द्वितीय पद का नियम	3• अन्त्यपद का नियम
तारांकितछत्तीसा त्रिघरिया यंत्रम्-कवचम्  $10 + 9 + 17 = 36$ $11 + 9 + 16 = 36$ $12 + 9 + 15 = 36$ $13 + 9 + 14 = 36$ योगमान $S = 3a + 9$	तारांकितउन्चालिसा त्रिघरिया यंत्रम्-कवचम्  $9 + 13 + 17 = 39$ $10 + 13 + 16 = 39$ $11 + 13 + 15 = 39$ $12 + 13 + 14 = 39$ योगमान $S = 3[a+4]$	तारांकितबियालीसा त्रिघरिया यंत्रम्-कवचम्  $9 + 17 + 16 = 42$ $10 + 17 + 15 = 42$ $11 + 17 + 14 = 45$ $12 + 17 + 13 = 42$ योगमान $S = 3a + 15$

प्रति तारांकित त्रिघरिया यंत्रम् -कवचम में योगमान S सा =

- 1• प्रथमपद का नियम से $3 \times \text{प्रथमपदमान} + \text{पद संख्या} \times \text{पदान्तर} = 3a + 9d = 3a + 9$
- 2• मध्य पद का नियम से $3 \times \text{मध्यपद मान} = 3[a+3d] = 3[a+4]$
- 3• अन्त्य पद का नियम से $= [3 \times \text{प्रथमपद} + \{2(\text{पदों की संख्या}) - 3\} \times \text{पदान्तर}]$
 $= [3a + \{2(2n+1) - 3\}d] = [3a + \{2 \times 9 - 3\}d] = 3a + 15d = 3a + 15$

योगमान $S = 12$ सा के प्रति

- 1• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 1$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4
x_r	2	3	4	5
y_r	9	8	7	6

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!4}{24 \cdot !(4-4)} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{24} = 1$ ही तरीका होगा।

योगमान $S \geq 21$ सा के प्रति

1• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 1$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8
x_r	2	3	4	5	6	7	8	9
y_r	18	17	16	15	14	13	12	11

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!8}{24 \cdot !(8-4)}$
 $= \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{24} = 70$ तरीके होंगे।

2• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 2$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8
x_r	1	3	4	5	6	7	8	9
y_r	18	16	15	14	13	12	11	10

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!8}{24 \cdot !(8-4)}$
 $= \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{24} = 70$ तरीके होंगे।

3• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 3$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7
x_r	1	2	4	5	6	7	8
y_r	17	16	14	13	12	11	10

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!7}{24 \cdot !(7-4)}$
 $= \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{24} = 35$ तरीके होंगे।

4• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 4$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7
x_r	1	2	3	5	6	7	8
y_r	16	15	14	12	11	10	9

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!7}{24 \cdot !(7-4)}$
 $= \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{24} = 35$ तरीके होंगे।

5• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 5$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6
x_r	1	2	3	4	6	7
y_r	15	14	13	12	10	9

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!6}{24 \cdot !(6-4)}$
 $= \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{24} = 15$ तरीके होंगे।

6• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 6$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6
x_r	1	2	3	4	5	7
y_r	14	13	12	11	10	8

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!6}{24 \cdot !(6-4)}$
 $= \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{24} = 15$ तरीके होंगे।

7• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 7$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6
x_r	1	2	3	4	5	6
y_r	13	12	11	10	9	8

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!6}{24 \cdot !(6-4)}$
 $= \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{24} = 15$ तरीके होंगे।

8• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 8$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5
x_r	1	2	3	4	6
y_r	12	11	10	9	7

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!5}{24 \cdot !(5-4)} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{24} = 5$
 तरीके होंगे।

9• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 9$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4
x_r	1	2	4	5
y_r	11	10	8	7

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!4}{24*!(4-4)} = \frac{1*2*3*4}{24} = 1$ तरीके होंगे।

1से 9 तक के गणना से प्राप्त तरीकों का योग मान =
70+70+35+35+15+15+15+5+1=261 होगा।

योगमान $S \geq 22$ सा के प्रति

1• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 1$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_r	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_r	19	18	17	16	15	14	13	12	11

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!9}{24*!(9-4)} = \frac{6*7*8*9}{24} = 126$ तरीके होंगे।

2• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 2$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8
x_r	1	3	4	5	6	7	8	9
y_r	19	17	16	15	14	13	12	11

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!8}{24*!(8-4)} = \frac{5*6*7*8}{24} = 70$ तरीके होंगे।

3• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 3$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8
x_r	1	2	4	5	6	7	8	9
y_r	18	17	15	14	13	12	11	10

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!8}{24*!(8-4)} = \frac{5*6*7*8}{24} = 70$ तरीके होंगे।

4• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 4$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7
x_r	1	2	3	5	6	7	8
y_r	17	16	15	13	12	11	10

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!7}{24*!(7-4)} = \frac{4*5*6*7}{24} = 35$ तरीके होंगे।

5• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 5$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7
x_r	1	2	3	4	6	7	8
y_r	16	15	14	13	11	10	9

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!7}{24*!(7-4)} = \frac{4*5*6*7}{24} = 35$ तरीके होंगे।

6• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 6$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6
x_r	1	2	3	4	5	7
y_r	15	14	13	12	11	9

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!6}{24*!(6-4)} = \frac{3*4*5*6}{24} = 15$ तरीके होंगे।

7• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 7$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6
x_r	1	2	3	4	5	6
y_r	14	13	12	11	10	9

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!6}{24*!(6-4)} = \frac{3*4*5*6}{24} = 15$ तरीके होंगे।

8• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 8$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5
, x_r	1	2	3	4	5
y_r	13	12	11	10	9

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!5}{24*(5-4)} = \frac{2*3*4*5}{24} = 5$ तरीके होंगे।

9• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 9$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5
, x_r	1	2	3	5	6
y_r	12	11	10	8	7

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!5}{24*(5-4)} = \frac{2*3*4*5}{24} = 5$ तरीके होंगे।

10• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 10$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4
, x_r	1	3	4	5
y_r	11	9	8	7

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!4}{24*(4-4)} = \frac{1*2*3*4}{24} = 1$ तरीके होंगे।

11• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 11$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5
, x_r	1	2	3	4	5
y_r	10	9	8	7	6

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!5}{24*(5-4)} = \frac{2*3*4*5}{24} = 5$ तरीके होंगे।

12• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 12$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4
, x_r	1	2	3	4
y_r	9	8	7	6

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!4}{24*(4-4)} = \frac{1*2*3*4}{24} = 1$ तरीके होंगे।

13• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 13$ लिये जाने पर

युग्म क्र.	1	2	3	4
, x_r	1	2	3	4
y_r	8	7	6	5

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!4}{24*(4-4)} = \frac{1*2*3*4}{24} = 1$ तरीके होंगे।

1से 13 तक के गणना से प्राप्त तरीकों का योग मान =

$126+70+70+35+35+15+15+5+5+1+5+1+1= 384$ होगा।

योगमान $S \geq 23$ सा के प्रति

1• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 1$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
, x_r	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_r	20	19	18	17	16	15	14	13	12

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!9}{24*(9-4)} = \frac{6*7*8*9}{24} = 126$ तरीके होंगे।

2• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 2$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
, x_r	1	3	4	5	6	7	8	9	10
y_r	20	18	17	16	15	14	13	12	11

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!9}{24 \cdot !(9-4)} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{24} = 126$ तरीके होंगे।

3• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 3$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8
, x_r	1	2	4	5	6	7	8	9
y_r	19	18	16	15	14	13	12	11

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!8}{24 \cdot !(8-4)} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{24} = 70$ तरीके होंगे।

होंगे।

4• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 4$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8
, x_r	1	2	3	5	6	7	8	9
y_r	18	17	16	14	13	12	11	10

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!8}{24 \cdot !(8-4)} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{24} = 70$ तरीके होंगे।

होंगे।

5• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 5$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7
, x_r	1	2	3	4	6	7	8
y_r	17	16	15	14	12	11	10

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!7}{6 \cdot !(7-3)} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{6} = 35$ तरीके होंगे।

6• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 6$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7
, x_r	1	2	3	4	5	7	8
y_r	16	15	14	13	12	11	9

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!7}{6 \cdot !(7-3)} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{6} = 35$ तरीके होंगे।

7• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 7$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6
, x_r	1	2	3	4	5	6
y_r	15	14	13	12	11	10

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!6}{24 \cdot !(6-4)} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{24} = 15$ तरीके होंगे।

8• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 8$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6
, x_r	1	2	3	4	5	6
y_r	14	13	12	11	10	9

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!6}{24 \cdot !(6-4)} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{24} = 15$ तरीके होंगे।

9• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 9$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5
, x_r	1	2	3	4	6
y_r	13	12	11	10	8

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!5}{24 \cdot !(5-4)} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{24} = 5$ तरीके होंगे।

10• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 10$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6
, x_r	1	2	3	4	5	6
y_r	12	11	10	9	8	7

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!6}{24*(6-4)} = \frac{3*4*5*6}{24}$
= 15 तरीके होंगे।

11• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 11$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4
, x_r	2	3	4	5
y_r	10	9	8	7

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!4}{24*(4-4)} = \frac{1*2*3*4}{24} = 1$
तरीके होंगे।

12• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 12$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5
, x_r	1	2	3	4	5
y_r	10	9	8	7	6

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!5}{24*(5-4)} = \frac{2*3*4*5}{24} = 5$
तरीके होंगे।

13• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 13$ लिये जाने पर

युग्म क्र.	1	2	3	4
, x_r	1	2	3	4
y_r	9	8	7	6

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!4}{24*(4-4)} = \frac{1*2*3*4}{24} = 1$ तरीके
होंगे।

14• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 14$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4
, x_r	1	2	3	4
y_r	8	7	6	6

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!4}{24*(4-4)} = \frac{1*2*3*4}{24} = 1$ तरीके
होंगे।

1से 14 तक के गणना से प्राप्त तरीकों का योग मान =

126+126+70+70+35+35+15+15+5+15 +1+5+1+1= 510 होगा।

योगमान $S \geq 24$ सा के प्रति 252 462 502

1• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 1$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
, x_r	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y_r	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!10}{24*(10-4)} = \frac{7*8*9*10}{24} =$
210 तरीके होंगे।

2• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 2$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
, x_r	1	3	4	5	6	7	8	9	10
y_r	21	19	18	17	16	15	14	13	12

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!9}{24*(9-4)} = \frac{6*7*8*9}{24} = 126$
तरीके होंगे।

3• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 3$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
, x_r	1	2	4	5	6	7	8	9	10
y_r	20	19	17	16	15	14	13	12	11

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!9}{24*(9-4)} = \frac{6*7*8*9}{24} = 126$

तरीके होंगे।

4• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 4$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8
, x_r	1	2	3	5	6	7	8	9
y_r	19	18	17	15	14	13	12	11

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!8}{24*!(8-4)}$
 $= \frac{5*6*7*8}{24} = 70$ तरीके होंगे।

5• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 5$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7	8
, x_r	1	2	3	4	6	7	8	9
y_r	18	17	16	15	13	12	11	10

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!8}{24*!(8-4)}$
 $= \frac{5*6*7*8}{24} = 70$ तरीके होंगे।

6• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 6$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7
, x_r	1	2	3	4	5	7	8
y_r	17	16	15	14	13	11	10

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!7}{6*!(7-3)}$
 $= \frac{5*6*7}{6} = 35$ तरीके होंगे।

7• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 7$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7
, x_r	1	2	3	4	5	6	8
y_r	16	15	14	13	12	11	9

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!7}{6*!(7-3)}$
 $= \frac{5*6*7}{6} = 35$ तरीके होंगे।

8• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 8$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6	7
, x_r	1	2	3	4	5	6	7
y_r	15	14	13	12	11	10	9

में से तीन युग्म चुचने के $\frac{!7}{6*!(7-3)}$
 $= \frac{5*6*7}{6} = 35$ तरीके होंगे।

9• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 9$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5	6
, x_r	1	2	3	4	5	7
y_r	14	13	12	11	10	8

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!6}{24*!(6-4)} = \frac{3*4*5*6}{24}$
 $= 15$ तरीके होंगे।

10• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 10$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5
, x_r	1	2	3	5	6
y_r	13	12	11	9	8

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!5}{24*!(5-4)} = \frac{2*3*4*5}{24} = 5$
तरीके होंगे।

11• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 11$ लिये जाने पर-

युग्म क्र.	1	2	3	4	5
, x_r	1	3	4	5	6
y_r	12	10	9	8	7

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!5}{24*!(5-4)} = \frac{2*3*4*5}{24} = 5$
तरीके होंगे।

12• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 12$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4	5
x_r	1	2	3	4	5
y_r	11	10	9	8	7

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!5}{24*(5-4)} = \frac{2*3*4*5}{24} = 5$ तरीके होंगे।

13• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 13$ लिये जाने पर

युग्म क्र.	1	2	3	4	5
x_r	1	2	3	4	5
y_r	10	9	8	7	6

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!5}{24*(5-4)} = \frac{2*3*4*5}{24} = 5$ तरीके होंगे।

14• समआष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 14$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4
x_r	1	2	3	4
y_r	9	8	7	6

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!4}{24*(4-4)} = \frac{1*2*3*4}{24} = 1$ तरीके होंगे।

15• सम अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x = 15$ लिये जाने पर—

युग्म क्र.	1	2	3	4
x_r	1	2	3	4
y_r	8	7	6	5

में से चार युग्म चुचने के $\frac{!4}{24*(4-4)} = \frac{1*2*3*4}{24} = 1$ तरीके होंगे।

1 से 15 तक के गणना से प्राप्त तरीकों का योग मान =

$210+126+126+70+70+35+35+35+15+5+5+5+5+1+1= 744$ होगा।

विवेचना—उपरोक्त हलित उदाहरणों से स्पष्ट है कि किसी योगमान $S \geq 12$ के प्रति क्रम 1 से (S-9) तक सम आष्टभुज का केन्द्रक में संख्या $x =$ क्रमशः क्रमांकों के संगत मानों 1,2,3,4 - - - (S-12), (S-11), (S-10), (S-9) सुनिश्चित किया जा सकता है। इन x मानों के प्रति (x_r, y_r) के युग्मीय प्रतिरूपण के वे समस्त प्रतिरूपण प्राप्त कीजिये जो कि $(x, + y_r) = (S - x)$ समिका को $[x \neq x_r \neq y_r]$ के प्रतिबंध पर संतुष्ट करता हो। इस प्रकार षष्टभुज का केन्द्रक में संख्या x के प्रति प्राप्त युग्मों की संख्या —

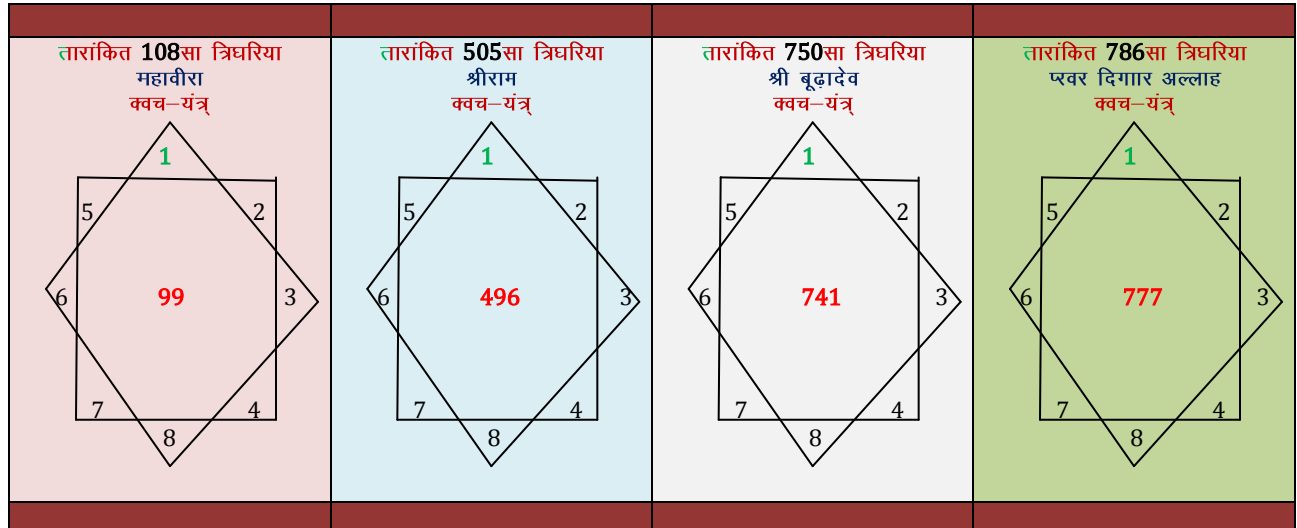
1• $(S - x) = (2y+1)$ होने के प्रति y अथवा $(y-1)$ होंगे।

2• $(S - x) = 2y$ होने के प्रति $(y-1)$ अथवा $y-2$ होंगे।

कुछ अपवादों में साथ मान्य होगा। सम षष्टभुज का केन्द्रक में संख्या x के प्रति (x_r, y_r) के युग्मीय प्रतिरूपण में प्राप्त युग्मों की संख्या m में से कोई भी चार युग्म चुनना होगा। जिसे चुनने के तरीकों की कुल संख्या $\frac{!m}{!4*(m-4)} = \frac{(m-3*(m-2))*(m-1)*m}{24}$ का हल मान हागा। इस

प्रकार अष्टभुज का केन्द्रक में संख्या x के सभी मानों 1,2,3,4 - - - (S-10), (S-9), (S-8), (S-7) मानों के प्रति (x_r, y_r) के युग्मीय प्रतिरूपण में प्राप्त युग्मों की संख्या $[m_1, m_2, m_3, m_4 - - - - m_{s-12}, m_{s-11}, m_{s-10}, m_{s-9}]$ होने पर इन प्रत्येक युग्मों की संख्या में से तीन युग्म चुनने के क्रमश $[t_1, t_2, t_3, t_4 - - - - t_{s-12}, t_{s-11}, t_{s-10}, t_{s-9}]$ प्राप्त होने पर

किसी योगमान $S \geq 12$ के प्रति तारांकित त्रिघरिया यंत्रम्-क्वचम के समस्त प्रकारों की संख्या $[t_1, t_2, t_3, t_4 - - - -t_{s-12}, t_{s-11}, t_{s-10}, t_{s-9}]$ का बिना किसी सूत्र समिका के सरल योगमान होगा।



योगमान S सा के 3 द्वारा विभाजित होने के प्रतिबध पर रचना के लिये –
सात पदी समांतर श्रेढी प्राप्त करने के प्रति प्रथम पद a और पदान्तर b प्राप्त करने

रैखिक समीकरण $a+4b = \frac{S}{3} =$ सम अष्टभुज का केन्द्रक में दर्ज संख्या x को हल करने पर a और पदान्तर b के एक या एक से अधिक हल युग्म प्राप्त होंगे।

योगमान S सा = 21 सा के प्रति

रैखिक समीकरण $a+4b = \frac{21}{3} = 7$ सम अष्टभुज का केन्द्रक में दर्ज संख्या x होगा को हल करने पर

a	3	कुल प्रकारों की संख्या 1
b	1	

योगमान S सा = 33 सा के प्रति

रैखिक समीकरण $a+4b = \frac{33}{3} = 11$ सम अष्टभुज का केन्द्रक में दर्ज संख्या x होगा को हल करने पर

a	3	7	कुल प्रकारों की संख्या 2
b	2	1	

योगमान S सा = 36 सा के प्रति

रैखिक समीकरण $a+4b = \frac{36}{3} = 12$ सम अष्टभुज का केन्द्रक में दर्ज संख्या x होगा को हल करने पर

a	4	8	कुल प्रकारों की संख्या 3
b	2	1	

योगमान S सा = 108 सा के प्रति

रैखिक समीकरण $a+4b = \frac{108}{3} = 36$ सम अष्टभुज का केन्द्रक में दर्ज संख्या x होगा को हल करने पर

a	4	8	12	16	20	24	28	32
b	8	7	6	5	4	3	2	1

कुल प्रकारों की संख्या 8

योगमान S सा = 750 सा के प्रति

रैखिक समीकरण $a+4b = \frac{750}{3} = 250$ सम अष्टभुज का केन्द्रक में दर्ज संख्या x होगा को हल करने पर

a	2	6	10	14	18	22	26	30	34	38	42	46	50	54	58	62	66	70	74	78
b	62	61	60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43

a	82	86	90	94	98	102	106	110	114	118	122	126	130	134	138
b	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28

a	142	146	150	154	158	162	166	170	174	178	182	186	190	194	198
b	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13

a	202	206	210	214	218	222	226	230	234	238	242	2366
b	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

कुल प्रकारों की संख्या 62

योगमान S सा = 786 सा के प्रति

रैखिक समीकरण $a+4b = \frac{786}{3} = 262$ सम अष्टभुज का केन्द्रक में दर्ज संख्या x होगा को हल करने पर

a	2	6	10	14	18	22	26	30	34	38	42	46	50	54	58	62	66	70	74	78
b	65	64	63	62	61	60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46

a	82	86	90	94	98	102	106	110	114	118	122	126	130	134	138
b	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31

a	142	146	150	154	158	162	166	170	174	178	182	186	190	194	198
b	30	29	26	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16

a	202	206	210	214	218	222	226	230	234	238	242	246	250	254	256
b	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

कुल प्रकारों की संख्या 65

<p>तारांकित 108सा त्रिघरिया महावीरा क्वच-यंत्र</p>	<p>तारांकित 505सा त्रिघरिया श्रीराम क्वच-यंत्र</p>	<p>तारांकित 750सा त्रिघरिया श्री बूढादेव क्वच-यंत्र</p>	<p>तारांकित 786सा त्रिघरिया प्रवर दिगार अल्लाह क्वच-यंत्र</p>
--	--	---	---

उपरोक्त हल तालिका के अनुसार—

योगमान S सा = 3x सा के प्रति सम आष्टभुज का केन्द्रक में दर्ज संख्या x होगा। तब यदि—

-----000-----